

СОЮЗДОРОЖНИИ

Н. М. КИРСАНОВ

**ПОПРАВочНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ
И ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА
ВИСЯЧИХ МОСТОВ
С УЧЕТОМ ПРОГИБОВ**

МОСКВА · АВТОТРАНСИЗДАТ · 1956

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Введение	4
§ 1. Формулы для расчета висячих мостов без учета прогибов	6
§ 2. Пользование таблицами поправочных коэффициентов к усилиям и прогибам висячих мостов	12
§ 3. Формулы для точного расчета однопролетных висячих мостов	22

СОЮЗДОРНИИ

Поправочные коэффициенты и формулы для расчета висячих мостов с учетом прогибов

Редактор *М. Е. Гибишман*

Техн. редактор *Н. В. Малькова.*

Корректор *М. М. Крючкова*

Сдано в набор 27/X 1956 г. Подписано в печать 30/XII 1956 г.
Бумага 84 × 108¹/₃₂. Физ. п. л. 1,00. Усл. п. л. 1,64. Уч.-изд. л. 1,33.
Л-63860 Тираж 1000 экз. Цена 65 коп. Заказ 1273

Автограсиздат — Москва, В-35, Софийская наб., 34.

1-я типография Автограсиздата Москва — Софийская наб., 34.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В работе научного корреспондента Союздорнии канд. техн. наук Н. М. Кирсанова приведены поправочные коэффициенты для расчета однопролетных висячих мостов с учетом прогибов.

Кроме того, в работе приведен упрощенный точный способ расчета однопролетных висячих мостов и таблицы функций для этого расчета.

Таблицы поправочных коэффициентов не дают возможности произвести тщательный расчет висячего моста, однако они позволяют сделать предварительные подсчеты с достаточной точностью для дальнейшего детального расчета.

Предлагаемая работа облегчит труд проектировщиков и может быть практически применена при расчетах висячих мостов.

Отзывы и замечания по этой работе просим присылать по адресу: Москва, В-35, Софийская набережная, дом 34. Союздорнии.

*Директор Союздорнии
канд. техн. наук*

Н. Ф. ХОРОШИЛОВ

*Начальник отдела искусственных
сооружений Союздорнии
канд. техн. наук*

В. Г. ДОНЧЕНКО

ВВЕДЕНИЕ

Освоение горных районов Средней Азии и Дальнего Востока требует строительства автомобильных дорог и мостов различной грузопропускной способности.

Применение мостов висячих систем в горных условиях имеет следующие преимущества по сравнению с мостами других систем: экономичность, удобство перевозки элементов моста в условиях бездорожья, простота навесного монтажа, возможность перекрытия больших пролетов без устройства промежуточных опор.

Данное сообщение является пособием проектировщику висячих мостов, к расчету которых не применимы обычные методы строительной механики, основанные на принципе независимости действия сил, так как деформации пролетного строения моста под нагрузкой сопровождаются значительными перераспределениями усилий в его элементах.

Величина ошибки при определении усилий и прогибов висячей системы обычными методами строительной механики является функцией относительных прогибов моста под временной нагрузкой и зависит также от отношения распоров в кабеле, от постоянной и временной нагрузок, возрастая с увеличением нагрузки. Поэтому расчет висячих мостов должен производиться с учетом прогибов независимо от величины пролета, особенно, если для проектируемого моста допускаются большие прогибы пролета (1/300—1/600) или применяется тяжелая проезжая часть, например из сборного железобетона.

В данной работе предлагается простой способ учета прогибов при расчете однопролетных висячих мостов. Он состоит в том, что усилия и прогибы, найденные обычными методами без учета перераспределения усилий в схеме, исправляются с помощью соответствующих коэффициентов, приведенных в таблицах 1—4.

В литературе известны графики поправочных коэффициентов к изгибающим моментам и прогибам висячих

мостов, составленные в зависимости от коэффициента деформируемости без учета распора от временной нагрузки.

Г. А. Кобиковым в автореферате «Многопролетные висячие мосты», 1949 г. показано, что подобные графики применимы лишь для расчета мостов больших пролетов, при расчете которых можно пренебрегать распором от временной нагрузки.

Нами предложены справочные коэффициенты, которыми можно пользоваться при расчете висячих мостов любых пролетов. Предлагаемые таблицы составлены как функции коэффициента деформируемости, в котором учитывается распор от временной нагрузки. Кроме этого, при вычислении справочных коэффициентов учтено влияние продольных деформаций кабеля на величину изгибающих моментов и прогибов, что является существенным для мостов малых пролетов.

Справочные коэффициенты приводятся для расчета на загрузку пролета равномерно распределенной или сосредоточенной нагрузкой.

Расчет без учета прогибов может быть сделан любым из способов строительной механики. Для облегчения работы проектировщика в § 1 приведены расчетные формулы для определенных загрузений моста.

После того как значения найденных изгибающих моментов и прогибов исправлены с помощью коэффициентов, висячий мост может быть рассчитан точным методом. Для этого в § 3 приведены формулы точного метода для расчетных загрузений моста.

§ 1. ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ВИСЯЧИХ МОСТОВ БЕЗ УЧЕТА ПРОГИБОВ

Для расчета висячего моста необходимо вычислить вспомогательные характеристики L , ω_0 и ω . Величина L является общей длиной кабеля моста между точками закрепления его в анкерах и определяется по формуле:

$$L = l \sqrt{1 + \frac{16}{3} \times \frac{f^2}{l^2} + 2l_{om} \sec \beta}, \quad (1)$$

где $\sec \beta = \frac{\sqrt{h_0^2 + l_{om}^2}}{l_{om}}$ (рис. 1).

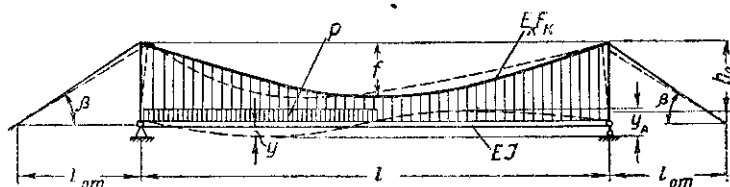


Рис. 1. Расчетная схема висячего моста

Характеристики ω_0 и ω зависят от геометрических размеров моста, жесткости балки EI , характеристики поперечного сечения кабеля $E_k F_k$ и определяются по формулам:

$$\omega_0 = \frac{E_k F_k l^3}{EI} \times \frac{l}{L} \times \frac{64f^3}{l^2}; \quad (2)$$

$$\omega = \frac{\omega_0}{r_0^2}, \quad (2')$$

где r_0 — см. формулу (20).

Усилия и деформации в элементах висячего моста обычно определяют при следующих загрузениях пролета нагрузкой.

Загружение всего пролета временной, равномерно распределенной нагрузкой

Распор кабеля от временной нагрузки:

$$H_{ор} = p \alpha_0 l, \quad (3)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{8,333 \times 10^{-3}}{\frac{1}{\omega_0} + 8,333 \times 10^{-3}}; \quad (4)$$

ω_0 — см. формулу (2).

