Т.Р. РАШИДОВ, С.В. КУЗНЕЦОВ, Б.М. МАРДОНОВ, И. МИРЗАЕВ

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ СЕЙСМОДИНАМИКИ СООРУЖЕНИЙ





Книга 1.

ТАШКЕНТ – 2019

АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ И СЕЙСМОСТОЙКОСТИ СООРУЖЕНИЙ им. М.Т. УРАЗБАЕВА

Т.Р. РАШИДОВ, С.В. КУЗНЕЦОВ, Б.М. МАРДОНОВ, И. МИРЗАЕВ

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ СЕЙСМОДИНАМИКИ СООРУЖЕНИЙ

Книга 1

ДЕЙСТВИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН НА ПОДЗЕМНЫЙ ТРУБОПРОВОД И ФУНДАМЕНТЫ СООРУЖЕНИЙ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ГРУНТОВОЙ СРЕДОЙ

ТАШКЕНТ – 2019

УДК : 624.042.7:699.841 ББК :26.34(5У3б) Р-28

Т.Р. Рашидов, С.В. Кузнецов, Б.М. Мардонов, И. Мирзаев. Прикладные задачи сейсмодинамики сооружений. Книга 1. Действие сейсмических волн на подземный трубопровод и фундаменты сооружений, взаимодействующих с грунтовой средой-Ташкент.: «Navro'z», 2019, 268с.

Монография посвящена прикладным задачам сейсмодинамики сооружений, взаимодействующих с грунтом. Изложены постановки задач и разработаны эффективные методы их решения. Основное внимание уделено вопросам влияния механических свойств окружающей среды на поведение подземного сооружения и контактных сил взаимодействия с грунтом на формирование волнового поля в теле сооружения. Описан алгоритм решения нелинейных задач, описывающих работу конструктивных элементов сейсмоизоляции по билинейной модели деформирования. Показаны возможность снижения интенсивности поверхностных сейсмических волн установкой барьеров, а также защита зданий от вибраций, возникающих от поездов метрополитена и железнодорожного транспорта.

Монография предназначена для молодых инженеров, научных сотрудников, занимающихся вопросами защиты различных объектов от действия сейсмических нагрузок, и магистров высших технических образовательных учреждений, специализирующихся по динамике сооружений.

Монография грунт билан ўзаро таъсирдаги иншоотлар сейсмодинамикасининг амалий масалаларига бағишланган. Бу масалаларнинг қўйилиши келтирилган ва уларни ечишнинг самарали усуллари ишлаб чиқилган. Иншоотда тўлқинларнинг шаклланиши ва тарқалиш жараёнларига ташқи муҳит механик хоссалари ва иншоот билан муҳитнинг ўзаро таъсир қонуниятлари таъсирини баҳолашга асосий эътибор қаратилган. Сейсмик ҳимоялаш конструктив элементларининг деформацияланиши ночизиқли модели учун масалаларни ечиш алгоритми келтирилган. Тўсиқлар қўйиш орқали сейсмик тўлқинлар кучини камайтириш мумкинлиги кўрсатилган, ҳамда биноларни метрополитен поездлари ва темир йўл транспортидан пайдо бўладиган вибрациялардан ҳимоялаш масалалари қаралган.

Монография турли иншоотларни сейсмик кучлар таъсиридан химоялаш масалалари билан шуғулланадиган ёш муҳандислар, илмий ходимлар ва олий техника ўқув юртларининг иншоотлар динамикаси мутахассислиги магистрлари учун мўлжалланган.

The monograph is devoted to applied problems of seismic dynamics of structures interacting with soil. The statements of the problems are stated and effective methods to solve them are developed. The main attention is paid to the effect of mechanical properties of the environment on the behavior of underground structures and on the contact forces of interaction with soil, on the formation of a wave field in the body of the structure. An algorithm for solving nonlinear problems describing the work of the structural elements of seismic isolation using a bilinear model of deformation is described.

The possibility of reducing the intensity of surface seismic waves by installing barriers, and the protection of buildings from vibrations arising from metro trains and railway transport, is shown.

The monograph is aimed for young engineers, researchers, dealing with the protection of various objects from the effects of seismic loads, and masters of higher technical educational institutions specializing in structure dynamics.

Ответственный редактор:

доктор технических наук, профессор, академик АН РУз Т.Р. Рашидов

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор *А.А. Ишанходжаев* доктор физико-математических наук, профессор *А. Абдусаттаров*

Рекомендовано к печати решением Научного совета Института механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз.

ISBN 978 9943 565 56 2

© Изд-во «Navro`z», 2019.

Предисловие

Предлагаемая вниманию читателя монография включает труды самих авторов и других исследователей, выполненные в разное время. Она предназначена, в первую очередь, для молодых инженеров и исследователей, занимающихся вопросами защиты различных объектов от действия сейсмических нагрузок. Авторы монографии поставили цель – изложить постановку часто встречающихся прикладных задач сейсмодинамики подземных сооружений и разработать эффективные методы их решения. Рассмотрение таких задач и анализ их решения вызваны необходимостью:

1. разработки вследствие интенсивного роста строительства сооружений и систем жизнеобеспечения в сейсмических районах республики эффективных методов защиты зданий и сооружений от действия сейсмических нагрузок, в том числе использования барьеров для гашения энергии сейсмических волн;

2. разработки методов численного решения задач сейсмодинамики зданий и сооружений с сейсмоизоляцией, взаимодействующих с грунтом;

3. создания комплекса программ для расчетов конструкций зданий и подземных сооружений с учетом элементов сейсмоизоляции на действие набора реальных записей землетрясений.

Вышеуказанные и другие проблемы составляют основу выбранных авторами тем прикладных задач сейсмодинамики сооружений.

В свое время в предисловии к монографии Т.Рашидова «Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений» (Ташкент: Фан, 1973) член-корреспондент АН СССР А.А. Ильюшин отмечал непреодолимую трудность решения задач динамики подземных сооружений при взаимодействии их с сейсмическими волнами и применимости в практических расчетах сейсмодинамической теории подземных сооружений.

Издание этой монографии связано с совместной работой специалистов Института механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева АН РУз, Института проблем механики и Института проблем машиностроения АН РФ по международному гранту.

В настоящей монографии основное внимание уделено вопросам влияния механических свойств окружающей среды на поведение подземного сооружения (трубопровод, фундаментная часть здания), контактных сил взаимодействия с грунтом на формирование волнового эффекта в теле сооружения. В ней приведен обзор отечественных и отдельных зарубежных исследований, связанных с проблемой сейсмоизоляции зданий и сооружений. Изучены вопросы волнового взаимодействия элементов подземных конструкций с комплексами волновых полей (типа Лява, Стоунли и др.) в слоистых средах, обладающих реологическими свойствами. Дана формулировка различных конкретных задач и алгоритмов их решения, выявлено влияние краевых условий, направления и амплитудно-частотного состава сейсмических волн на исследуемые объекты. На основе разработанных моделей взаимодействия «трубопровод – грунт» рассмотрены задачи продольных и поперечных колебаний конечных и бесконечных трубопроводов при обтекании их волнами Рэлея и Стоунли. Выявлен эффект концентрации основной части энергии волн в подземном протяженном сооружении в области действия волны в грунте.

Сделан обзор исследований по вопросам сейсмозащиты объектов с элементами сейсмоизоляции и барьерами от сейсмических волн. Описан алгоритм решения нелинейных задач, описывающих работу конструктивных элементов сейсмоизоляции по билинейной модели деформирования. Приведены сравнительные результаты расчетов в графическом виде. В выполнении указанных исследований принимала участие к.т.н., доцент Д.Ф. Руми.

Показана возможность снижения интенсивности поверхностных сейсмических волн установкой барьеров на основе решения плоской и пространственной задач динамической теории упругости методом конечных элементов. Предложены рекомендации по выбору размеров барьера и расстояния от защищаемого объекта.

Отдельная глава посвящена защите зданий от вибраций, возникающих от поездов метрополитена и железнодорожного транспорта. Материал этой главы представлен д.т.н., проф. Ш.С. Юлдашевым.

Приложение монографии в виде буклета содержит результаты фундаментальных и прикладных исследований, выполненных в лаборатории «Сейсмодинамика подземных сооружений, оснований и фундаментов» за 2003 – 2018 гг. по направлениям «Развитие сейсмодинамической теории подземных сооружений» и «Проблемы снижения сейсмического риска в Узбекистане». Приложение подготовлено старшим научным сотрудником, заместителем директора института Д.А. Бекмирзаевым.

Авторы монографии приносят свою благодарность за техническое оформление и подготовку к выпуску монографии старшим научным сотрудникам лаборатории «Сейсмодинамика подземных сооружений, оснований и фундаментов» Института механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т.Уразбаева АН РУз Е.В. Ан и Н.А. Нишонову.

Глава 1. Сейсмические воздействия. Типы поверхностных волн

Воздействие – сейсмические волны. Порождаемые землетрясениями продольные и поперечные сейсмические волны распространяются во все стороны от очага подобно звуковым волнам. Около дневной поверхности и на границах слоев земли от продольных и поперечных волн формируются поверхностные волны. Инструментальные записи колебаний поверхности земли представляют собой сейсмограммы землетрясения, т.е. изменение по времени перемещений в вертикальном и по двум горизонтальным направлениям.

Для наглядности приведем пример записи акселерограммы землетрясения El Centro, California, 18 мая 1940 г. и вычисленные на ее основе скорости и перемещения (рис. 1.1) [1].



Рис. 1.1. Акселерограмма, велосиграмма и сейсмограмма землетрясения El Centro, California, 18 мая 1940 г.



Рис. 1.2. Акселерограмма, велосиграмма и сейсмограмма землетрясения Чили, 27 февраля 2010 г. (ускорение a_{max} =683.735 см/с²; скорость v_{max} =37.547 см/с; перемещение u_{max} =7.046 см) с продолжительностью 180 с



Рис. 1.3. Акселерограмма, велосиграмма и сейсмограмма землетрясения Cerro Prieto, California, 6 февраля 1987 г. (ускорение $a_{max} = -850.825$ см/с²; скорость $v_{max} = -54.183$ см/с; перемещение $u_{max} = 9.259$ см) с продолжительностью 39.98 с

На рис. 1.2 – 1.3 приведены только в одном направлении записи акселерограмм, велосиграмм и сейсмограмм землетрясений, произошедших в Чили и Калифорнии. Сравнение их с рис. 1.1 показывает, что интегрирование

акселерограммы вносит определенные ошибки при вычислении велосиграммы и сейсмограммы. Поэтому в расчетах, когда используется перемещение как заданная величина, желательно пользоваться реальными записями сейсмограмм. Сравнение рис. 1.2 и 1.3 с учетом масштабов наглядно показывает, что разные землетрясения имеют разные максимальные амплитуды и разные спектральные составы частот. В связи с этим в расчетах необходимо использовать набор записей землетрясений с разными амплитудно-частотными характеристиками.

Продолжительность сейсмического воздействия может составлять от десятков секунд до нескольких минут. Балльность землетрясения зависит не только от максимальной амплитуды ускорения, но и от спектра частот акселерограммы. Дальние землетрясения имеют небольшие амплитуды ускорений, а также низкие спектры частот, ближние сильные землетрясения, наоборот, – большие амплитуды ускорений и сравнительно высокие спектры частот.

От дальних землетрясений приходят сейсмические волны в виде поверхностных волн Рэлея, имеющих сложный характер движения частиц грунта. Энергия от землетрясения с расстоянием затухает, и, следовательно, землетрясения, происходящие на очень дальних расстояниях от исследуемых объектов, не опасны для них.

Измерениями установлено преобладание горизонтальных ускорений поверхностных волн над вертикальными ускорениями. Обратное имеет место только в относительно небольшой эпицентральной зоне землетрясения. На практике соотношение вертикального ускорения к горизонтальному (V/H) принимается равным 2/3; 1/2; 0. Первое значение применяется при проектировании оборудования тепловых электростанций (ТЭС), второе – для строительных конструкций атомных электростанций (АЭС), а последнее значение – в строительстве различных типов каркасных и кирпичных зданий. Соотношения V/H, заложенные в трехкомпонентные аналоговые акселерограммы, определяются техническим заданием на проектирование.

Однако, чаще наибольшие разрушения происходят все же не в эпицентре землетрясений, а на некотором удалении от него и на значительно более обширных территориях, где еще велика общая интенсивность колебаний. На объект будут действовать продольные и сдвиговые волны, поверхностные волны Рэлея и Лява. И, как известно, именно поверхностные волны вызывают самые сильные разрушения зданий в результате горизонтальных и вертикальных смещений земной поверхности под сооружением.