Изгибающий момент в середине пролета балки жесткости:

$$M_0 = p l^2 (1 - \alpha_0) 125 \times 10^{-3}. \quad (5)$$

Прогиб в середине пролета:

$$y_0 = \frac{p l^3}{EI} (1 - \alpha_0) 13,021 \times 10^{-3}. \quad (6)$$

В выражениях (5) и (6) α_0 определяется по формуле (4).

Загружение половины пролета (от опоры до середины, рис. 1) временной, равномерно распределенной нагрузкой

Распор кабеля от загрузки временной нагрузкой половины пролета:

$$H_{ор} = p 0,5 \alpha_0 l. \quad (7)$$

Изгибающий момент в четверти пролета:

$$M_0 = p l^2 (62,5 \times 10^{-3} - 0,5 \alpha_0 93,75 \times 10^{-3}). \quad (8)$$

Прогиб в четверти пролета под нагрузкой:

$$y_0 = \frac{p l^4}{EI} (5,046 \times 10^{-3} - 0,5 \alpha_0 9,275 \times 10^{-3}). \quad (9)$$

В выражениях (7, 8 и 9) α_0 определяется по формуле (4).

Суммарная деформация (прогиб в четверти пролета под нагрузкой плюс подъем незагруженной части) —

амплитуда прогибов определяется в случае, если коэффициент деформируемости $r \geq 2$ (см. формулу 26), в виде:

$$y_{0a} = \frac{pL^4}{EI} \cdot 0,8139 \times 10^{-3}. \quad (10)$$

Загружение сосредоточенной нагрузкой, расположенной в середине пролета

Распор кабеля от сосредоточенной нагрузки:

$$H_{ор} = \alpha_0 P, \quad (11)$$

где:

$$\alpha_0 = \frac{13,021 \times 10^{-3}}{\frac{1}{\omega_0} + 8,333 \times 10^{-3}}; \quad (12)$$

ω_0 — см. формулу (2).

Изгибающий момент под нагрузкой (в середине пролета):

$$M_0 = Pl(250 \times 10^{-3} - \alpha_0 125 \times 10^{-3}). \quad (13)$$

Прогиб в середине пролета:

$$y_0 = \frac{pL^3}{EI} (20,83 \times 10^{-3} - \alpha_0 13,021 \times 10^{-3}). \quad (14)$$

В выражениях (13 и 14) α_0 определяется по формуле (12).

Загружение сосредоточенной нагрузкой, расположенной в четверти пролета

Распор кабеля от сосредоточенной нагрузки:

$$H_{ор} = \alpha_0 P, \quad (15)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{9,275 \times 10^{-3}}{\frac{1}{\omega_0} + 8,333 \times 10^{-3}}. \quad (16)$$

Изгибающий момент в четверти пролета:

$$M_0 = Pl(187,5 \times 10^{-3} - \alpha_0 93,75 \times 10^{-3}). \quad (17)$$

Прогиб в четверти пролета под нагрузкой:

$$y_0 = \frac{Pl^2}{EI} (11,712 \times 10^{-3} - \alpha_0 9,275 \times 10^{-3}). \quad (18)$$

В выражениях (17 и 18) α_0 определяется по формуле (16).

Амплитуда прогибов в четверти пролета:

$$y_{0a} = \frac{Pl^2}{EI} 2,597 \times 10^{-3}. \quad (19)$$

Пример 1

Пролет моста $l = 140$ м. Горизонтальные проекции оттяжек $l_{om} = 35$ м. Стрела кабеля в середине пролета $f = 17,5$ м. Жесткость балки $EI = 1,3 \times 10^6$ тм². Характеристика поперечного сечения кабеля $E_k F_k = 1 \times 10^6$ т.

1. Определение геометрических характеристик моста

Длина кабеля по формуле (1):

$$L = 140 \left\{ 1 + \frac{16}{3} \times \frac{17,5^2}{140^2} + 2 \times 35 \times 1,12 \right\} = 224,1 \text{ м.}$$

Вспомогательная характеристика по формуле (2):

$$\omega_0 = \frac{1 \times 10^6 \times 140^3}{1,3 \times 10^6} \times \frac{140}{224,1} \times \frac{64 \times 17,5^2}{140^2} = 9425;$$

$$\frac{1}{\alpha_0} = 0,1061 \times 10^{-3}.$$

2. Загрузка временной нагрузкой $p = 2$ т/м, равномерно распределенной по всему пролету

По формуле (4):

$$\alpha_0 = \frac{8,3333 \times 10^{-3}}{0,1061 \times 10^{-3} + 8,3333 \times 10^{-3}} = 0,9874.$$

Распор кабеля от временной нагрузки:

$$H_{ор} = 2 \times 140 \times 0,9874 = 276,47 \text{ м.}$$

Изгибающий момент в середине пролета балки жесткости по формуле (5):

$$M_0 = 2 \times 140^2 (1 - 0,9874) 125 \times 10^{-3} = 61,74 \text{ т.м.}$$

Прогиб в середине пролета (формула 6):

$$y_0 = \frac{2 \times 140^4}{1,3 \times 10^6} (1 - 0,9874) 13,021 \times 10^{-3} = 0,097 \text{ м.}$$

3. Загружение временной нагрузкой интенсивностью $p = 2 \text{ т/м}$, равномерно распределенной на половине пролета (от опоры до середины, рис. 1).

Распор кабеля от временной нагрузки по формуле (7):

$$H_{ор} = 2 \times 0,5 \times 0,9874 \times 140 = 138,24 \text{ м.}$$

Изгибающий момент в четверти пролета по формуле (8):

$$M_0 = 2 \times 140^2 (62,5 \times 10^{-3} - 0,5 \times 0,9874 \times 93,75 \times 10^{-3}) = 635,8 \text{ т.м.}$$

Прогиб в четверти пролета по формуле (9):

$$y_0 = \frac{2 \times 140^4}{1,3 \times 10^6} (5,046 \times 10^{-3} - 0,5 \times 0,9874 \times 9,275 \times 10^{-3}) = 0,276 \text{ м.}$$

Амплитуда прогибов в четверти пролета по формуле (10):

$$y_{0a} = \frac{2 \times 140^4}{1,3 \times 10^6} 0,8139 = 0,48 \text{ м.}$$

4. Загружение сосредоточенной нагрузкой $P = 40 \text{ т}$, расположенной в середине пролета

Распор кабеля от сосредоточенной нагрузки по формуле (11):

$$H_{ор} = 1,5429 \times 40 = 61,72 \text{ м.}$$

где по формуле (12):

$$\alpha_0 = \frac{13,021 \times 10^{-3}}{0,1061 \times 10^{-3} + 8,3333 \times 10^{-3}} = 1,5429.$$

Изгибающий момент под нагрузкой по формуле (13):

$$M_0 = 40 \times 140 (250 \times 10^{-3} - 1,5429 \times 125 \times 10^{-3}) = 320 \text{ тм.}$$