1.1. Основные типы поверхностных акустических волн

1.1.1. Рэлеевские волны

Рэлеевские волны, обнаруженные лордом Рэлеем [2], распространяются на плоской поверхности полупространства и экспоненциально затухают с глубиной. Эти волны передают наибольшую сейсмическую энергию и приводят к самым серьезным повреждениям при землетрясениях. В то же время исследования распространения интерфейсных волн в многослойных системах на упругом (в общем случае анизотропном) полупространстве показывают, что при определенных соотношениях между упругими модулями слоев и контактирующего с ним полупространства появляются так называемые запрещенные направления, по которым не могут распространяться поверхностные волны, которые тщательно изучены как экспериментально, так и численно в работах [3 – 5]. Естественно, что эти направления зависят от вида упругой анизотропии субстрата и расположенных над ним слоев. Такие гетерогенные материалы, состоящие из системы анизотропных слоев, покоящихся на анизотропном субстрате (последний является моделью части земной поверхности, по которой распространяется рэлеевская волна), могут служить альтернативой созданию шероховатых поверхностей для защиты от сейсмических воздействий.

1.1.2. Волны Стоунли

Волны Стоунли были введены Стоунли [6] и проанализированы в работах [7, 8]. Эти волны распространяются на границе раздела между двумя контактирующими полупространствами.

В отличие от волн Рэлея волны Стоунли могут распространяться только в том случае, если материал удовлетворяет особым (очень ограничительным) условиям существования в контактирующих полупространствах. Эти условия изучены в работах [9, 10].

В последние годы начали развиваться методы, связанные с модификацией поверхностного слоя грунта для повышения его несущей способности [11 – 13], при статическом нагружении. Также имеется работа по исследованию упрочнения грунтов при динамических воздействиях [14].

На основе многочисленных теоретических и экспериментальных исследований, проводившихся на протяжении 70 – 90-х годов прошлого века в работах В.L. Kennett [15, 16], А.К. Mal [17], F. Simons и др. [18], было обнаружено, что при сейсмической активности наряду с волнами Рэлея могут распространяться волны Лява. Причем в ряде случаев именно сдвиговые волны Лява оказываются ответственными за катастрофические разрушения при землетрясениях, а методы защиты от рэлеевских волн, использующие концепцию шероховатой границы, становятся неэффективными в случае распространения волн Лява, ввиду существенной дисперсии последних. В случае волн Лява, по-видимому, единственно приемлемым способом защиты оказывается модификация поверхностного слоя.

1.1.3. Волны Лява и SH волны

Волны Лява – упругая волна с горизонтальной поляризацией, которая может быть как объёмной, так и поверхностной. Названа в честь английского математика Огастеса Эдварда Хафа Лява (*Augustus Edward Hough Love*), исследовавшего этот тип волн в приложении к сейсмологии в 1911 г. Если полупространство, заполненное однородной изотропной средой, покрыто тон-

ким слоем материала со скоростью звука меньшей, чем в объёме, то возникает поверхностная волна с затухающей амплитудой [19].

SH волны похожи на волны Лява в поляризации, но отличаются отсутствием контактирующего полупространства. На внешних поверхностных слоях пластины можно сформулировать различные граничные условия [20, 21]. В отличие от волн Лява SH волны существуют при любой комбинации упругих свойств контактирующих слоев.

Можно также рассмотреть комбинации волн Лява и SH волн. Это соответствует горизонтально поляризованной волне, распространяющейся в слоистой системе, состоящей из нескольких слоев, контактирующих с полупространством. Анализ условий распространения для такой системы может быть осуществлен путем применения метода матрицы переноса [22, 23], известного также как метод Томсона – Хаскелла или метод глобальной матрицы, который разработал L. Knopoff [24].

Наблюдения показали, что волны Лява и комбинированные с волнами Лява SH волны вместе с волнами Рэлея и Рэлея – Лэмба играют самую важную роль в преобразовании сейсмической энергии при землетрясениях (например, работы [25, 26]).

1.1.4. Волны Лэмба и Рэлея – Лэмба

Волны Лэмба [27] представляют собой дисперсионные волны, распространяющиеся в слоистой пластине, контактирующей с (однородным) полупространством. Такая слоистая структура похожа на ту, где распространяются волны Лява или комбинированные волны Лява – SH, но волны Рэлея – Лэмба явно отличаются от волн Лява в поляризации. Известно, что волны Лэмба могут распространяться при любой анизотропии слоя и при отсутствии силы сцепления, при жестко закрепленных или смешанных граничных условиях на внешней поверхности пластины [28, 29]. Тот же результат можно экстраполировать на слоистую пластину, содержащую несколько анизотропных однородных слоев в контакте [30].

Волны Рэлея – Лэмба в изотропных средах поляризуются в сагиттальной плоскости (воображаемая вертикальная плоскость), определяемой векторами v (нормаль к средней плоскости) и n (направление распространения), как волны Лэмба и Рэлея. В настоящее время теоретические исследования по развитию продольных сейсмических барьеров для волн Рэлея – Лэмба сосредоточены на следующем: 1) определении условий физических свойств внешнего слоя для предотвращения распространения волн Рэлея – Лэмба и 2) постановке задачи минимизации амплитуд прогибов или ускорений движущейся волны Рэлея – Лэмба путем изменения физических свойств внешнего слоя.

1.1.5. Солитоноподобные волны

Волны Лява, SH волны и волны Рэлея – Лэмба характеризуются как длинные и могут возникать при взрыве и подземных ударах. Однако с сейсмическими и вибрационными поверхностными волнами связан еще один малоизученный феномен – распространение в твердых телах солитоноподобных акустических поверхностных волн. Солитоноподобные волны – это волны Лэмба при сверхмалых частотах. Возможность распространения в земной коре солитонов позволяет по-новому трактовать проблемы внезапного и кажущегося необъяснимым разрушения некоторых зданий и сооружений. Важность изучения условий возникновения и распространения солитоноподобных волн, а также методов защиты от них подчеркивается тем обстоятельством, что эти волны могут иметь техногенную природу, так как для их возбуждения требуется весьма немного энергии (энергия возбуждения акустических волн пропорциональна квадрату фазовой частоты, а для солитонов фазовая частота близка к нулю).

В последнее время исследованиями солитоноподобных SH волн занимались Djeran-Maigre и S. Kuznetsov [31]. Ими обнаружено, что условия остановки распространения этих волн в основном такие же, как и для истинных SH-волн.

1.2. Методы снижения воздействия сейсмических сил

Основу нормативных документов по сейсмостойкому строительству составляет спектральная теория сейсмостойкости, основанная на статических расчетах сооружений как упругих консольных систем. Однако выполнение регламентируемых нормами требований, касающихся качества материалов, правильного объемно-планировочного решения конструкции и спектрального (статического) расчета конструкции, является условием необходимым, но недостаточным для обеспечения сейсмостойкости сооружения при сейсмическом (динамическом) воздействии.

Объяснением вышеуказанного являются следующие факторы. В результате сейсмического воздействия, особенно в высоких зданиях, проявляется эффект, связанный с инерцией, когда фундамент смещается вместе с основанием, а верхняя часть сооружения, согласно закону сохранения количества движения центра масс, отклоняется в противоположную сторону, вызывая потерю устойчивости здания. Следующий пример – это возникновение резонансного режима при совпадении частот сейсмического воздействия и собственных частот сооружения, который также может вызвать разрушение конструкции даже при соблюдении высокого качества строительных работ. И наконец, использование консольной модели не учитывает горизонтальные и вертикальные деформации, которые возможны при несинхронном движении здания в плане.

Для регионов, имеющих такой дополнительный фактор как сейсмическая активность района, необходимо использовать специальные решения сейсмозащиты для сохранения особо важных объектов от возможных землетрясений. Это позволит сохранить жизни людей, снизить экономические затраты и сэкономить время для восстановления объектов.

Глава 2. Анализ существующих способов сейсмозащиты и рекомендации

Один из наиболее перспективных методов повышения сейсмоустойчивости сооружений – это их сейсмоизоляция. Сейсмоизолирующие устройства могут быть элементами самой конструкции или внешними по отношению к конструкции. Основной задачей сейсмоизолирующих устройств является снижение уровня энергии действующей сейсмической волны, передаваемой к элементам конструкции.

Специалистами предложены различные способы сейсмоизоляции сооружений. До недавнего времени проектирование зданий и сооружений в сейсмических районах развивалось по двум направлениям, отвечающим двум основным принципам сейсмозащиты, – пассивной и активной сейсмоизоляции. На сегодняшний день развивается третий принцип – метод сейсмических барьеров.

2.1. Отечественный и зарубежный опыт систем пассивной и активной сейсмозащиты зданий

Сейсмоизоляция подразумевает существенное снижение сейсмического воздействия на часть сооружения, расположенную выше фундамента, путем установки каких-либо систем или элементов между этой частью сооружения и фундаментом.

Идеи сейсмоизоляции зданий зародились еще в глубокой древности. Примером этому служит предназначавшийся для сейсмоизоляции Дом на шарах, изображенный в книге древнего римского зодчего Витрувия [32]. В некоторых случаях строители с целью ослабить действие землетрясений на сооружения пытались изолировать здания от их основания путем устройства мягких прокладок на уровне верха фундамента. Спокон веков в Средней Азии при строительстве зданий использовали: синч (деревянный каркас), который обеспечивает сухое трение с заполнителем из кирпича-сырца и допускает большие перемещения узлов без разрушения здания в целом; некоторые монументальные сооружения строились на песчаных подушках, затем на подушках из чистой глины; в основаниях стен прокладывались мягкие камышовые прослойки, которые уменьшают сейсмическую нагрузку за счет сухого трения; материалы стен сооружения имели повышенную вязкость. Здесь следует отметить, что отдельные виды грунтов нашего региона сами по себе обладают некоторыми демпфирующими свойствами, что, как представляется, нужно рационально и правильно использовать. Однако, будучи спрессованными тяжелой кладкой стен и старея со временем,

эти слои вряд ли надежно могут служить сейсмозащитной цели для сооружений и зданий.

Принципы пассивной сейсмозащиты более традиционны, широко известны и направлены на обеспечение восприятия дополнительных усилий, вызываемых сейсмическими воздействиями. Принципам пассивной сейсмозащиты отвечает также целый ряд конструктивных мероприятий, регламентируемых положениями КМК [33]. Использование методов и средств пассивной сейсмической защиты обусловлено тем, что при этом характер работы и сама несущая система защищаемого объекта не изменяются.

Начало и интенсивное развитие исследований систем активной сейсмозащиты и их использование в строительстве зданий и сооружений датируется началом прошлого, XX века. После землетрясений в Сан-Франциско и Токио появился интерес к специальным конструкциям подземной части здания, способным уменьшить инерционные силы в их надземных частях. Так, в 1925 г. были опубликованы предложения М. Вискордини по устройству в подземной части зданий катковых опор или колонн со сферическими верхними и нижними опорами.

Анализ систем сейсмоизоляции с выявлением их принципиальных особенностей приведен в [34].

Специалистами предлагаются разнообразные устройства систем сейсмоизоляции и гасителей колебаний, позволяющих погасить энергию колебательного процесса и обеспечить надежную защиту зданий от сейсмических воздействий. Согласно принятой классификации [35, 36], системы активной сейсмозащиты подразделяются на следующие основные группы:

1) применение в чистом виде сейсмоизоляции зданий, которые устраиваются, как правило, в нижних этажах. Это резинометаллические опоры самой различной модификации с низким и высоким демпфированием, с сердечником из свинца, с применением различных материалов. Широко используются также фрикционные скользящие опоры, допускающие проскальзывание с трением надземной части здания при интенсивном воздействии;

2) применение демпфирующих устройств, способствующих поглощению энергии и располагающихся в местах, принимающих основную нагрузку от землетрясения;

3) установка динамических гасителей колебаний (ДГК) на верхнем перекрытии высокого здания, находящегося в эпицентральной зоне землетрясения. В этом случае при преобладающем вертикальном сейсмическом воздействии установка на верхнем перекрытии динамического гасителя может явиться способом сейсмозащиты, более эффективным, нежели сейсмоизоляция фундамента, защищающая здание от горизонтальных воздействий. ДГК эффективен при гашении колебаний резонансного характера в конструкциях, обладающих малым затуханием, и существенно (в 5 – 10 раз) повышает логарифмический декремент колебаний высоких гибких сооружений;

4) использование для высотного строительства, в основном, сочетания сейсмоизоляция – в нижнем этаже, демпферы различных конструкций – по высоте здания и ДГК – наверху для устранения эффекта отражения волн и снижения амплитуд резонансных колебаний.

По принципам конструктивной реализации либо по характеру динамического взаимодействия с защищаемой конструкцией сооружения каждая из этих групп подразделяется на подгруппы. Так, например, системы, реализующие принцип сейсмоизоляции, подразделяются на системы с гибкой нижней частью, на системы с кинематическими, подвесными и скользящими опорами. Адаптивные системы подразделяются на системы с включающимися и с выключающимися связями. Среди систем с повышенным демпфированием различают системы с демпферами вязкого и сухого трения, а также системы с элементами повышенной пластической деформации. Среди систем с гасителями колебаний различают системы с ударными и динамическими гасителями колебаний. Классификация систем активной сейсмозащиты приведена на рис. 2.1.