Прогиб в середине пролета по формуле (14):

$$y_0 = \frac{40 \times 140^3}{1,3 \times 10^6} (20,83 \times 10^{-3} - 1,5429 \times 13,021 \times 10^{-3}) = 0,062 \text{ м.}$$

5. Загружение сосредоточенной нагрузкой $P = 40 \text{ т}$, расположенной в четверти пролета

Распор кабеля (формула 15):

$$H_{ор} = 1,099 \times 40 = 43,96 \text{ т,}$$

где по формуле (16):

$$\alpha_0 = \frac{9,275 \times 10^{-3}}{0,1061 \times 10^{-3} + 8,3333 \times 10^{-3}} = 1,099.$$

Изгибающий момент в четверти пролета по формуле (17):

$$M_0 = 40 \times 140 (187,5 \times 10^{-3} - 1,099 \times 93,75 \times 10^{-3}) = 473 \text{ тм.}$$

Прогиб в четверти пролета по формуле (18):

$$y_0 = \frac{40 \times 140^3}{1,3 \times 10^6} (11,712 \times 10^{-3} - 1,099 \times 9,275 \times 10^{-3}) = 0,127 \text{ м.}$$

Амплитуда прогибов в четверти пролета по формуле (19):

$$y_{0a} = \frac{40 \times 140^3}{1,3 \times 10^6} 2,597 \times 10^3 = 0,218 \text{ м.}$$

§ 2. ПОЛЬЗОВАНИЕ ТАБЛИЦАМИ ПОПРАВОЧНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ К УСИЛИЯМ И ПРОГИБАМ ВИСЯЧИХ МОСТОВ

Для каждого нагружения временной нагрузкой расчет производится по следующей схеме.

1. Предварительно определяется коэффициент деформируемости r_0 , в который распор от временной нагрузки

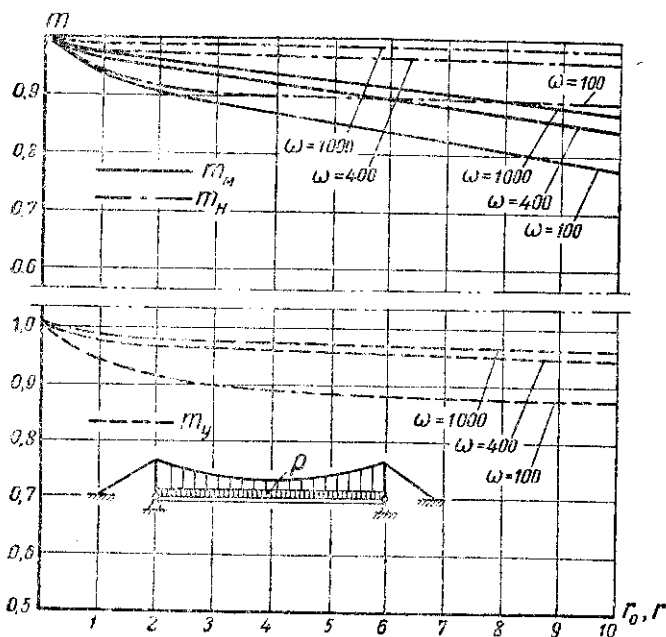


Рис. 2. Графики поправочных коэффициентов для расчета на равномерно распределенную нагрузку, расположенную по всей длине пролета

подставляется из расчета, не учитывающего перераспределение усилий:

$$r_0 = l \sqrt{\frac{H_{op} + H_g}{EI}} \quad (20)$$

где H_{op} — см. формулы, соответствующие виду нагружения временной нагрузкой (3, 7, 11, 15).

Распор от равномерно распределенной постоянной нагрузки g определяется по формуле:

$$H_x = \frac{gl^2}{8f}, \quad (21)$$

Монтаж моста обеспечивает передачу всей постоянной нагрузки на кабель.

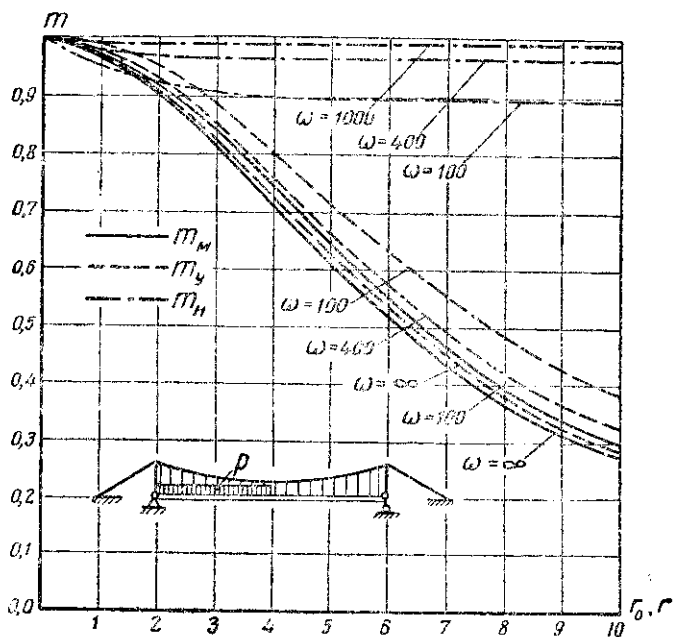


Рис. 3. Графики поправочных коэффициентов для расчета на равномерно распределенную нагрузку, расположенную на половине пролета

2. С помощью коэффициента r_0 и вспомогательной характеристики ω (см. формулу 2') по таблицам 1--4 или графикам рис. 2--5, применяя линейную интерполяцию, определяются поправочные коэффициенты к изгибающим моментам и прогибам, найденным обычными методами строительной механики (например, по форму-

лам § 1). Таким образом могут быть найдены изгибающие моменты с учетом прогибов:

$$M = m_m M_0, \quad (22)$$

где: m_m — см. таблицы 1—4, рис. 2—5;

M_0 — см. формулы (5, 8, 13, 17).

Прогибы по расчетной схеме с учетом деформаций:

$$y = m_y y_0, \quad (23)$$

где: m_y — см. таблицы 1—4, рис. 2—5;

y_0 — см. формулы (6, 9, 14, 18).

$$y_n = m_a y_{0a}, \quad (24)$$

где: m_a — см. таблицы 2—4;

y_{0a} — см. формулы (10, 19).

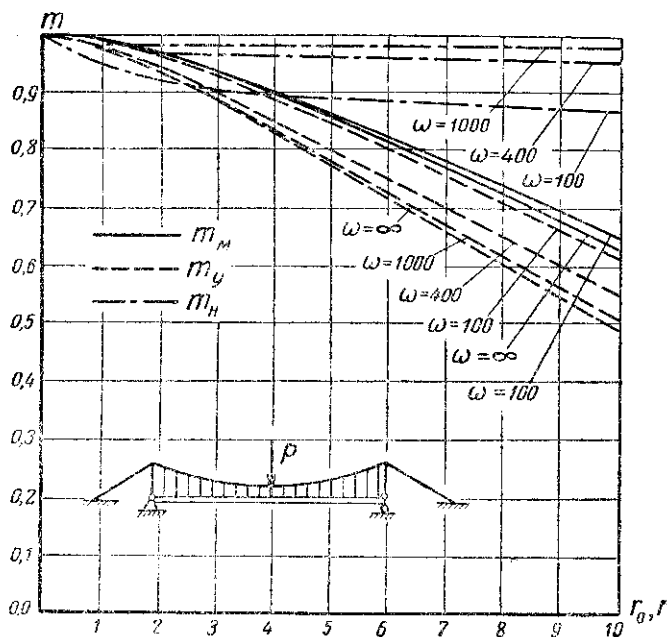


Рис. 4. Графики поправочных коэффициентов для расчета на сосредоточенную нагрузку, расположенную в середине пролета

3. Для мостов малых пролетов, в которых распор от временной нагрузки существенно влияет на коэффи-

Таблица 1

Поправочные коэффициенты для расчета на равномерно распределенную нагрузку,
расположенную по всей длине пролета

r_0 или r	m_{II} —коэффициент к расходу в кабеле			m_M —коэффициент к изгибающему моменту в середине пролета				m_y —коэффициент к прогибу в середине пролета			
	$\omega=100$	$\omega=400$	$\omega=1000$	$\omega=100$	$\omega=400$	$\omega=1000$	$\omega=10000$	$\omega=100$	$\omega=400$	$\omega=1000$	$\omega=10000$
1	0,9528	0,9868	0,9896	0,941	0,973	0,983	0,990	0,943	0,980	0,983	0,990
2	0,9148	0,9728	0,9886	0,903	0,956	0,970	0,982	0,915	0,968	0,975	0,985
3	0,9032	0,9714	0,9882	0,877	0,941	0,958	0,976	0,900	0,962	0,972	0,984
4	0,8986	0,9711	0,9881	0,860	0,927	0,946	0,971	0,882	0,953	0,970	0,983
5	0,8966	0,9710	0,9881	0,844	0,913	0,933	0,966	0,888	0,954	0,968	0,982
6	0,8958	0,9709	0,9881	0,829	0,900	0,921	0,962	0,885	0,953	0,966	0,981
7	0,8951	0,9708	0,9881	0,814	0,886	0,908	0,959	0,881	0,950	0,965	0,980
8	0,8944	0,9707	0,9881	0,802	0,873	0,896	0,955	0,877	0,947	0,964	0,979
9	0,8940	0,9707	0,9881	0,788	0,860	0,883	0,951	0,873	0,945	0,963	0,979
10	0,8938	0,9706	0,9881	0,788	0,846	0,870	0,947	0,870	0,944	0,962	0,979

Поправочные коэффициенты для расчета на равномерно распределенную нагрузку, расположенную на половине пролета

r_0 или r	m_n —коэффициент к распыру в кабеле			m_M —коэффициент к изгибаю- щему моменту четверти пролета				m_y —коэффициент к прогибу в четверти пролета				m_0 —коэф- фициент к амплитуде
	$\omega = 100$	$\omega = 400$	$\omega = 1000$	$\omega = 100$	$\omega = 400$	$\omega = 1000$	$\omega = \infty$	$\omega = 100$	$\omega = 400$	$\omega = 1000$	$\omega = \infty$	
1	0,9462	0,9768	0,9912	0,975	0,970	0,937	0,966	0,980	0,975	0,972	0,968	0,970
2	0,9147	0,9714	0,9838	0,920	0,914	0,907	0,935	0,948	0,928	0,916	0,907	0,903
3	0,9032	0,9710	0,9890	0,840	0,823	0,815	0,811	0,882	0,847	0,823	0,814	0,814
4	0,8987	0,9709	0,9887	0,736	0,718	0,707	0,704	0,795	0,752	0,724	0,712	0,710
5	0,8962	0,9708	0,9882	0,640	0,614	0,606	0,603	0,712	0,655	0,622	0,611	0,611
6	0,8952	0,9708	0,9881	0,540	0,518	0,512	0,508	0,625	0,562	0,533	0,522	0,522
7	0,8946	0,9708	0,9881	0,460	0,438	0,432	0,428	0,544	0,484	0,454	0,444	0,444
8	0,8940	0,9708	0,9881	0,391	0,368	0,363	0,359	0,480	0,418	0,390	0,380	0,380
9	0,8938	0,9708	0,9881	0,339	0,320	0,315	0,312	0,426	0,364	0,336	0,326	0,326
10	0,8937	0,9708	0,9881	0,292	0,275	0,271	0,266	0,379	0,315	0,290	0,281	0,281

коэффициент деформируемости, требуется более точное определение H_p :

$$H_p = m_n H_{op}, \quad (25)$$

где: m_n — определяется по таблицам 1—4 или рис. 2—5 с помощью коэффициента деформируемости r_0 — формула (20) и ω — формула (2').

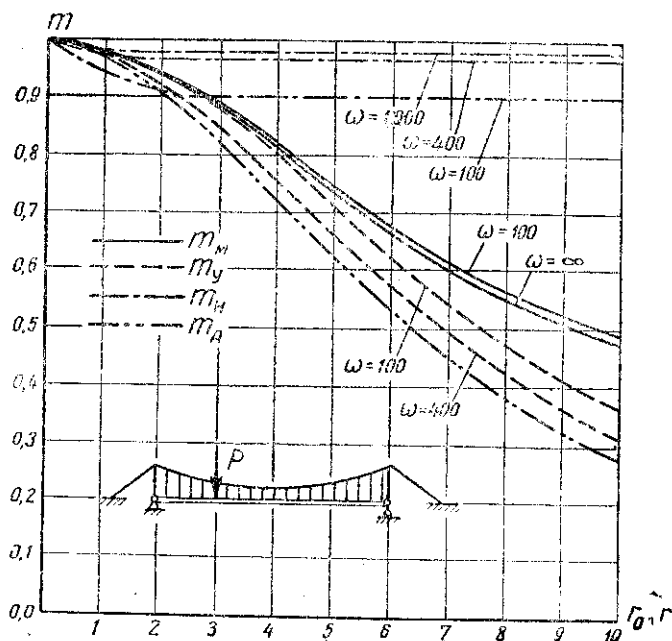


Рис. 5. Графики поправочных коэффициентов для расчета на сосредоточенную нагрузку, расположенную в четверти пролета

Уточняется значение коэффициента деформируемости по формуле:

$$r = l \sqrt{\frac{H_p + H_g}{EI}}, \quad (26)$$

где H_g — вычисляется по формуле (21).

Поправочные коэффициенты определяются так же, как в пункте 2, но тем же таблицам в функции полученного коэффициента деформируемости r — формула (26) и характеристики ω — формула (2').