Рис. 2.1. Классификация систем активной сейсмозащиты

Опишем несколько примеров, реализующих принцип сейсмоизоляции. Преимущества и недостатки различных способов сейсмоизоляции, описанные в [34], приведены далее для каждого способа сейсмоизоляции.

2.1.1. Системы с гибкой нижней частью несущей конструкции здания

Идея сейсмоизоляции зданий с помощью устройства в них первого (или подвального) гибкого этажа основана на представлении, что при землетрясениях сейсмическая реакция зданий с гибкой конструктивной схемой всегда меньше, чем у зданий с жесткой конструктивной схемой.

Начало строительства зданий с гибким первым этажом положено в 1930-е годы на Тихоокеанском побережье США, позже их стали возводить в Италии, Югославии, СССР. При внедрении этой конструкции в практику сейсмостойкого строительства не все ее особенности и не все возможные типы землетрясений были учтены. Последствия ряда землетрясений и анализ записей сильных землетрясений показали возникновение значительных ускорений в области периодов 1 - 2 с, а иногда даже и до 4 - 5 с. В случае расположения зданий с первым гибким этажом в зоне таких землетрясений возможны их катастрофические разрушения, что и произошло в Каракасе в 1967 г. Большие повреждения и разрушения получили каркасные здания без заполнения в первом этаже в Скопле в 1963 г. и Бухаресте в 1977 г. Учитывая, что землетрясения с преобладанием низкочастотных колебаний достаточно редки, здания с гибким первым этажом могут использоваться как средство сейсмоизоляции, но только в сочетании с дополнительными средствами сейсмозащиты. В частности, могут быть применены динамические гасители колебаний, включающиеся или выключающиеся связи, включающиеся демпферы и т. п.

Расчет зданий с гибким первым этажом необходимо выполнять с учетом волнового характера сейсмического воздействия, так как возможны ситуации, когда суммарные сейсмические усилия в некоторых частях здания с гибким первым этажом могут за счет интенсивных вращательных движений даже возрасти по сравнению с обычным зданием.

<u>Принципиальные преимущества и недостатки решений сейсмозащиты</u> <u>с гибким первым этажом</u>: 1) железобетонные не рекомендуются, так как бетон крошится и колонны приходят в негодность; 2) рекомендуются стальные колонны.

2.1.2. Системы с подвесными опорами

Идея гибкой подвески здания для снижения его сейсмической реакции была реализована в ряде проектов. В 1960-е годы в Ашгабате было построено трехэтажное здание с сейсмоизоляцией системы Ф.Д. Зеленкова, где наземные конструкции с помощью тяжей и пружин подвешивались к стенам монолитного фундамента. В отличие от других предложений такая система должна была снижать как горизонтальные, так и вертикальные колебания. Однако опыты Туркменского института сейсмостойкого строительства не подтвердили предполагаемые большие значения периодов собственных колебаний здания, указав на сравнительно большую жесткость конструкции. Похожая конструкция была применена в Испании. Фундамент этой конструкции (рис. 2.2) представляет собой бетонный колодец, к верхней плите которого подвешена на четырех наклонных преднапряженных тяжах железобетонная штата. На эту плиту установлены железобетонные опоры, расположенные под колоннами здания и поверху объединенные железобетонным ростверком. Обе эти конструкции являются очень сложными и дорогими. Так, стоимость сейсмоизоляции системы Ф.Д. Зеленкова составила 24 % от общих затрат. Кроме того, стальные пружины находятся постоянно под напряжением, здание чувствительно к любым динамическим нагрузкам. Поэтому представляется не рациональным рекомендовать сейсмоизоляцию такого типа для внедрения в сейсмостойкое строительство.

К этой же группе систем сейсмоизоляции можно отнести и здания с подвешенными этажами, получившие распространение в практике сейсмостойкого строительства за рубежом. Преимуществами таких зданий являются увеличение доли полезной площади помещений, меньшая чувствительность к неравномерным осадкам фундаментов, снижение объемов работ по возведению фундаментов. Недостатки таких систем остаются теми же, что и для указанных ранее конструктивных решений систем с подвесными опорами. Одним из возможных направлений улучшения системы сейсмоизоляции с подвешенными этажами, повышения ее надежности является применение в перекрытиях узлов сухого трения.





2 – ростверк; 3 – преднапряженный железобетонный тяж; 4 – слой песка;

5 – опора под колонну; 6 – плита под опорой; 7 – верхняя плита колодца

2.1.3 Системы с кинематическими опорами

Сейсмоизолирующие кинематические фундаменты отличаются от других систем сейсмоизоляции тем, что сейсмоизоляция здания осуществляется за счет устройства подвижных элементов между надземной частью и основанием. Кинематические фундаменты (КФ) представляют собой механические устройства, использующие эффекты качения, скольжения, трения и т.д. в различных сочетаниях (рис. 2.3, 2.4). Предложения об использовании и применении в практике сейсмостойкого строительства опор качения кинематического типа представлены в ряде работ.



Рис. 2.3. Конструктивная схема КФ: *1* – КФ; *2* – опорная плита; *3* – ростверк; *4* – шарнирное соединение



Рис. 2.4. Сейсмоизоляционное устройство гравитационного типа

К сейсмоизолирующим фундаментам типа кинематических относятся опоры В.В. Назина, Т.Ж. Жунусова и Ю.Д. Черепинского, А.М. Курзанова и Н.Н. Складнева Сейсмоизолирующая система, И дp. предложенная В.В. Назиным, состоит из фундамента, воспринимающего движение грунта при сейсмическом воздействии и расположенных на фундаменте эллипсоидов вращения. Для того чтобы при сильном землетрясении не возникало колебания надфундаментной части с амплитудой, превышающей допустимую величину, стойки-сфероиды применяются в совокупности с демпфирующими устройствами, включающимися связями, упорами-ограничителями. Здания на таких опорах построены в Петропавловске-Камчатском, Навои, Южно-Сахалинске, Сочи, Иркутске и других сейсмически опасных регионах стран CHL.

<u>К недостаткам данной системы</u> следует отнести высокую трудоемкость и стоимость стоек со сферическими торцами и специальными высокопрочными контактными поверхностями, требующими высокой точности изготовления, присущей скорее машиностроительному производству, чем строительным технологиям. Кроме того, при наклонах стоек возникают существенные местные напряжения, для восприятия которых требуется дополнительная арматура, что приводит к увеличению расхода стали. Все это, а также требования повышенной точности при монтаже способствуют существенному возрастанию и стоимости конструкций.

Заслуживают практического внимания сборные сейсмоизолирующие опоры (СО), включающие опорный блок, стакан, стойку, ростверк и плитудемпфер. Эти опоры запроектированы таким образом, чтобы при сильном землетрясении, превышающем расчетное, происходит разрушение стойки в результате ее соударения с внутренней стенкой стакана. При этом, т.е. в случае потери устойчивости стойки, происходит опускание ростверка и установленного на нем здания на опорный блок и СО превращается в обычный фундаментный блок.

В 1999 г. в Новокузнецке (Россия) на строительной площадке сейсмичностью 8 баллов было завершено строительство кирпичного жилого дома, состоящего из трех блоков высотой в 9, 10 и 12 этажей. Для снижения сейсмической нагрузки на дом применена сейсмоизоляция: между фундаментом и надземной частью зданий установлены СО в виде железобетонных колонн сечением 0.6×0.6 м и высотой 2.1 м. Расположенные под домом СО допускают безопасное перемещение здания относительно фундамента до 0.5 м, при наибольшем расчетном «8-балльном перемещении» – 0.2 м, т.е. сейсмоизоляция дома выполнена с более чем двукратным запасом. Здесь следует отметить, что среди систем сейсмозащиты, применяемых в настоящее время в России, СО прошли наиболее серьезную многократную экспериментальную проверку.

Рассмотренные сейсмоизолирующие опоры принадлежат к типу катковых опор с нелинейной мягкой обратимой квазистационарной характеристикой зависимости восстанавливающей силы от перемещения. Их принципиальное отличие от других катковых опор состоит в том, что с увеличением перемещения сейсмоизолированной части здания относительно фундамента восстанавливающая сила СО уменьшается и, следовательно, уменьшается сейсмическая нагрузка на здание, а увеличивается только относительное перемещение между зданием и фундаментом. В частности, в качестве подтверждения и примера вышеуказанному на рис. 2.5 и 2.6 [37, 38] приведены диаграммы, характеризующие реакцию здания при использовании двух систем сейсмоизоляции.

Эффективность способа сейсмозащиты измеряется величиной уменьшения сейсмической нагрузки, и для одного и того же здания, оснащенного одной и той же системой сейсмозащиты, может существенно изменяться при изменении модели сейсмического воздействия.



Рис. 2.5. Диаграмма деформирования здания на кинематических фундаментах конструкции Ю.Д. Черепинского



Рис. 2.6. Обобщающая скелетная кривая диаграммы «сила – перемещение» здания на сейсмостойком фундаменте

<u>Принципиальные преимущества и недостатки катковой опоры</u> <u>М. Вискордини</u>: 1) идеальное обеспечение защиты от горизонтальных толчков и кручения, но сверхповышенная чувствительность сооружения к вертикальным сейсмическим воздействиям. Необходимы дополнительная защита от вертикальных толчков и резонанса, а также обеспечения демпфирования при горизонтальных воздействиях и самопроизвольного возвращения фундаментов в исходное положение; 2) требуются мероприятия по обеспечению жесткости и устойчивости зданий и сооружений, особенно при их повышенной этажности.

<u>Принципиальные преимущества сейсмостойкого фундамента с применением катковых опор двух типоразмеров, вдавливаемых под собственным</u> <u>весом здания (по патенту №1774976. Шишков Ю.А. и др. 1990 г.):</u> 1) обеспечение сейсмозащиты от всех видов сейсмических воздействий (горизонтальных, наклонных, вертикальных толчков, а также кручения и резонанса); отсутствие резких колебаний здания за счет демпфирования; 2) техническое решение не выходит за пределы представления о проектировании обычных фундаментов с учетом СНиП – проектирование их может выполняться любой проектной организацией, имеющей лицензию с правом проектирования в сейсмических районах; 3) в целях подстраховки основания применяется неуплотненная песчаная засыпка между опорами – в качестве опор могут быть использованы каменные валуны с окатанной поверхностью; 4) использование, в основном, природных материалов и железобетона обеспечивает максимальную долговечность сейсмозащиты в сотни лет.

<u>Принципиальные преимущества фундамента сейсмостойкого здания,</u> сооружения из шаровых опор, расположенных в выемках в шахматном порядке (по авт. свид. СССР №1723263. НГПИ. Шишков Ю.А. и др. 1989 г.): 1) комплексное обеспечение сейсмозащиты от всех видов сейсмических воздействий; 2) обратное смещение опор в исходное положение под собственным весом здания.

Использование опор качения как средства сейсмоизоляции зданий в практике сейсмостойкого строительства встречается редко из-за недостаточной изученности поведения таких систем при сейсмических воздействиях,

особенно при землетрясениях с доминантными периодами более 1 с. При таких землетрясениях здание с кинематическими опорами может получить значительные смещения, при которых возможна потеря устойчивости всего здания и его полное обрушение. Таким образом, такая система сейсмоизоляции может применяться только в районах, для которых прогнозируются высокочастотные и исключается возможность низкочастотных землетрясений. В остальных случаях сейсмоизоляция с кинематическими опорами может применяться только с дополнительными средствами сейсмозащиты.

Имеется опыт практического применения таких систем. В 1972 г. в Севастополе (Россия) построено пятиэтажное крупнопанельное здание с сейсмоизолирующим поясом из 6500 армоцементных опор в форме эллипсоидов вращения диаметром 6 см и высотой 5.8 см (рис. 2.7, *a*), уложенных по всей площади фундамента. Кроме того, в здании применена демпфирующая система в виде железобетонного бункера, жестко соединенного с надфундаментной частью здания и свободно опущенного в слой песка. Однако проведенные эксперименты показали разрушение части опор под действием веса здания, что говорит об их неравномерном загружении или разной прочности. Кроме того, данное конструктивное решение не привело к существенному изменению динамических характеристик здания по сравнению с характеристиками зданий с обычным фундаментом, а дополнительные модельные исследования показали, что опоры в форме эллипсоидов диаметром меньше 0.5 м не обеспечивают сейсмоизоляцию сооружений.



Рис. 2.7. Кинематические опоры, используемые для сейсмоизоляции зданий: *а* – эллипсоиды вращения; *б* – стойка со сферическими поверхностями торцов; *в* – опора конструкции Ю.Д.Черепинского; *1* – колонна; *2* – подколенник; *3* – опорная плита; *4* – центрирующая шайба

<u>Принципиальные недостатки кинематической опоры В.В. Назина</u>: 1) экспериментальные исследования показали, что часть опор под действием веса здания разрушилась, а применение небольшого размера не обеспечивает сейсмоизоляцию сооружения. Значительная концентрация напряжений возникает при наклонах стоек, для чего требуется дополнительная арматура, что приводит к увеличению расхода стали; 2) Не обеспечивается защита фундамента от вертикальных толчков; 3) окончательное мнение об эффективности решения можно получить, очевидно, только после проверки построенного здания реальным землетрясением. При этом в дальнейшем при использовании опор следовало бы рекомендовать увеличение их габаритных размеров и отсыпки между ними неуплотненного песка с устройством воздушного зазора в верхней зоне с целью демпфирования и «подстраховки» несущего основания при разрушении опор.