Поправочные коэффициенты для расчета на сосредоточенную нагрузку, расположенную в середине пролета

r_0 или r	m_D —коэффициент к рас- пору в кабеле			m_M —коэффициент к изгибающему моменту в середине пролета				m_Y —коэффициент к прогибу в середине пролета			
	$\omega=100$	$\omega=400$	$\omega=1000$	$\omega=10$	$\omega=400$	$\omega=1000$	$\omega=\infty$	$\omega=100$	$\omega=400$	$\omega=1000$	$\omega=\infty$
1	0,9542	0,9783	0,9882	0,990	0,990	0,990	0,990	0,984	0,976	0,973	0,972
2	0,9130	0,9709	0,9874	0,971	0,970	0,970	0,970	0,956	0,939	0,930	0,928
3	0,8997	0,9678	0,9871	0,945	0,944	0,941	0,940	0,922	0,898	0,885	0,881
4	0,8923	0,9655	0,9870	0,906	0,904	0,902	0,901	0,888	0,856	0,840	0,834
5	0,8883	0,9623	0,9869	0,863	0,860	0,858	0,856	0,850	0,812	0,790	0,782
6	0,8848	0,9591	0,9869	0,816	0,813	0,811	0,808	0,810	0,760	0,736	0,727
7	0,8812	0,9564	0,9869	0,779	0,775	0,771	0,768	0,764	0,707	0,680	0,665
8	0,8784	0,9538	0,9869	0,735	0,731	0,727	0,724	0,716	0,652	0,620	0,607
9	0,8766	0,9521	0,9869	0,689	0,684	0,680	0,677	0,668	0,600	0,562	0,550
10	0,8759	0,9506	0,9869	0,650	0,645	0,641	0,638	0,620	0,550	0,510	0,495

Поправочные коэффициенты для расчета на сосредоточенную нагрузку, расположенную в четверти пролета

r_0 или r	m_R —коэффициент к расвору в кабеле			m_M —коэффициент к изгибающе- му моменту в четверти пролета				m_y —коэффициент к прогибу в четверти пролета				m_a коэф- фициент к амплитуде
	$\omega=100$	$\omega=400$	$\omega=1000$	$\omega=100$	$\omega=400$	$\omega=1000$	$\omega=\infty$	$\omega=100$	$\omega=400$	$\omega=1000$	$\omega=\infty$	
1	0,9497	0,9777	0,9885	0,988	0,983	0,981	0,980	0,984	0,980	0,975	0,972	0,970
2	0,9157	0,9736	0,9860	0,950	0,942	0,938	0,936	0,940	0,925	0,918	0,915	0,909
3	0,9049	0,9711	0,9850	0,888	0,880	0,977	0,875	0,880	0,844	0,828	0,816	0,814
4	0,9013	0,9707	0,9848	0,814	0,808	0,804	0,802	0,800	0,760	0,740	0,726	0,710
5	0,9007	0,9704	0,9847	0,744	0,737	0,733	0,730	0,710	0,658	0,645	0,630	0,611
6	0,9004	0,9701	0,9845	0,677	0,668	0,663	0,660	0,624	0,570	0,556	0,545	0,522
7	0,9003	0,9700	0,9846	0,616	0,608	0,604	0,602	0,544	0,491	0,484	0,472	0,444
8	0,9002	0,9699	0,9846	0,565	0,559	0,557	0,556	0,467	0,424	0,416	0,406	0,380
9	0,9001	0,9699	0,9846	0,521	0,515	0,513	0,521	0,407	0,367	0,358	0,352	0,326
10	0,9001	0,9698	0,9846	0,481	0,475	0,474	0,473	0,360	0,323	0,315	0,308	0,281

Пример 2

Определить поправочные коэффициенты к прогибам и изгибающим моментам, вычисленным без учета деформаций, по данным примера 1. Интенсивность постоянной нагрузки $g = 8 \text{ т/м}$.

1. Загружение моста временной нагрузкой $p = 2 \text{ т/м}$, равномерно распределенной по всему пролету

Коэффициент деформируемости по формуле (20) (данные см. пример 1):

$$r_0 = 140 \sqrt{\frac{276,47 + 1120}{1,3 \times 10^6}} = 4,58.$$

Распор от постоянной нагрузки (см. формулу 21):

$$H_g = \frac{8 \times 140^2}{8 \times 17,5} = 1120 \text{ т}.$$

Поправочный коэффициент к изгибающему моменту в середине пролета m_m находим по табл. 1 или рис. 2 в зависимости от коэффициента деформируемости $r_0 = 4,58$ и $\omega = 400$, так как это ближайшая графа к $\omega = 400$.
 $m_m = \frac{0,925}{4,58^2} = 0,043$ (см. формулу 2').

Применяя линейную интерполяцию между значениями 0,927 и 0,913, находим $m_m = 0,919$.

Следовательно, изгибающий момент в середине пролета с учетом прогибов:

$$M = m_m M_0 = 0,919 \times 61,74 = 56,74 \text{ тм}.$$

где M_0 - см. пример 1.

Поправочный коэффициент к прогибу в середине моста m_v (табл. 1) находим в функции $r = 4,58$ и $\omega = 400$; $m_v = 0,956$:

$$y = m_v y_0 = 0,956 \times 0,097 = 0,093 \text{ м},$$

где y_0 - см. пример 1.

Результаты вычислений в примере 2

Вид загрузки	Искомые величины									
	r_0 по формуле (20)	σ по формуле (2)	m_m по таблицам 3 и 4	M в середине пролета	M в четверти пролета	m_y по таблицам 3 и 4	y в середине пролета	y в четверти пролета	m_a по таблице 4	U_a в четверти пролета
Сосредоточенная нагрузка в середине пролета	4,22	530 Принято 400	0,895	$0,895 \times$ $\times 320 =$ $= 284,4$ m_m		0,846	$0,846 \times$ $\times 0,062 =$ $= 0,053 m$			
Сосредоточенная нагрузка в четверти пролета	4,19	540 Принято 400	0,794		$0,794 \times$ $\times 473 =$ $= 375,6$ m_m	0,741	$0,741 \times$ $\times 0,127 =$ $= 0,094 m$	0,691	$0,691 \times$ $\times 0,218 =$ $= 0,151 m$	

2. Загружение временной нагрузкой интенсивностью $p = 2,0 \text{ т/м}$, равномерно распределенной на половине пролета (от опоры до середины, см. рис. 1)

Коэффициент деформируемости (формула 20):

$$r_0 = 140 \sqrt{\frac{138,24 + 1120}{1,3 \times 10^6}} = 4,35.$$

Поправочный коэффициент к изгибающему моменту в четверти пролета m_m (см. табл. 2 или рис. 3) в функции $r_0 = 4,35$ и $\omega = 400$ составляет $m_m = 0,681$:

$$M = m_m M_0 = 0,681 \times 635,8 = 433 \text{ тм.}$$

Поправочный коэффициент к прогибам в четверти пролета (см. табл. 2 и рис. 3) в функции $r_0 = 4,35$ и $\omega = 400$ составляет: $m_y = 0,718$;

$$y = m_y y_0 = 0,718 \times 0,276 = 0,196 \text{ м.}$$

Поправочный коэффициент к амплитуде прогибов (см. ту же таблицу) в зависимости от $r_0 = 4,35$ равен $m_a = 0,675$:

$$y_a = m_a y_{0a} = 0,675 \times 0,480 = 0,324 \text{ м.}$$

Аналогично вычисляются исправленные изгибающие моменты в балке жесткости и прогибы всячего моста при действии на него сосредоточенной нагрузки. Результаты вычислений приведены в табл. 5.