Более экономичной и простой при монтаже представляется система сейсмоизоляции с кинематическими опорами конструкции Ю.Д. Чере-пинского (рис. 2.7, в), примененная для четырехэтажного здания в г. Навои и для 9-этажного крупнопанельного дома серии 158 в г. Алматы (Казахстан). Нижние основания кинематических опор, имеющие выпуклую сферическую поверхность опирания, размещаются в сферических выемках опорной плиты фундамента, а верхние основания их соединяются шарнирно с колоннами посредством центрирующей шайбы. На трех однотипных зданиях [39], построенных в 1988 г. без сейсмоизоляции, с сейсмоизоляцией в виде скользящих фторопластовых прокладок (ФТ) и с сейсмоизоляцией кинематическими фундаментами были получены результаты инструментальных записей со станций инженерно-сейсмометрической службы. Эти инструментальные записи образовали очень удобную для изучения выборку из 10 акселерограмм – они получены на доме-аналоге и двух зданиях с сейсмоизолирующими фундаментами. Максимальные величины спектрального коэффициента β для сейсмоизолируемых зданий в уровне 9-го этажа меньше аналогичной величины для здания-аналога: для зданий с фторопластовыми прокладками – на 11 %, для зданий с КФ – на 63 %. Анализ сейсмоизолирующих свойств в данной работе выполнен по величинам спектральных ускорений.

Принципиальные преимущества и недостатки кинематической опоры Ю.Д. Черепинского: 1) обеспечение защиты от горизонтальных толчков и кручения; 2) отсутствие защиты на вертикальные нагрузки даже чисто теоретически; 3) практически точечное опирание на опорные конструкции фундаментов (при вертикальных толчках может происходить разрушение бетона в месте контакта кинематической опоры и фундамента, возникает необходимость выполнения их металлическими). При применении опор из металла необходима эффективная защита от коррозии, что является проблематичным в грунтовых условиях при высоком уровне грунтовых вод; 4) вызывает сомнение надежность шарнирного узла при сейсмических воздействиях, особенно несущая способность шарнирного крепления с учетом кручения. Очевидно, что все конструкции, передающие нагрузки на кинематические опоры, должны быть объединены единым ростверком, что не всегда возможно, например, при больших пролетах одноэтажных зданий; 5) кинематические опоры достаточно высокие. В районах со значительными ветровыми нагрузками (Камчатка, Сахалин и др.) могут возникнуть проблемы с колебаниями от ветровых нагрузок, тем более высоких многоэтажных зданий, в которых дискомфорт может наблюдаться и при более низких ветровых воздействиях; 6) при отсутствии соответствующих мероприятий значительное раскачивание здания при землетрясениях (даже небольших, силой, например, 7 баллов) будет тяжелым испытанием для проживающих в нем людей; 7) расчет зданий и сооружений на указанных опорах должен выполняться только специализированными организациями, что является препятствием для их массового внедрения.

2.1.4. Резинометаллические опоры

Еще одним типом сейсмоизоляции являются фундаменты на упругопластических элементах и их основной вид – резинометаллические опоры (PMO). В настоящее время подобные сейсмоизолирующие элементы являются наиболее применяемыми за рубежом. Упругопластические опоры лишены недостатков, свойственных кинематическим фундаментам, и применение их при корректном подборе параметров системы сейсмоизоляции достаточно эффективно.

Одним из направлений сейсмоизоляции, получившим довольно широкое распространение в Великобритании, Франции, США и Новой Зеландии, является использование резинометаллических опор, устанавливаемых между надземной частью здания и фундаментом. Первоначально такие опоры нашли широкое применение при конструировании сейсмостойких опор мостов, а затем и для сейсмоизоляции зданий (рис. 2.8). Слоистые опоры (рис. 2.8, б) состоят из попеременно чередующихся стальных листов и полимера. Для предотвращения чрезмерной осадки зданий под нагрузкой от собственного веса опоры выполняют жесткими в вертикальной плоскости. В то же время они обладают малой жесткостью в горизонтальной плоскости (в 100 раз меньше ее жесткости в вертикальной плоскости), чтобы обеспечить возможность упругого бокового перемещения. Опоры обладают высокой прочностью при сжатии, растяжении и кручении благодаря упругим свойствам полимера (неопрен, фторопласт и др.). Срок службы опор, по данным авторов этой конструкции, достигает приблизительно 50 лет. Данный тип сейсмоизолирующих опор был использован при строительстве школьного трехэтажного крупнопанельного здания размером в плане 77.5×30.5 м в г. Ламбеск (Франция), где было установлено 152 сейсмоизолятора [40].

В работе [41] Р.И. Скинер привел широкий обзор сейсмоизолирующих устройств, применяемых в Новой Зеландии, где за последние десятилетия разработано более 20 систем сейсмоизоляции. По мнению специалистов Новой Зеландии, более эффективны резинометаллические опоры, в конструкциях которых предусмотрены поглотители колебаний в виде вертикального цилиндрического свинцового сердечника (рис. 2.8, *в*). Его наличие обеспечивает высокую жесткость в вертикальном направлении. У этих опор лучше сопротивление сдвигу, чем у опор без сердечника, и более интенсивно происходит поглощение энергии колебаний при сильных сейсмических воздействиях за счет возникновения в сердечнике больших пластических деформаций. Применение в опоре сердечника позволяет в 3 – 5 раз увеличить затуха-

ние колебаний, повышая при этом сопротивление опоры ветровому воздействию.



Рис. 2.8. Сейсмоизоляция здания с помощью резинометаллических опор: *a* – схема установки опор; *б*, *в* – схема конструкций опор: *l* – опоры; *2* – стальная плита; *3* – слой полимера; *4* – анкерные болты; *5* – резина; *6* – свинец; *7* – сталь

Считается, что в настоящее время эта система является наиболее экономичной системой сейсмоизоляции. Однако в некоторых случаях возможно разрушение свинцового сердечника. В связи с этим ведется поиск заменяющего свинец материала для изготовления сердечников (например, проводились исследования с применением песка).

Данные опоры использованы для сейсмоизоляции четырехэтажного здания в Новой Зеландии.

В Японии, в г. Ятие, фирмой «Юнитика» построено и испытано на вибрационные нагрузки экспериментальное здание с сейсмоизолирующими слоистыми резинометаллическими опорами (рис. 2.9, *в*). Это здание 2 июля 1983 г. подверглось воздействию землетрясения, при котором амплитуда колебаний грунта достигла 20 см. Внутри здания не было обнаружено никаких повреждений, предметы и инженерное оборудование не перемещались, при этом зарегистрированы значительные деформации сейсмоизолирующих опор. По мнению специалистов Японии, данные опоры снижают сейсмические ускорения в 3 – 5 раз. Технические характеристики для РМО компании «FIP Industriale S.P.A» приведены в Catalogue on lead rubber bearings series LRB. «FIP Industriale S.P.A».

Применение резинометаллических опор предполагает значительные боковые перемещения под действием сейсмической нагрузки. Это вызывает необходимость специального обеспечения коммуникаций между подземной и надземной частями здания. Другой проблемой при применении таких опор является обеспечение стабилизации здания под действием ветровых нагрузок. Это достигается путем использования специальных устройств, своего рода выключающихся связей, устанавливаемых в плоскости опор. При сейсмических воздействиях эти связи разрушаются и в дальнейшем должны восстанавливаться.

Принципиальные преимущества и недостатки решений сейсмозащиты <u>с РМО.</u> Учитывая хорошие сейсмоизолирующие свойства резинометаллических опор, а также положительный опыт их эксплуатации на ряде объектов в разных странах, можно предположить, что они найдут широкое применение в системах сейсмоизоляции зданий. К существенным недостаткам этих систем следует отнести довольно высокую сложность (с точки зрения технологии строительства) изготовления таких опор, большое количество опор, необходимое под одно здание, а также повышенную чувствительность системы «здание - опоры» к низкочастотным воздействиям, что приводит к повышенному дискомфорту проживания при эксплуатации здания, возникающему от действия ветровых нагрузок. Окончательный вывод об эффективности применения резинометаллических опор может быть сделан только после всестороннего исследования работы каждого проектируемого здания с системой сейсмоизоляции [42]. В этой работе расчетом (программным комплексом LS-DYNA) монолитного 16-этажного здания с системой сейсмоизоляции в виде резинометаллических опор на двухкомпонентные акселерограммы сейсмического воздействия с различными доминантными частотами показано, что при доминантной частоте меньше 2.70 Гц происходит отказ опор, что, как правило, приводит к полному обрушению здания. Для обеспечения надежности, безопасности и требуемого уровня сейсмостойкости проектирование должно производиться с учетом вероятностного изменения спектрального состава акселерограммы землетрясения [42].

Данное решение сейсмоизоляции следует использовать в сочетании с другими средствами сейсмозащиты, как и в случае применения зданий с первым гибким этажом. Ограниченный срок эксплуатации опор (даже при использовании неопрена) составляет порядка 50 лет.

Устройство системы сейсмоизоляции с помощью резинометаллических опор не требует применения специальных конструкций зданий, однако, предусматривает выполнение определенных правил при проектировании. Опоры устанавливают под колоннами или в местах пересечения несущих стен. При отсутствии подземного помещения резинометаллические опоры устанавливают на отдельно стоящие фундаментные плиты, постоянное расстояние между которыми во время возможного землетрясения обеспечивается жесткими соединительными фундаментными балками. При наличии подземного этажа опоры размещают на капители колонн подземной части здания, соединенные между собой жесткими фундаментными блоками (см. рис. 2.8, *a*).

Для ограничения вертикальных и горизонтальных перемещений резинометаллических опор при землетрясении около каждой из них устанавливают железобетонные ограничители, заанкеренные в фундаменте. Ограничители рассчитаны на восприятие полной статической нагрузки на здание. Рекомендуемый зазор между верхним обрезом ограничителя и нижней поверхностью плиты перекрытия составляет 1.5 см. Расстояние между опорой и ограничителем должно быть менее максимального расчетного перемещения здания. Число устанавливаемых сейсмоизолирующих опор под одним несущим элементом может приниматься от одной до четырех в зависимости от места их расположения (см. рис. 2.8).

2.1.4.1. Методика расчета здания с резинометаллическими опорами

Использование упругопластических элементов – сейсмоизоляторов делает невозможным непосредственное применение спектральной методики расчета. Расчет зданий, снабженных кинематическими или упругопластическими сейсмоизоляторами, должен быть основан на численном моделировании нестационарных процессов динамического взаимодействия дискретных нелинейно-связанных подсистем, аппроксимирующих конструкции здания и элементы сейсмоизоляции. Этапы построения модели могут состоять в следующем:

1. С использованием известных методов и существующих расчетных программных комплексов осуществляется конечно-элементная дискретизация конструкций здания.

2. Дискретная динамическая система разбивается на две линейные части для применения распространенной в расчетной практике линейной аппроксимации поведения материала конструкций: нижнюю (НЛС), расположенную ниже сейсмоизоляторов, и верхнюю (ВЛС), расположенную над ними.

3. На основе существующих программных комплексов получаем матрицы жесткостей двух линейных систем (НЛС и ВЛС).

4. Определяем алгоритм изменения суммарных матриц жесткостей с учетом нелинейной работы РМО.

5. Численно на каждом шаге интегрирования системы дифференциальных уравнений определяются возможные перемещения узлов модели при функции воздействия, заданной в виде сейсмограммы землетрясения, определяется траектория перемещений нижних и верхних узлов сейсмоизоляции.

6. Анализируя параметры перемещения верхних узлов сейсмоизоляции, можно количественно определить понижение балльности воздействия, сравнивая параметры перемещения узлов ВЛС между расчетом системы без сейсмоизоляции и с ней. Уменьшение ускорений ВЛС с сейсмоизоляцией в 2 раза говорит о понижении расчетной сейсмичности на 1 балл.

2.1.5. Системы с повышенным демпфированием

К мерам активной сейсмозащиты зданий можно отнести создание систем с повышенным демпфированием в несущих конструкциях. Известно, чем больше затухание в основной конструкции, тем меньше реакция системы при одном и том же воздействии. Поэтому совершенно естественным является желание некоторых проектировщиков создать конструкции с повышенным рассеянием энергии при их колебаниях.

2.1.5.1. Системы с вязкими демпферами

Наиболее простым и эффективным способом уменьшения амплитуд колебания здания при землетрясении является использование вязких демпферов. Демпфер состоит из цилиндрического корпуса с вязкой жидкостью, в который с определенным зазором помещен поршень. Рассеивание энергии происходит как при движении поршня в вертикальном направлении, так и при движении в горизонтальном. Такие демпферы требуют периодической проверки в процессе эксплуатации. В связи с этим в сейсмостойком строительстве они не нашли практического применения.