§ 3. ФОРМУЛЫ ДЛЯ ТОЧНОГО РАСЧЕТА ОДНОПРОЛЕТНЫХ ВИСЯЧИХ МОСТОВ

Основы теории и выводы формул функций влияния Φ_1 , Φ_2 и Φ_3 для расчета всячих мостов с учетом прогибов изложены в нашей статье [2].

Здесь же расчетные формулы приведены без выводов и дано их применение для расчета на определенные положения нагрузок, которые обычно принимаются при отыскании наибольших прогибов или изгибающих моментов.

Вследствие большой трудоемкости расчета рекомендуется пользоваться им после того, как проведен приближенный компоновочный расчет с помощью поправочных коэффициентов (§ 2) и уточнены геометрические харак-

теристики системы и нагрузки на мост. Заметим, что для получения более точных результатов следует производить расчет с возможно большей степенью точности (с помощью арифмометра), так как ряд результатов получается как малая разность двух больших чисел.

К расчетной схеме неприменим принцип независимости действия сил, поэтому на каждый вид загрузки расчет должен производиться заново, начиная с определения распора от временной нагрузки.

Последовательность расчета:

1) Уточняются величины распора от временной нагрузки и коэффициента деформируемости по формулам (25, 26) § 2.

2) По найденному коэффициенту r определяется функция α :

$$\alpha = \frac{\int \Phi_3 d\lambda}{\omega_0 + \Phi_2}, \quad (27)$$

где ω_0 — см. формулу (2).

$$\Phi_3 = \frac{1}{r^3} \left[\frac{r}{12} + \frac{2(\operatorname{ch} r - 1)}{r^2 \operatorname{sh} r} - \frac{1}{r} \right]. \quad (28)$$

Числовые значения гиперболических функций, кубы, квадраты и обратные величины — см. [3].

Для каждого вида загрузки Φ_3 вычисляется заново, так как меняется величина коэффициента деформируемости. Нами вычислены величины функции Φ_3 в зависимости от r и приведены в табл. 6.

Выражение $\int \Phi_2 d\lambda$ — зависит от вида загрузки, см. формулы (30, 35, 44, 49).

3) Определив α по формуле (27), находим распор от временной нагрузки:

$$H_0 = p \alpha l \text{ — распределенная нагрузка, (29)}$$

$$H_p = P \alpha \text{ — сосредоточенная нагрузка (29')}$$

и уточняем r по (26).

Если полученная величина r мало отличается от принятого значения в начале расчета, то дальнейшего уточнения не требуется, и последняя величина r принимается за окончательную, в зависимости от которой про-

изводятся вычисления всех функций Φ в формулах изгибающих моментов и прогибов.

Ниже приводятся расчетные формулы для разных случаев загрузки.

Загрузка временной, равномерно распределенной нагрузкой всего пролета

Интеграл в формуле (27):

$$\int_0^1 \Phi_2 d\lambda = \Phi_3, \quad (30)$$

где Φ_3 - см. формулу (28) и табл. 6.

Изгибающий момент в середине пролета:

$$M = pl^2 (1 - \alpha) \Phi_{2(0,5)}'' \quad (31)$$

где α - см. формулы (27 и 30);

$$\Phi_{2(0,5)}'' = \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r \operatorname{ch} \frac{r}{2}} \right); \quad (32)$$

$\Phi_{2(0,5)}''$ для данного нагружения приведена в табл. 6.

Прогиб в середине пролета:

$$y = \frac{pl^4}{EI} (1 - \alpha) \Phi_{2(0,5)}, \quad (33)$$

где α - см. формулы (27 и 30);

$$\Phi_{2(0,5)} = \frac{1}{r^3} \left(\frac{r}{8} - \frac{1}{r \operatorname{ch} \frac{r}{2}} - \frac{1}{r} \right), \quad (34)$$

где: $\Phi_{2(0,5)}$ - см. табл. 6.

Загрузка временной, равномерно распределенной нагрузкой половины пролета — от опоры до середины (см. рис. 1)

Интеграл в формуле (27):

$$\int_0^{0,5} \Phi_2 d\lambda = 0,5\Phi_3, \quad (35)$$

где Φ_3 - см. формулу (28) и табл. 6.

Изгибающий момент в четверти пролета:

$$M = pl^2 \left[\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,25)}'' d\lambda - \alpha \Phi_{2(0,25)}'' \right], \quad (36)$$

$$\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,25)}'' d\lambda = \frac{1}{r^2 \operatorname{sh} r} \left[\operatorname{sh} r - \operatorname{sh} \frac{r}{4} \operatorname{ch} \frac{r}{2} - \operatorname{sh} \frac{3}{4} r \right]; \quad (37)$$

$$\Phi_{2(0,25)}'' = \frac{1}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{\operatorname{ch} \frac{r}{4}}{r \operatorname{ch} \frac{r}{2}} \right). \quad (38)$$

Прогиб в четверти пролета:

$$y = \frac{pl^4}{EI} \left[\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,25)} d\lambda - \alpha \Phi_{2(0,25)} \right]; \quad (39)$$

$$\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,25)} d\lambda = \frac{1}{r^4 \operatorname{sh} r} \left[\frac{r^2 \operatorname{sh} r}{16} + \operatorname{sh} \frac{r}{4} \operatorname{ch} \frac{r}{2} + \operatorname{sh} \frac{3}{4} r - \operatorname{sh} r \right]; \quad (40)$$

$$\Phi_{2(0,25)} = \frac{1}{r^3} \left(\frac{3}{32} r + \frac{\operatorname{ch} \frac{r}{4}}{r \operatorname{ch} \frac{r}{2}} - \frac{1}{r} \right). \quad (41)$$

Амплитуда прогибов:

$$y_a = \frac{pl^4}{EI} \left[\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,25)} d\lambda + \int_0^{0,5} \Phi_{1(0,75)} d\lambda \right], \quad (42)$$

где $\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,25)} d\lambda$ — см. формулу (40) и табл. 6;

$$\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,75)} d\lambda = \frac{1}{r^4 \operatorname{sh} r} \left[\frac{1}{32} r^2 \operatorname{sh} r + \operatorname{sh} \frac{r}{4} \left(1 - \operatorname{ch} \frac{r}{2} \right) \right]. \quad (43)$$

Числовые значения выражений 37, 38, 40, 41 и 43 для данного положения нагрузки в пролете см. по табл. 6.

Значения функций к расчету на равномерно распределенную нагрузку § 3 (в)

r	Значения					
	Φ_3	$\Phi''_{2(0,5)}$	$\Phi_{2(0,5)}$	$\int_0^{0,5} \Phi''_{1(0,25)} d\lambda$	$\Phi''_{2(0,25)}$	$\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,25)} d\lambda$
1	7,590	113,17	11,830	61,95	85,32	4,613
2	5,934	87,99	9,253	47,81	67,32	3,677
3	4,363	63,87	6,792	37,63	49,96	2,764
4	3,185	45,89	4,945	29,43	36,87	2,067
5	2,365	33,48	3,661	23,25	27,68	1,570
6	1,799	25,02	2,778	18,58	21,29	1,219
7	1,455	19,18	2,160	14,91	16,43	0,967
8	1,119	14,95	1,718	12,47	13,72	0,782
9	0,910	12,07	1,394	10,40	11,03	0,643
10	0,753	9,865	1,151	8,772	9,174	0,537
№ формул	28	32	34	37	38	40

Загружение сосредоточенной нагрузкой, расположенной в середине пролета

Интеграл в формуле (27):

$$\int \Phi_2 d\lambda = \Phi_{2(0,5)}, \quad (44)$$

где $\Phi_{2(0,5)}$ — см. формулу (34) и табл. 6.

Изгибающий момент под нагрузкой — в середине пролета

$$M = Pl[\Phi''_{1(0,5)} - \alpha \Phi''_{2(0,5)}], \quad (45)$$

где α — см. формулу (27, 28, 34, 44);

$$\Phi''_{1(0,5)} = \frac{\text{sh}^2 \frac{r}{2}}{r \text{sh } r}; \quad (46)$$

$\Phi''_{1(0,5)}$ — см. табл. 6;

$\Phi''_{2(0,5)}$ — см. формулу (32) и табл. 6.

Таблица 6

ленную и сосредоточенную нагрузки по точному спогысячных долях)

функций							Примечания	
$\Phi_{2(0,25)}$	$\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,75)} d\lambda$	$\Phi''_{1(0,5)}$	$\Phi_{1(0,5)}$	$\Phi''_{1(0,25)}$	$\Phi_{1(0,25)}$	$\Phi_{1(0,75)}$		
8,430	3,823	231,06	18,940	176,75	10,741	8,206	Табличные значения функций нужно умножить на 0,01	
6,608	2,935	190,40	14,900	152,95	8,633	6,266		
4,866	2,102	150,86	11,016	128,32	6,553	4,431		
3,555	1,489	120,51	8,093	107,85	4,978	3,115		
2,643	1,073	98,66	6,051	91,74	3,830	2,223		
2,013	0,794	82,91	4,641	79,17	3,009	1,612		
1,571	0,605	71,32	3,647	69,01	2,412	1,234		
1,254	0,465	62,45	2,930	61,35	1,971	0,959		
1,021	0,378	55,55	2,400	55,00	1,636	0,764		
0,846	0,309	50,00	2,000	49,66	1,379	0,622		
41	43	46	48	51	53	55		—

Прогиб в середине пролета:

$$y = \frac{Pl^3}{EI} [\Phi_{1(0,5)} - \alpha \Phi_{2(0,5)}], \quad (47)$$

где α — см. формулу (27, 28, 34, 44);

$$\Phi_{1(0,5)} = \frac{1}{r^3} \left(\frac{r}{4} - \frac{\operatorname{sh}^2 \frac{r}{2}}{\operatorname{sh} r} \right). \quad (48)$$

Функция $\Phi_{1(0,5)}$ приведена в табл. 6;
 $\Phi_{2(0,5)}$ — см. формулу (33) и табл. 6.

Загружение сосредоточенной нагрузкой, расположенной в четверти пролета

Интеграл в формуле (27):

$$\int \Phi_2 d\lambda = \Phi_{2(0,25)}. \quad (49)$$

Числовые значения (49), равные выражению (41), см. в табл. 6.

Изгибающий момент в четверти пролета:

$$M = Pl [\Phi_{1(0,25)}'' - \alpha \Phi_{2(0,25)}''], \quad (50)$$

где α — см. формулы (27, 28, 49);

$$\Phi_{1(0,25)}'' = \frac{1}{r} \times \frac{\text{sh} \frac{r}{4}}{\text{sh} r} \text{sh} \frac{3}{4} r; \quad (51)$$

$\Phi_{1(0,25)}''$ — см. табл. 6;

$\Phi_{2(0,25)}''$ — соответствует выражению (38), числовые значения приведены в табл. 6.

Прогиб под нагрузкой в четверти пролета:

$$y = \frac{Pl^3}{EI} [\Phi_{1(0,25)} - \alpha \Phi_{2(0,25)}], \quad (52)$$

где α — см. формулы (27, 28, 49);

$$\Phi_{1(0,25)} = \frac{1}{r^3} \left(\frac{3}{16} r - \frac{\text{sh} \frac{r}{4}}{\text{sh} r} \text{sh} \frac{3}{4} r \right), \quad (53)$$

$\Phi_{1(0,25)}$ — см. табл. 6;

$\Phi_{2(0,25)}$ — см. формулу (49) и табл. 6.

Амплитуда прогибов:

$$y_n = \frac{Pl^3}{EI} [\Phi_{1(0,25)} - \Phi_{1(0,75)}], \quad (54)$$

где $\Phi_{1(0,25)}$ — см. формулу (53) и табл. 6;

$$\Phi_{1(0,75)} = \frac{1}{r^3} \left(\frac{3}{16} r - \frac{\text{sh}^2 \frac{r}{4}}{\text{sh} r} \right), \quad (55)$$

$\Phi_{1(0,75)}$ — см. табл. 6.

Пример 3.

Пользуясь формулами точного расчета, определить величины изгибающих моментов и прогибов всякого моста по данным примеров 1 и 2.

1. Загружение моста временной нагрузкой $p = 2$ т/м, равномерно распределенной по всему пролету

Уточнение величины распора от временной нагрузки и коэффициента деформируемости, см. § 2.

Из примера 2 $r = 4,58$; $\omega = 400$, следовательно, $m_n = 0,9710$ (по табл. 1).

По формуле (25)

$$H_p = m_n H_{op} = 0,9710 \times 276,47 = 268,45 \text{ т.}$$

По формуле (26)

$$r = 140 \sqrt{\frac{268,45 + 1120}{1,3 \times 10^6}} = 4,577.$$

Функцию α находим по формулам (27, 28, 30):

$$\Phi_3 = \frac{1}{4,577^3} \left[\frac{4,577}{12} + \frac{2(48,616 - 1)}{4,577^2 \times 48,606} - \frac{1}{4,577} \right] = 2,6748 \times 10^{-3}.$$

Гиперболические функции — см. [3]

$$\frac{1}{\omega_0} = 0,1061 \times 10^{-3} \text{ (см. пример 1):}$$

$$\alpha = \frac{2,6748 \times 10^{-3}}{0,1061 \times 10^{-3} + 2,6748 \times 10^{-3}} = 0,96184;$$

$$H_p = p \alpha l = 2 \times 0,96184 \times 140 = 269,32 \text{ т.}$$

$$r = 140 \sqrt{\frac{269,32 + 1120}{1,3 \times 10^6}} = 4,577.$$

Следовательно, $r = 4,577$ принимается за окончательное значение коэффициента деформируемости.