За рубежом вязкие демпферы нашли применение в системе сейсмоизоляции, применяемой фирмой GERB (ФРГ) для реакторов атомных электростанций.

2.1.5.2. Системы с элементами повышенной пластической деформации

В настоящее время активно развивается направление сейсмозащиты, связанное с использованием специальных устройств, так называемых энергопоглотителей, способных поглощать энергию сейсмических воздействий за счет развития в материале конструкций неупругих деформаций. Такие поглотители проектируются в узлах конструкций с наиболее вероятным возникновением зон пластических деформаций. Достоинством таких поглотителей являются их небольшие размеры, возможность использования в зданиях различных конструктивных схем и легкой замены в случае необходимости.

Основным элементом поглотителей могут служить стальные балки (рис. 2.9), которые при пластических деформациях способны поглощать значительное количество энергии. Испытание таких поглотителей показало, что продолжительность их эффективной работы достигает от 70 до нескольких сотен циклов. Это ограничивает срок их службы одним, двумя землетрясениями.

Поглотители энергии с большим сроком службы разработаны специалистами Новой Зеландии. Конструкции экструзионных поглотителей энергии двух типов показаны на рис. 2.9. Поглотитель I типа состоит из цилиндра с толстыми стенками и двух поршней, соединенных стержнем. Посредине цилиндра предусмотрено местное сужение сечения. Пространство между поршнями и стенками цилиндра заполнено свинцом. При колебаниях конструкции, к которой присоединен поглотитель, происходит протягивание свинца через экструзионное отверстие, образованное стенками цилиндра в его суженном сечении и стержнем. Так как протягивание связано с процессом пластических деформаций, то по мере продвижения поршня в цилиндре происходит рассеивание энергии.



Рис. 2.9. Поглотители колебаний I (*a*) и II (б) типа и их диаграммы «нагрузка – перемещение»: *1* – поршень; *2*– уплотнение; *3* – цилиндр; *4*– свинец; *5* – экструзионное отверстие; *6* – вкладыш

Поглотитель энергии с ходом поршня ± 20 см, рассчитанный на восприятие динамической силы 150 кН, имеет массу 100 кг. Были проведены испытания поглотителя на частотах 0.5; 1.0 и 2.0 Гц в течение 3400 циклов. После этого испытания свойства поглотителя не изменились, и на основании этого было сделано заключение, что поглотитель выдержит ряд землетрясений.

Поглотитель энергии II типа отличается от поглотителя I типа тем, что состоит из цилиндра с ровными стенками, а движущийся стержень имеет утолщение в средней части. Поглотитель II типа имеет более высокий К.П.Д.

2.1.5.3. Системы с демпферами сухого трения

Наряду с использованием в сейсмостойком строительстве упругопластических систем существуют предложения об использовании упругофрикционных систем. Существо этих предложений заключается в том, что в конструкциях зданий организовываются зоны, в которых при деформациях определенной величины происходит взаимное проскальзывание элементов конструкций при сухом трении (рис. 2.10 – 2.11).



Рис. 2.10. Сейсмоизолирующий фундамент фирмы Spie Botignolle



Рис. 2.11. Фрагмент каркаса здания: *1* – колонна; *2* – поэтажная ферма Виренделя; *3* – диагональная связь с фрикционным демпфером

Экспериментальные и теоретические исследования работы конструкций с учетом сил трения между элементами выполнены в Харьковском ПромстройНИИпроекте. Показано, что сухое трение существенно влияет на вибрацию строительных конструкций. Получены значения коэффициентов трения бетона по бетону (0.6 – 0.725) и бетона по стали (0.45 – 0.6).

Кроме того, предусматривается размещение довольно большого числа элементов с сухим трением по всему объему здания, имеются решения, в которых демпферы сухого трения сосредоточены в нескольких местах, как правило, на уровне первого этажа здания. Демпферы сухого трения такого типа могут применяться в системах сейсмоизоляции в зданиях с первым "гибким" этажом, высоким свайным ростверком и кинематическими фундаментами. Недостатком всех предлагаемых решений с использованием сухого трения являются нестабильность демпфирующих характеристик, возможность их существенного изменения в процессе эксплуатации зданий.

2.1.6. Системы с сейсмоизолирующими скользящими опорами и скользящими поясами

Существенное снижение горизонтальных нагрузок на несущие надземные конструкции здания достигается при их проскальзывании относительно фундамента. Часть энергии, сообщаемая сооружению, затрачивается при этом на преодоление не сопротивления связей в конструкции, а сил трения скольжения, вследствие чего возникает остаточное перемещение надземной части здания (рис. 2.12).



Рис. 2.12. Поперечный разрез сейсмостойкого фундамента до осадки здания (*a*) и после ее стабилизации (б)

ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко совместно с Бишкекским политехническим институтом (БПИ) впервые применил скользящие опоры для сейсмоизоляции зданий. Скользящий пояс, предложенный сотрудниками БПИ В.П. Чуднецовым и Л.Л. Солдатовой, а затем получивший развитие в совместных исследованиях ЦНИИСК, БПИ и Бишкекгорпроекта, представляет собой ряд опор с пластинами из материалов с низким коэффициентом трения скольжения. В Бишкеке построено несколько зданий со скользящим поясом, проведены их натурные испытания, которые подтвердили работоспособность сейсмозащиты в виде сейсмоизолирующего скользящего пояса в фундаменте.

Сейсмоизолирующий скользящий пояс выполняется в виде ряда опор, расположенных между фундаментом здания и надземными конструкциями в местах пересечения продольных и поперечных стен. Каждая опора имеет две пластины — из нержавеющей стали и фторопласта-4 (рис. 2.13).

На сейсмоизолирующих опорах с прокладками из фторопласта, построен экспериментальный 9-этажный крупнопанельный жилой дом в г. Алматы. При слабых колебаниях ускорения основания передаются на здание как при жесткой связи с фундаментом. При увеличении ускорения основания силы трения, благодаря низкому коэффициенту трения скольжения в опорах (f = 0.05 - 0.1), здание начинает проскальзывать относительно фундамента, что приводит к ограничению инерционных сил, возникающих на вышележащих этажах. С этого момента усилия от сейсмических нагрузок в элементах несущих конструкций практически не изменяются. Для ограничения взаимных горизонтальных перемещений здания и фундамента в систему сейсмоизоляции вводят упругие (резинометаллические) и жесткие (железобетонные) ограничители. Для предотвращения возможности отрыва здания от фундамента предусматриваются упругие ограничители вертикальных перемещений.

Принципиальная схема элементов сейсмоизолирующего пояса для зданий жесткой конструктивной схемы показана на рис. 2.13.



Рис. 2.13. Схема элементов сейсмоизолирующего скользящего пояса: 1 – надземные конструкции здания; 2 – ростверк; 3 – верхняя обвязка фундаментов; 4 – упругий ограничитель горизонтальных перемещений (демпфер); 5 – скользящая опора; 6 – жесткий ограничитель (упор); 7 – ограничитель вертикальных перемещений (вертикальная связь); 8 – вертикальный амортизатор

Характеристиками фторопласта объясняется его использование: плотность – 2.12 - 2.28 г/см³, предел прочности на сжатие – 2 МПа, на растяжение – 14 – 25 МПа, модуль упругости при сжатии – 700 МПа, относительное удлинение при разрыве – 250 – 500 %. Он нетеплопроводен, сохраняет работоспособность в интервале от – 269 до +260°С, не поглощает воду, химиически стоек к кислотам, щелочам и органическим растворителям, не горит, стоек к воздействию грибков, подвергается механической обработке, обладает высоким электрическим сопротивлением, практически не стареет. Коэффициент трения по стали – 0.04 – 0.08 (в некоторых пасах – до 0.02).

Размеры скользящей опоры определяются расчетом при давлении на фторопласт не более 8 МПа. Размеры пластин из фторопласта обычно принимают 20×20 или 25×25 см для 5-этажных зданий и 40×40 см – для 9-этажных зданий, а пластин из нержавеющей стали толщиной 2 мм на 20 – 30 см больше. Каждая пластина прикрепляется к стальным закладным деталям, которые замоноличиваются в ростверке и в верхней обвязке стен фундамента (подвала или технического подполья). Допускается расположение сверху пластин как из фторопласта, так и из нержавеющей стали. Шаг опор – не более 3.6 м.

Принципиальные преимущества и недостатки решений сейсмозащиты: 1) опыт проектирования и строительства описанных выше объектов показал, что данная система сейсмоизоляции может быть успешно применена для сооружений с жесткой конструктивной схемой. К достоинству данной системы можно отнести то, что она не требует создания дополнительных сложных, высокоточных узлов (сейсмоизолирующий пояс может быть легко выполнен как в заводских условиях, так и в условиях строительной площадки); 2) при воздействиях ниже расчетных сооружения работают как обычные с жесткой кинематической связью между фундаментом и вышележащими конструкциями; 3) система сейсмоизоляции обеспечивает наибольшее снижение сейсмических нагрузок при воздействиях, близких к максимальным расчетным; 4) за счет скольжения опор достигается снижение только горизонтальных сейсмических воздействий, хотя и с демпфированием; 5) возврат опор в исходное положение при смещении вызывает сомнение. Во всяком случае, надежность срабатывания возврата фундаментов и в целом здания значительно уступает другим возможным решениям сейсмозащиты, при использовании которых самопроизвольный возврат опор может быть абсолютно гарантирован (рис. 2.14).



Рис. 2.14. Вариант эскизного решения сейсмостойкого фундамента здания с кирпичными стенами: *1* – полимерная пленка; *2* – наружные стены; *3* – стойки квадратного сечения с кожухом или трубобетонные; *4* – верхний пояс; *5* – перекрытие (утепление условно не показано); *6* – фундаментные ленты; *7* – сейсмоизолирующая подушка; *8* – распорки; *9* – подпольные каналы (для зданий из деревянных конструкций (стен и перекрытий) решения аналогичны)

Другое решение проблемы сейсмозащиты в виде сейсмоизолирующего скользящего пояса в фундаменте приведено на рис. 2.15.



0.0 - 0.10 g 0.15 - 0.20 g 0.30 - 0.60 g Рис. 2.15. Сейсмоизоляция атомной электростанции "Koeberg": *a* – конструктивная схема; *б* – схема работы фрикционной опоры при различных нагрузках; *l* – фрикционные фундаментные опоры; *2* – упругая подушка из армированного неопрена; *3* – фрикционные пластины

Похожая система сейсмоизоляции была применена при строительстве атомной электростанции "Коеberg". Фундамент под сооружение выполнен в виде сдвоенной железобетонной монолитной плиты размером в плане 150×90 м (рис. 2.15, *a*). Нижняя фундаментная плита имеет 600 столбчатых опор размером $2 \times 2 \times 2$ м. На каждую столбчатую опору уложено по четыре упругие подушки из неопрена размером $70 \times 70 \times 10$ см. Эти подушки являются горизонтальным амортизатором. Над подушками расположена другая часть опоры, включающая две фрикционные пластины, способные перемещаться одна относительно другой с коэффициентом трения 0.2. Верхняя из пластин, выполненная из нержавеющей стали, связана с вышележащей конструкцией, нижняя, выполненная из бронзы с добавлением свинца, связана с упругой подушкой. При слабом сейсмическом воздействии (ускорение порядка 0.15 – 0.2 g) происходит простое скручивание упругой подушки без смещения фрикционных пластин (рис. 2.15, *6*). При возрастании ускорения (более 0.2 g) скручивание подушки сопровождается взаимным смещением пластин.

<u>Принципиальные преимущества и недостатки решений свайных фундаментов с сейсмоизолирующей подушкой</u>. Свайные фундаменты с сейсмоизолирующей подушкой являются достаточно надежным решением, особенно в слабых грунтах. Обеспечивают частичную защиту от горизонтальных сейсмических воздействий и кручения за счет податливости (гибкости) свай, но в целом, безусловно, уступают более эффективным решениям сейсмозащиты. <u>Принципиальные преимущества и недостатки</u> сейсмостойкого фундамента в слабых грунтах с использованием свайного ростверка и сейсмоизолирующей подушки: 1) комплексное обеспечение сейсмозащиты от всех видов сейсмических воздействий; 2) создание экрана по периметру зданий при высоком уровне грунтовых вод, выполняющего двойную роль: в период строительства – для защиты котлована от грунтовых вод, а после возведения – в качестве сейсмозащиты подземной части зданий; 3) оптимальное решение, причем особенно для зданий повышенной этажности. При необходимости по периметру в сухих грунтах могут быть проложены коммуникации. Все демпфирующие устройства расположены в сухих грунтах, что позволяет максимально повысить их долговечность, а в необходимых случаях производить осмотр и замену.

2.1.7. Динамические гасители колебаний

Гасители колебаний относятся к специальным устройствам, применяемым для снижения уровня вибраций защищаемой конструкции. При работе гасителя энергия колебаний защищаемой конструкции передается гасителю, который благодаря этому колеблется с повышенной амплитудой. В последние годы гасители колебаний активно применяются в строительстве для снижения колебаний сооружений, подверженных динамическим воздействиям.

Теоретические основы расчета систем с динамическими гасителями колебаний (ДГК) были заложены в работах СП. Тимошенко. В дальнейшем теория ДГК получила развитие в мировом масштабе в работах большого числа ученых. Теоретические и экспериментальные работы Б.Г. Коренева, Н.А. Пикулева, М. Резникова, М.Я. Волоцкого и других авторов привели к созданию различных систем гасителей и практических методов их расчета, что обеспечило их широкое применение для промышленных и гражданских сооружений. Необходимо отметить, что ДГК наиболее эффективны при гашении колебаний резонансного характера и возникают в конструкциях, обладающих малым затуханием.

За рубежом ДГК установлены, в частности, на телевизионной башне в Дрездене, на ряде башенных сооружений и мачт в Чехии, где проведенные испытания показали существенное (в 5 – 10 раз) повышение логарифмического декремента колебаний данных высоких гибких сооружений при установке ДГК. В Австралии в качестве гасителя для высотного здания использован резервуар с водой.

Динамический гаситель (рис. 2.16), применяемый для снижения сейсмической реакции здания, состоит из жесткого элемента или блока, упругих связей, присоединяющих массу гасителя к конструкциям здания, и демпфирующих элементов, устанавливаемых параллельно с упругими связями. В случае совпадения основного периода собственных колебаний здания с одним из преобладающих периодов сейсмического воздействия масса гасителя начинает совершать колебания с амплитудами, значительно превышающими амплитуды колебаний здания. Возникающие при этом упругие и диссипативные силы в элементах гасителя, воздействуя на здание, уменьшают амплитуды его колебаний.



Рис. 2.16. Схемы динамических гасителей колебаний: *а* – пружинный; *б* – маятниковый; *в* – комбинированный; *l* – скользящая опора; *2* – промежуточная опора

В зависимости от конструктивного выполнения упругой связи динамические гасители подразделяются на три группы: пружинные, маятниковые и комбинированные (см. рис. 2.16). Пружинный гаситель (см. рис. 2.16, *a*) состоит из массивного блока, который опирается на перекрытие здания через скользящие опоры (пластины с достаточно низким коэффициентом трения), и стальных пружин, размещаемых между блоком и несущими конструкциями здания или специальными упорами. Требуемое затухание в гасителе обеспечивается за счет сил сухого трения в скользящих опорах, возникающих при относительных перемещениях массы гасителя. В случае необходимости (по расчету) параллельно пружинам дополнительно устанавливаются вязкие демпферы.

Маятниковый гаситель (см. рис. 2.16, δ) состоит из блока, подвешенного на жестких тросах, жестко заделанных в точках подвеса. Частота собственных колебаний маятникового гасителя регулируется изменением длины тросов, а затухание в гасителе обеспечивается за счет внутреннего трения, возникающего при изгибных деформациях верхней части тросов в период колебаний массы гасителя. При необходимости затухание в гасителе может быть увеличено за счет создания промежуточных опор в верхней и нижней частях троса.

Комбинированный гаситель (см. рис. 2.16, *в*) состоит из блока, который крепится к несущим конструкциям здания с помощью гибких подвесок и стальных пружин. Частота собственных колебаний комбинированного гасителя регулируется за счет изменения жесткости стальных пружин. Требуемое затухание в гасителе обеспечивается установкой вязких демпферов.

Динамические гасители колебаний могут применяться как для снижения расчетных сейсмических нагрузок на несущие конструкции зданий, так и для повышения надежности особо ответственных зданий, при этом расчетные нагрузки на такие здания не снижаются. Для здания повышенной этажности с металлическим каркасом при применении гасителя расчетная горизонтальная сейсмическая нагрузка на здание может быть снижена на балл, а для зданий с железобетонным каркасом – на полбалла.

Применение гасителей для высоких зданий в сейсмических районах оправдано также и тем, что один и тот же гаситель снижает реакцию здания, как на сейсмическое воздействие, так и на ветровое. Кроме того, установка динамического гасителя может предотвратить разрушение верхних этажей зданий, находящихся в эпицентральной зоне землетрясения. В этом случае верх здания, где суммируется падающая и отраженная от перекрытия волна, получает значительные перемещения, ускорения и, соответственно, разрушения. Динамический гаситель, установленный на перекрытии здания, этот эффект устраняет.

Принципиальные преимущества и недостатки решений сейсмозащиты: 1) динамические гасители колебаний могут применяться как самостоятельная система сейсмозащиты, так и в сочетании с другими системами активной сейсмозащиты; 2) к недостаткам сейсмозащиты зданий с помощью динамических гасителей следует отнести относительную сложность конструкций гасителей колебаний и невозможность их применения для массового строительства из-за необходимости индивидуальной настройки гасителя для каждого конкретного здания; 3) В сейсмических условиях, особенно для каркасных зданий, изменяющих свою конструктивную схему с учетом непредсказуемости сейсмических воздействий, а также разрушений отдельных узлов и элементов, использование динамических гасителей колебаний в массовом строительстве нецелесообразно; 4) К принципиальным недостаткам маятников и объемов с водой на верхнем этаже, а также бассейн на крыше относится сложность массовой реализации.

2.1.8. Комбинированные системы сейсмозащиты

Отдельные системы активной сейсмозащиты, рассмотренные ранее, позволяют повысить надежность функционирования различных систем несущих конструкций зданий при расчетных землетрясениях и их техникоэкономические показатели. Наибольший эффект достигается, как правило, при комбинированных решениях, когда преимущества отдельных систем используются совместно в рамках одного конструктивного решения. Это обеспечивает дополнительный выигрыш за счет снижения сейсмических нагрузок, материалоемкости и сметной стоимости зданий и сооружений, унификации проектных решений, а также повышения надежности работы и комфортных условий для жителей и работающих в здании людей.

В большинстве систем активной сейсмозащиты в той или иной мере используются сочетания разных методов сейсмоизоляции. Так, в зданиях со скользящим поясом в систему сейсмозащиты входят упругие и жесткие ограничители, демпферы и амортизаторы, которые можно рассматривать как отдельные включающиеся связи и энергопоглотители. В систему динамическо-
го гасителя введены демпферы вязкого трения. Поэтому выделение комбинированных систем сейсмозащиты в отдельный класс достаточно условно.

2.1.9. Классификация систем сейсмоизоляции по характеру зависимости восстанавливающей силы от перемещения

В настоящее время отсутствует общепринятая классификация систем активной сейсмозащиты зданий. Наряду с приведенной ранее классификацией по конструктивным признакам, существует классификация, где все системы сейсмозащиты разделены на два больших класса: сейсмоизолирующие системы и адаптивные системы, внутри которых осуществляется более детальная классификация по конструктивным признакам. К сейсмоизолирующим системам отнесены все системы сейсмозащиты, понижающие резонансные эффекты в расчетной модели здания с постоянными (в продолжении землетрясения) динамическими характеристиками. К адаптивным отнесены системы с выключающимися элементами, параметры которых могут изменяться в нужном направлении и в регулируемых пределах в процессе землетрясения.

Классификация систем сейсмоизоляции, по нашему мнению, наиболее целесообразна по характеру зависимости восстанавливающей силы от перемещения здания [43]. Эта зависимость является важнейшей характеристикой расчетной модели здания, оснащенного системой сейсмоизоляции, а мера сходства графиков этой зависимости является мерой сходства систем сейсмоизоляции, независимо от их конструктивных различий. Наибольшая величина перемещения сейсмоизолированного здания относительно фундамента, при которой сейсмоизоляция сохраняет свою расчетную способность уменьшать сейсмическую нагрузку, является главным показателем надежности сейсмоизоляции (рис. 2.17).

Такая классификация не заменяет классификацию по конструктивным признакам, но лучше отражает способность систем сейсмоизоляции выполнять свое прямое предназначение. Дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования существующих систем сейсмоизоляции и появление в будущем новых систем могут способствовать углублению и развитию такой классификации.

Проведенный авторами анализ состояния вопроса свидетельствует о том, что, несмотря на высокую эффективность методов активной сейсмической защиты и довольно большое число предложений (на сегодняшний день известно более 100 изобретений в области систем сейсмозащиты зданий), всего несколько из них воплощены в реальные конструкции и еще меньше прошли сколько-нибудь надежную расчетную и экспериментальную проверку на эффективность. Все это объясняет определенное недоверие, осторожность и скептицизм как некоторых ученых, так и практических работников, и одновременно указывает на необходимость активизации исследований и практических разработок этой проблемы.



Рис. 2.17. Классификация систем сейсмоизоляции по характеру зависимости восстанавливающей силы от перемещения

2.1.10. Технико-экономические показатели зданий с разными конструктивными схемами и системами сейсмозащиты

Большинство способов сейсмозащиты позволяет снизить сейсмическую реакцию сооружений в два – три раза, что дает возможность вести проектирование с расчетной сейсмичностью на балл ниже. Как правило, каждая система сейсмозащиты имеет определенную область применения, зависящую от основной конструкции здания, его этажности и характеристик возможных землетрясений.

За счет применения сейсмоизолирующего скользящего пояса расчетная сейсмичность зданий высотой в три – девять этажей снижается, как правило, на один балл (расчетные горизонтальные сейсмические нагрузки на надземные конструкции – в два раза). При этом уменьшаются объемы антисейсмических мероприятий, и расход стали по сравнению со зданиями традиционной конструктивной схемы снижается на 5 – 12 %, а сметная стоимость зданий – на 3 – 6 %.

Более предпочтительно и экономически целесообразно применение скользящего пояса для зданий, строящихся в 8- и 9-балльных районах.

По результатам технико-экономических подсчетов, выполненных в бывшем Фрунзегорпроекте, использование сейсмоизолирующего пояса при строительстве в г. Фрунзе (ныне г. Бишкек) (сейсмичность – 9 баллов, неблагоприятные грунтовые условия) четырех трехэтажных корпусов общежития приведенной общей площадью около 6.5 тыс. м позволило уменьшить расход стали на 32 т (около 5 кг на 1 м²); при строительстве пятиэтажных крупнопанельных жилых домов с общей площадью 140 тыс.м обеспечивается уменьшение расхода стали на 520 т, а экономия стали при строительстве в 9балльных районах 9-этажных крупнопанельных домов с сейсмоизолирующим скользящим поясом составляет на один дом с приведенной общей площадью 2983 м² 91.79 т.

К системам сейсмоизоляции предъявляются следующие требования:

- снижение сейсмических сил до определенного уровня;

 – обеспечение низкого уровня ускорений горизонтальных колебаний здания при сейсмических воздействиях;

 предотвращение усиления вертикальных колебаний здания при соответствующих колебаниях грунта;

 – обеспечение удовлетворительной адаптации зданий при больших смещениях, имеющих место при сильных землетрясениях;

– обеспечение обшей устойчивости сооружения при землетрясении;

 – обеспечение надежности работы в течение длительного времени под действием силы тяжести сооружения, при ветровом воздействии и при деформации основания;

 – соблюдение требований, предъявляемых к материалам, из которых изготавливаются элементы сейсмоизоляции и долговечность которых проверена на практике;

– обеспечение, в случае необходимости, легкой заменимости элементов системы сейсмоизоляции.

Основные выводы аналитических и экспериментальных исследований по сейсмоизоляции [32]:

1. Сейсмоизоляция может быть эффективным методом значительного снижения сейсмического воздействия и, следовательно, повышения надежности сооружений при сильных землетрясениях.

2. Эффективность сейсмоизоляции весьма чувствительна к параметрам элементов сейсмоизоляции и параметрам сейсмических воздействий.

3. Системы сейсмоизоляции, такие как системы на шарах, на качающихся стойках и т.п., только за счет снижения жесткости связей между фундаментом и вышележащими этажами не обеспечивают достаточной надежности сооружений при интенсивных землетрясениях, особенно при землетрясениях с выраженными низкочастотными составляющими в спектре сейсмических движений.

Вследствие низкой жесткости связей горизонтальные перемещения частей зданий или иных сооружений, расположенных выше фундаментов и систем сейсмоизоляции, могут при сильных землетрясениях составлять десятки сантиметров. Критическими с точки зрения надежности сооружений становятся не силовые нагрузки, а перемещения и деформации. Это обстоятельство следует иметь в виду при разработке систем сейсмоизоляции.

4. Сейсмологическая информация о параметрах будущих сейсмических движений ненадежна и неопределенна.

Неопределенным является прогноз амплитудно-частотных спектров землетрясений. Во многих случаях интенсивность землетрясений (величины сейсмических ускорений, скоростей, смещений) оказывается фактически намного выше, чем расчетная интенсивность, определяемая картами сейсмического районирования.

В связи с этим необходимо при разработках систем сейсмоизоляции уделять внимание использованию конструктивных элементов, повышающих живучесть сооружений с учетом возможных сейсмологических ошибок.

5. Элементами систем сейсмоизоляции, которые позволяют снизить сейсмические перемещения, повысить живучесть сооружений, являются диссипативные элементы – гистерезисные демпферы, демпферы сухого трения, вязкие демпферы, элементы избыточного резервирования, включающиеся и выключающиеся при землетрясении, упоры – ограничители колебаний и другие элементы.