Изгибающий момент в середине пролета, см. формулы (31, 32):

$$\Phi_2^{(0,5)} = \frac{1}{4,577} \left(\frac{1}{4,577} - \frac{1}{4,577 \times 4,9807} \right) = 38,15 \times 10^{-3};$$

$$M = 2 \times 140^2 (1 - 0,96184) 38,15 \times 10^{-3} = 57,07 \text{ тм.}$$

Прогиб в середине пролета, см. формулы (33, 34):

$$\Phi_{2(0,5)} = \frac{1}{4,577^3} \left[\frac{4,577}{8} + \frac{1}{4,577 \times 4,9807} - \frac{1}{4,577} \right] = 4,146 \times 10^{-3};$$

$$y = \frac{2 \times 140^3}{1,3 \times 10^6} (1 - 0,96184) 4,146 \times 10^{-3} = 0,093 \text{ м.}$$

2. Загружение временной равномерно распределенной нагрузкой $p = 2 \text{ т/м}$ половины пролета — от опоры до середины (см. рис. 1)

Уточняем H_p и r .

Из примера 2 $r = 4,35$; $\omega = 400$. Поправочный коэффициент к распуру по табл. 1 равен: $m_n = 0,9709$;

$$H_p = m_n H_{op} = 0,9709 \times 138,24 = 134,22 \text{ т.}$$

По формуле (26):

$$r = 140 \sqrt{\frac{134,22 + 1120}{1,3 \times 10^6}} = 4,3498. \text{ Принимаем } r = 4,35.$$

Функцию α находим по формулам (27, 28, 35). Подставляя в формулу (28) $r = 4,35$, получим $\Phi_2 = 2,8613 \times 10^{-3}$.

$$\alpha = \frac{0,5 \times 2,8613 \times 10^{-3}}{0,1061 \times 10^{-3} + 2,8613 \times 10^{-3}} = 0,48214;$$

$$H_p = p \alpha l = 2 \times 0,48214 \times 140 = 135 \text{ т;}$$

$$r = 140 \sqrt{\frac{135 + 1120}{1,3 \times 10^6}} = 4,35.$$

Расчетное значение коэффициента деформируемости принимается $r = 4,35$.

Изгибающий момент в четверти пролета получим по формулам (36, 37, 38):

$$\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,25)}^* d\lambda = \frac{1}{4,35^2 \times 38,733} [38,733 - 1,3149 \times \\ \times 4,4579 - 13,0382] = 27,058 \times 10^3;$$

$$\Phi_{2(0,25)}^* = \frac{1}{4,35} \left(\frac{1}{4,35} - \frac{1,6519}{4,35 \times 4,4579} \right) = 33,265 \times 10^{-3};$$

Результаты вычислений примеров 1, 2 и 3

Вид загрузки	Величины изгибающих моментов и их отклонение от результатов примера 3			Величины прогибов и их отклонение от результатов примера 3			Величины амплитуд прогибов и их отклонение от результатов примера 3		
	пример 1	пример 2	пример 3	пример 1	пример 2	пример 3	пример 1	пример 2	пример 3
Распределенная нагрузка по всему пролету	61,74 тм + 8,1%	56,74 тм - 0,6 %	57,07 тм —	0,097 м + 4,3%	0,093 м 0,0%	0,093 м —	— —	— —	— —
Распределенная нагрузка на половине пролета	635,8 тм + 45,5%	433,0 тм + 0,4%	431,4 тм —	0,276 м + 40,8%	0,196 м 0,0%	0,196 м —	0,480 м + 47,7%	0,324 м - 0,3%	0,325 м —
Сосредоточенная нагрузка в середине пролета	320,0 тм + 12,0%	286,4 тм + 0,2%	285,8 тм —	0,062 м + 14,8%	0,053 м - 1,9%	0,054 м —	— —	— —	— —
Сосредоточенная нагрузка в четверти пролета	473,0 тм + 26,2%	375,6 тм + 0,3%	374,6 тм —	0,127 м + 35,2%	0,094 м 0,0%	0,094 м —	0,218 м + 42,5%	0,151 м - 1,3%	0,153 м —

$$M = 2 \times 140^2 (27,058 \times 10^{-3} + 0,48214 \times 33,265 \times 10^{-3}) = 431,4 \text{ тм.}$$

Прогиб в четверти пролета определим по формулам (39, 40, 41):

$$\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,25)} d\lambda = \frac{1}{4,35^2 \times 38,733} \left[\frac{4,35^2 \times 38,733}{16} + 1,3149 \times 4,4579 + 13,0382 \cdot 38,733 \right] = 1,8731 \times 10^{-3};$$

$$\Phi_{2(0,25)} = \frac{1}{4,35^3} \left[\frac{3}{32} \cdot 4,35 + \frac{1,6519}{4,35 \times 4,4579} + \frac{1}{4,35} \right] = 3,1964 \times 10^{-3}.$$

$$y = \frac{2 \times 140^4}{1,3 \times 10^6} (1,8731 \times 10^{-3} + 0,48214 \times 3,1964 \times 10^{-3}) = 0,196 \text{ м.}$$

По формулам (40, 42, 43) находим амплитуду прогибов:

$$\int_0^{0,5} \Phi_{1(0,75)} d\lambda = \frac{1}{4,35^2 \times 38,733} \left[\frac{4,35^2}{32} \times 38,733 + 1,3149 (1 + 4,4579) \right] = 1,3235 \times 10^{-3};$$

$$y_a = \frac{2 \times 140^4}{1,3 \times 10^6} (1,8731 \times 10^{-3} + 1,3235 \times 10^{-3}) = 0,325 \text{ м.}$$

Аналогично производится определение изгибающих моментов и прогибов от действия сосредоточенной нагрузки в середине и четверти пролета.

В табл. 7 приведены результаты примеров 1, 2, 3 и отклонения результатов, полученных приближенными методами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильясевич С. А. Городские мосты. Гос. транспортно-техническое изд-во, 1937.
2. Кирсанов Н. М. Расчет однопролетных висячих мостов с учетом прогибов. Сборник трудов МИСИ, № 10, 1955.
3. Сегал Б. И., Семендяев К. А. Пятизначные математические таблицы. Изд-во Академии наук СССР, 1950.
4. Стрелецкий М. С. Металлические конструкции, ч. III. Гос. изд-во строительной литературы, 1944.
5. Цаплин С. А. Висячие мосты. Дориздат, 1949.