Стоимость изолированных объектов обычно на 20 – 30 % выше, чем стоимость неизолированных.

С.Б. Смирнов [44] предлагает перейти «к качественно новой эффективной стратегии сейсмозащиты зданий». Его стратегия содержит восемь принципов, которые «надо развивать и дополнять»:

1. Отбор, анализ и «принятие на вооружение» всех позитивных практических приемов и конструктивных решений по успешной сейсмозащите зданий, выработанных веками методом проб и ошибок, а также категорический отказ от использования тех конструкций и материалов, которые всегда проявляют низкую сейсмостойкость.

2. Использование только многосвязных строительных конструкций и элементов, имеющих максимальный запас прочности и надежности при минимальной стоимости.

3. Использование только нехрупких строительных материалов (в том числе армированных), обладающих достаточной ударной вязкостью, пластичностью и прочностью при сдвиге и растяжении, и категорический отказ от использования хрупких и полухрупких строительных материалов.

4. Обеспечение плавности форм строительных конструкций, а также исключение в них и в их элементах резких скачков жесткости, острых углов и зон концентрации напряжений.

5. Частичное или полное отсечение зданий от их подземной части за счет введения надземной опорной плиты, резко повышающей многосвязность здания.

6. Использование особых фундаментов, имитирующих скальное основание.

7. Использование коробчатых железобетонных систем при строительстве многоэтажных зданий.

8. Отказ от сварных соединений.

2.1.11. Разрушения ответственных объектов в результате воздействия поверхностных волн

Современные конструктивные системы сейсмостойких зданий, оснащенных различными системами активной сейсмозащиты, обеспечивают высокий уровень сейсмостойкости, позволяющий зданиям и сооружениям во многих случаях переносить землетрясения расчетной интенсивности. В то же время нередки случаи разрушения ответственных протяженных объектов с системами сейсмозащиты, особенно подверженных воздействию поверхностных волн Рэлея, – основной составляющей сейсмической волны (рис. 2.18 – 2.20). Это заставляет разрабатывать альтернативные методы сейсмозащиты, снижающие эффекты воздействия на территории застройки. К таким методам относится метод сейсмических барьеров. Сейсмические барьеры применяются как защита от проникновения акустических поверхностных волн Рэлея и Лява. Поэтому требуется создание системы комплексной сейсмозащиты (КСЗ).



Рис. 2.18. Разрушение взлетной полосы аэродрома Northway Airport (Alaska, USA), 2002

Следует отметить, что поверхностные волны представляют серьезную опасность и для других протяженных объектов (см. рис. 2.19).



Рис. 2.19. Разрушение, связанное с нерасчетным изгибом колонн виадука в Сан-Франциско. Разрушения вызваны приходом волн Рэлея – Лэмба от землетрясения интенсивностью 6.9 балла, произошедшего в октябре 1989 г. в Северной Калифорнии (Лома-Приета)

Поверхностные сейсмические волны наряду с объемными S волнами представляют серьезную опасность и для других сооружений, причем в ряде случаев из-за разрушения фундаментных конструкций установленные на них сейсмоизоляторы оказываются не работоспособными (см. рис. 2.20).



Рис. 2.20. Обрушение конструкций президентского комплекса в Порт-о-Пренсе (Гаити) в результате землетрясения (март, 2010 г.) магнитудой Мw 7: эпицентр – в 25 км от расположения комплекса, глубина очага – 13 км от поверхности Земли [45]

Следует отметить, что незадолго до землетрясения 2010 г. исторические здания президентского комплекса в Порт-о-Пренсе постройки начала XX в. были оборудованы системой сейсмоизолирующих устройств, однако, как показывает рис. 2.21, с приходом поверхностных волн, имеющих малую длину по сравнению с объемными волнами, незащищенные фундаментные конструкции оказались разрушенными.



Рис. 2.21. Таким мог бы остаться президентский дворец в Порт-о-Пренсе (Гаити), если бы фундаментные конструкции не были разрушены

На рис. 2.22 приведена фотография разрушения фундаментной плиты промышленного здания в г. Онагава (Япония) вследствие изгибных колебаний большой интенсивности.



Рис. 2.22. Образование трещин и разрушение фундаментной плиты в промышленном здании в г. Онагава (Япония) в результате землетрясения (март, 2011г.) магнитудой Mw 8.5 – 9.0; расстояние от эпицентра – около 120 км

Кроме того, система КСЗ является, возможно, единственной эффективной системой сейсмозащиты сооружений, построенных на слабых грунтах, подверженных разжижению, там, где традиционные методы сейсмозащиты практически неприменимы, поскольку наличие сейсмоизоляторов не препятствует опрокидыванию сооружения в целом из-за потери несущей способности окружающего грунта (рис. 2.23).



Рис. 2.23. Опрокидывание сооружений из-за потери несущей способности грунтового массива в результате землетрясения в Японии (Ниигата, январь, 1964 г.)

Основная идея сейсмических барьеров заключается в защите площади, занимаемой зданием или группой зданий, от сейсмических волн. Необходимость защиты от поверхностных сейсмических волн подтверждается многочисленными примерами разрушения фундаментных конструкций, вызванных значительными изгибными колебаниями, связанными с приходом волн Рэлея.

В зависимости от природы сейсмических волн, наиболее вероятных в конкретном регионе, могут быть предложены различные виды сейсмических барьеров, которые позволяют повысить сейсмостойкость зданий и сооружений или группы зданий и сооружений от разрушений и даже повреждений.

2.2. Типы сейсмических барьеров

На сегодняшний день известны барьеры следующих трех типов:

- Вертикальные барьеры, основное назначение которых отражение и диссипация энергии поверхностных сейсмических волн.
- Горизонтальные, основанные либо на применении теоремы Chadwick [46] для защиты от рэлеевских волн, либо на теореме Лява [19] для защиты от одноименных волн.
- Барьеры, представленные свайными полями, вызывающими рассеивание сейсмических волн на неоднородностях.

Некоторые результаты численного моделирования распространения сейсмических волн и их взаимодействия с сейсмическими барьерами приведены в работах С.В. Кузнецова, Г.А. Джинчвелавили, О.А. Маковецкого, О.В. Мкртычева, А.Э. Нафасова, Х.М. Сапарлиева, Р. Douglas, R. Haupt, V. Liberman, M. Rothschild и др. [31, 45, 47 – 55].

2.2.1. Вертикальные барьеры

Данный тип барьеров направлен на отражение, поглощение и рассеивание большей части энергии сейсмической волны и предназначен для предотвращения проникновения поверхностной волны в охраняемую область (рис. 2.24).



Рис. 2.24. Поперечный барьер компании Kalmatron Corporation

Для анализа эффективности такого барьера рассматривается типичная длина поверхностной сейсмической волны, которая зависит от угловой час-

тоты и фазовой скорости. Для наиболее опасных сейсмических частот, лежащих в диапазоне 5 – 15 Гц, и скоростей волн Рэлея 900 – 2500 м/с соответствующие длины волн становятся равными 60 – 500 м. Принимая во внимание этот интервал длин волн, сомнительно, что относительно мелкий и узкий барьер, показанный на рис. 2.24, сможет препятствовать проникновению сейсмической волны в защищаемую область. Выявлено, что волна значительно большей длины, чем поперечный барьер, фактически не «заметит» небольшой барьер.

Для защиты от объемных волн наиболее эффективными могут быть пустые траншеи или траншеи, засыпанные более легким материалом (чем окружающий грунт), быстрая акустическая волна которого существенно медленнее волны в окружающем грунте. В работе В.В. Орехова и Х. Негахдара [56] проведен двумерный анализ элементов методом конечных разностей с помощью программного обеспечения FLAC-2D. Программное обеспечение использовалось для определения эффективности открытых и засыпных траншей при воздействии динамических нагрузок как при наличии, так и в отсутствие сооружений. Для такого барьера большая часть энергии волны отражается, как показано на рис. 2.25, а. Рассмотрены две конструктивные модели упругой и упруго-пластичной реакции грунта. При оценке результатов учитывался параметр смещений поверхности грунта под воздействием динамической нагрузки. В [57] рассмотрены результаты параметрических расчетных исследований эффективности работы волновых барьеров, выполненных в виде траншей в основании, при защите сооружений от динамических воздействий.

Однако при распространении волн Рэлея наблюдается обтекание волной пустой траншеи, как показано на рис. 2.25, б. Примерами исследований по вертикальным барьерам могут служить работы A.Takahashi [14], О. Kusakabe [58], R. Motamed и др. [59], Во Qiu [60]. Таким образом, против самых опасных типов сейсмических волн Рэлея и Лява вертикальный барьер должен быть более сложным.



Рис. 2.25. Полное отражение падающей объемной волны от пустой траншеи (*a*) и обтекание волны Рэлея вокруг пустой траншеи (*б*)

Теоретический анализ и численное моделирование показывают, что для эффективной защиты от волн Рэлея и Рэлея – Лэмба вертикальный барьер

должен удовлетворять нескольким условиям: 1) барьер должен иметь составную слоистую структуру, состоящую из вертикальных слоев с контрастными физическими свойствами; 2) глубина барьера должна быть сопоставима с длиной наиболее вероятной сейсмической волны; 3) охраняемая зона должна быть полностью окружена барьером, чтобы избежать протекание сейсмической волны внутрь защищенной зоны.

2.2.2. Горизонтальные барьеры

Основанные на теоремах Чадвика и Смита [46] и Лява [19], горизонтальные барьеры направлены на предотвращение распространения определенных типов сейсмических волн.

На практике горизонтальный барьер представляет собой поверхностный слой с модифицированными свойствами (рис. 2.26). Модификация свойств может достигаться различными методами. Например, на практике изменение физических свойств внешнего слоя может быть достигнуто путем армирования грунта сваями [13, 61].



Рис. 2.26. Горизонтальный волновой барьер

Если расстояние между сваями значительно меньше длины волны, то усиленная область может рассматриваться как макроскопически однородная, либо поперечно-изотропная, либо ортотропная в зависимости от расположения свай.

В 70-е годы XX в. в работах Maradudin [62 – 64] по распространению рэлеевских волн в полупространстве с шероховатой границей были заложены основы направления метода для защиты от сейсмических воздействий. В основе этого метода лежит создание системы искусственных оврагов, моделирующих шероховатую границу, в окрестности защищаемых объектов. Наличие такой границы либо препятствует проникновению волн Рэлея в защищаемую территорию, либо ослабляет интенсивность волн.

2.2.3. Барьер из свай большого диаметра

Это еще один тип сейсмических барьеров. Для создания такого барьера предлагается использовать круговые сваи большого диаметра, состоящие из концентрических слоев с контрастными свойствами. Основная функция такого барьера – рассеивать энергию сейсмических волн. При взаимодействии с сейсмическими волнами каждая свая действует как препятствие рассеяния.

С технологической точки зрения такой барьер может быть еще проще и, возможно, дешевле, чем вертикальные или горизонтальные барьеры. Повидимому, впервые барьеры такого типа были применены при строительстве опор мостов Васко-Да-Гама (Португалия) и Рион-Антирион (Греция).

Конструкция такого основания, в котором периферийные сваи предназначены для рассеивания энергии поверхностных волн, защищая внутренние несущие сваи, предложена в работах А. Pecker, M. Pender [65, 66].

В [51] проведены исследования по сейсмической защите 57-этажного здания Тогге Мауог, строительство которого было завершено в 2002 г. в г. Мехико завершено. Это первое высотное здание с большими жидкостновязкими демпферами, которые используются для рассеивания сейсмической энергии. В общей сложности используется девяносто восемь расположенных по длине здания амортизаторов – демферов, в том числе двадцать четыре больших амортизатора, каждый из которых в 570 т. По ширине здания расположены семьдесят четыре маленьких амортизатора, каждый из которых рассиитан на 280 т.

Конструкция демпфера, используемая на Тогге Мауог, представляет собой технологию США, первоначально разработанную для использования на ядерных баллистических ракетных установках и средствах управления пуском. Эта технология была рассекречена Министерством обороны США в 1990 г. и коммерциализирована благодаря усилиям Многодисциплинарного центра исследований землетрясений США (MCEER) и производителя военного амортизатора Taylor Devices, Inc. С тех пор как здание Torre Mayor было завершено, оно испытало многочисленные землетрясения. Самое мощное было магнитудой 7.6 балла 21 января 2003 г., которое не нанесло никакого ущерба зданию.

Технология демпфирования, успешно реализованная для Torre Mayor, теперь используется на более чем десяти других высотных зданиях, расположенных в США, Японии, Тайване и Китае. В общей сложности 240 зданий и мостовых сооружений во всем мире возведены с использованием жидкостно-вязких амортизаторов для защиты от землетрясений, ураганов и тайфунов.

Сейсмические барьеры имеют определенные преимущества перед более традиционными системами сейсмической защиты, в частности:

► Барьеры, как устройство сейсмической защиты, расположены за пределами защищаемых зданий и сооружений, — возможный отказ или разрушение какой-либо части барьера не влечет за собой фатального разрушения защищаемого объекта.

► Барьеры инвариантны по отношению к возможному изменению частотного спектра, тогда как большинство сейсмоизолирующих устройств эффективны в определенном диапазоне частот.

► Барьеры защищают фундаментную плиту, как правило, остающуюся незащищенной при применении других методов сейсмозащиты.

► Барьеры могут использоваться для защиты объектов, построенных на слабых грунтах, подверженных разжижению, поскольку препятствуют проникновению сейсмических поверхностных волн в защищаемую территорию.

В то же время следует отметить, что сейсмические барьеры, будучи эффективным средством для защиты от поверхностных волн Рэлея, Лява и Рэлея – Лэмба (волны Рэлея – Лэмба возникают вместо волн Рэлея, если вблизи от поверхности имеется чередование контрастных по своим физикомеханическим свойствам слоев), оказываются мало эффективными при создании защиты от объемных сейсмических волн. Защита от объемных сейсмических волн требует применения других методов, например, основанных на использовании сейсмоизолирующих устройств.

Приведенный в работе [53] анализ показывает, что влияние приповерхностных слоев из-за явлений дифракции и интерференции сейсмических волн и проявления резонансных свойств приповерхностных грунтовых слоев может приводить как к уменьшению уровня интенсивности землетрясения на 2 – 3 балла, так и, наоборот, к увеличению интенсивности сейсмических волн на 2 – 3 балла.

Дисперсные грунты под действием динамических нагрузок могут проявлять следующие типы реакций: увеличение сжимаемости по сравнению со статическим режимом нагружения (виброкомпрессия); накопление сдвиговых и объемных деформаций при длительных вибрационных нагрузках (виброползучесть); динамическое разжижение водонасыщенных грунтов.

Районирование сейсмических территорий по грунтовым условиям выполняется с использованием метода сейсмических жесткостей. Оценка приращения балльности по этому методу основана на сравнении сейсмических жесткостей (произведения скоростей прохождения поперечных волн на плотность грунта) для изучаемых и эталонных грунтов, при этом учитываются поправки на обводненность и резонансные явления.

Система грунтобетонных геотехнических барьеров является одним из методов изменения сейсмической жесткости основания площадки строительства и обеспечения техногенной безопасности. Внедрение в слабые водонасыщенные грунты верхней десятиметровой зоны грунтового основания жестких грунтобетонных элементов создает эффект «сейсмического дренажа». Скорость прохождения поперечной волны в них значительно больше, чем в окружающем грунте, что, в свою очередь, приводит к расходу на грунт меньшей части энергии сейсмического процесса [67].

Экспериментальные исследования последних десятилетий (В.А. Ильичев, Ю.В. Монголов и др.) показали, что физическая и геометрическая структуры системы приповерхностных слоев, общая толщина которых составляет

порядка десятков метров, также могут оказывать существенное влияние на интенсивность сейсмических волн [68, 69].

В работе [70] была предложена методика численного моделирования, дающая возможность определить размеры площадей, на которых необходимо проводить устройство искусственного основания в слабых водонасыщенных грунтах, а также способы его устройства, позволяющие перевести грунты третьей категории сейсмичности во вторую, согласно СП 14.13330.2011 «Строительство в сейсмических районах».

Площадки с сейсмичностью 8 баллов не применимы для строительства высотных зданий. Для снижения сейсмичности площадки строительства с 8 до 7 баллов требуется изменение массива грунтов для перевода их из III во II категорию по сейсмическим свойствам. С этой целью был предложен горизонтальный геотехнический барьер из вертикальных грунтобетонных элементов. Устройство таких вертикальных армирующих элементов приводит к эффекту обжатия грунта и ограничению возможности и абсолютной величины его объемных деформаций при воздействии сейсмической волны. В этих условиях не возникают явления «виброразжижения» и «виброползучести».

В ходе микросейсморайонирования площадки строительства до и после выполнения горизонтального грунтобетонного геотехнического барьера экспериментально доказано, что его устройство ведет к существенному возрастанию сейсмической жесткости площадки строительства. Это позволяет снизить ее категорийность и обеспечить нормативную и фактическую возможность строительства зданий большой этажности, а также восприятие передачи давлений на основание от высоконагруженных фундаментов.

Таким образом, в [53] экспериментально показано, что устройство горизонтального геотехнического барьера в виде структурного геомассива приводит к существенному возрастанию сейсмической жесткости площадки строительства. Это позволяет снизить ее категорийность и обеспечить нормативную и фактическую возможность строительства зданий большой этажности, а также восприятие передачи давлений на основание от высоконагруженных фундаментов. На основе экспериментальной зависимости «эффективный модуль деформации – скорость распространения поперечной сейсмической волны» возможно оценивать объем необходимых мероприятий по снижению сейсмичности площадок строительства.

В работе [52] разработана новая концепция, которая перенаправляет и уменьшает действие опасных сейсмических волн при помощи инженерного подземного сейсмического барьера. Барьер состоит из нескольких скважин и комплекса траншей, которые препятствуют проникновению разрушающих сейсмических волн в обозначенную «защитную зону». Барьер не только предназначен для противодействия поверхностным волнам в горизонтальной плоскости, но и позволяет уменьшить действие сейсмических волн от дифракции и перемещения в вертикальной плоскости.

Компьютерные модели распространения сейсмической волны сравниваются с экспериментальными данными. Анализ показал, что разрушительное землетрясение магнитудой 7.0 может быть ослаблено в пределах определенной защитной зоны.

На рис. 2.27 видно, что в сооружениях используются скважины, которые выступают в качестве барьеров с широкополосной сейсмической волной. Они концептуально создают метаизоляционные материалы для маскировки, значительно уменьшающие энергию, которая в противном случае достигла бы защищаемую область. Здесь под метаматериалом понимается синтетический композиционный материал, состоящий из множества субволновых элементов, которые изменяют модули упругости и плотность массы [71].





Рис. 2.27. Концепция условной решетки скважины, которая перенаправляет и уменьшает действие опасных сейсмических волн до достижения особо важного сооружения

G. Ма и Р. Sheng провели вычислительные и масштабированные эксперименты этой концепции. Данная концепция может быть применена ко всем типам сейсмических волн. Кроме того, перенаправление может привести к тому, что сейсмические волны будут фокусироваться и концентрироваться, когда они распространяются вокруг барьера, фактически увеличивая движение земли, испытываемое соседними участками, к боковым бокам барьера.

Мау и Bolt в работе [72] выполнили некоторые из первых численных моделей моделирования интерференционных эффектов, вызванных воздушными заполненными вертикальными траншеями при распространении сейсмических волн. Их результаты показали, что траншеи, превышающие 100 м, могут препятствовать и ослаблять движение сейсмических грунтов, однако, сейсмические волны все еще могут диффундировать под траншеями и воздействовать на «защищаемую зону». Ими обнаружено, что использование двух траншей, стратегически расположенных по обеим сторонам защитной зоны, значительно уменьшает сейсмическое движение между траншеями. Однако траншеи должны быть достаточно глубокими, порядка нескольких сотен метров. Кроме того, наблюдалось конструктивное резонансное поведе-

ние между траншеями, зависящими от частоты сейсмических волн, расстояния между траншеями и глубины траншеи. Чрезмерная глубина траншеи и риск резонансного поведения показывают, что вертикальные траншеи неэффективны и непрактичны для уменьшения сейсмического движения в защитной зоне на поверхности.

Brule и др. [73] провели несколько экспериментов совместно с командой из Institute Fresnel and Menard Construction company. В аллювиально заполненном осадочном бассейне за пределами Гренобля (Франция) был построен массив из нескольких дюжин воздушных заполненных вертикальных скважин, чтобы изучить их влияние на уменьшение действия сейсмического движения. Скважины были размерами 1 м² и 5 м в глубину.

Кіт и Das в работе [74] предложили другие подходы, в основе которых лежит заглубление больших резонаторных танков. С их помощью падающая сейсмическая энергия превращается в акустическую энергию, а затем в тепло. Анализ этого подхода с использованием трехмерного моделирования на основе метода конечных элементов показал, что только энергия на дискретных резонансных частотах может рассеиваться. Кроме того, сдвиговые волны не могут соединяться и управлять воздушными или заполненными жидкостью структурами резонатора.

Krodel и др. в работе [75] предложили для рассеивания энергии использовать подземные сейсмические заслонки. В масштабном эксперименте в песчаном резервуаре ими обнаружено, что для покрытия соответствующего частотного спектра потребуется много десятков резонаторов разного размера. Однако масштабирование таких подходов к разным длинам сейсмических волн привело к тому, что сооружения от сотен метров до километра в глубину являются непрактичными.

Colombi и др. [76] в качестве альтернативы предложили надземную концепцию, в основе которой лежат размещенные стратегически высокие деревья или стальные башни, с помощью которых поглощаются некоторые колебания грунта и рассеивается сейсмическая энергия. Однако, чтобы повлиять на сейсмические частоты ниже 10 Гц, высота надземных сооружений должна составлять несколько сотен метров с высокой плотностью объектов на расстояниях порядка километра.

Группой российских исследователей разработана система комплексной сейсмической защиты (КСЗ) на основе сейсмических барьеров и сейсмических подушек. Эта концепция системы КСЗ предполагает создание сейсмических барьеров различных конструктивных решений для защиты от поверхностных волн Рэлея, Рэлея – Лэмба и Лява, а также системы диссипативных слоев (подушек) под фундаментами сооружений для защиты от воздействия объемных S- и P-волн. В системе КСЗ для защиты от поверхностных волн применяются свайные барьеры, заполненные гранулированными метаматериалами, обеспечивающими более, чем четырехкратное снижение магнитуд ускорений, скоростей и перемещений поверхностных волн в пределах защищаемой территории в наиболее опасном для большинства сооружений частотном диапазоне 2 – 15 Гц (рис. 2.28).



Рис. 2.28. Фрагмент волнового поля при компьютерном моделировании свайного барьера, препятствующего распространению сейсмических волн в защищаемую территорию; диаметр защищаемой территории ~160м

Для обеспечения защиты сооружений и их фундаментных конструкций от объемных волн в рамках системы КСЗ разработаны сейсмические подушки, располагаемые непосредственно под фундаментом сооружения (рис. 2.29). Такие подушки рассеивают энергию сейсмических объемных S волн и отражают энергию P волн, позволяя достичь более чем четырехкратного снижения амплитуд ускорений, скоростей и перемещений по сравнению с незащищенными сооружениями.



Рис. 2.29. Пример многослойной сейсмической подушки, защищающей здание энергоблока атомной станции от объемных волн; многослойная конструкция обеспечивает эффективную диссипацию энергии объемных волн при шестикратном снижении уровня колебаний в частотном диапазоне 2 – 35 Гц

Проведение расчетов, связанных с исследованием взаимодействия сейсмических волн с барьерами и диссипативными слоями (подушками), осуществляется с помощью численных алгоритмов, основанных на явных разностных схемах, применявшихся авторами проекта в аналогичном контексте при исследовании решений задач Лэмба. Исследование процессов диссипации энергии в диссипативных слоях системы КСЗ проводится на основе моделей гранулированных сред, включая модифицированные кэм-клей модели и гиперупругие потенциалы Арруды – Бойс, учитывающие гистерезис.

Проведенными теоретическими и численными исследованиями установлено, что применение КСЗ позволяет уменьшить амплитуды скоростей и ускорений на площадке строительства в четыре раза и более (в шесть раз при применении многослойных подушек), что эквивалентно снижению балльности соответствующей площадки строительства на 2 – 3 балла.

2.2.4. Рекомендации по использованию сейсмических барьеров

Сейсмозащита территории с помощью сейсмических барьеров рекомендуется в следующих случаях [55]:

- 1. Защищаемые от сейсмических воздействий объекты возведены на слабых грунтах, подверженных разжижению.
- 2. Традиционно применяемые конструктивные решения (сейсмоизоляторы, гасители колебаний и др.) не позволяют достичь необходимого снижения балльности.
- 3. Требуется защита фундаментной плиты сооружения, остающейся незащищенной при традиционных способах сейсмозащиты.
- 4. Вне зависимости от конструктивных решений сейсмические барьеры должны полностью охватывать периметр защищаемой территории ввиду сильной дифракции сейсмических волн. Создание барьеров, не полностью охватывающих периметр защищаемой территории (с незамкнутым контуром), недопустимо, за исключением случая, когда создается барьер в виде свайного поля.
- 5. Максимальный линейный размер защищаемой территории не должен превышать 10 12 длин рэлеевских волн; при большем диаметре защищаемой территории возможно проникновение сейсмических волн снизу.

Рекомендуемые сейсмические барьеры могут иметь следующие конструктивные решения:

• Вертикальный барьер «стенка в грунте». Этот вид барьера должен обеспечивать отражение объемных волн от границы барьера и в то же время непропускание рэлеевских волн в защищаемую территорию.

• Горизонтальный барьер. Применение этого вида барьеров основано на одном результате в теории поверхностных волн, известном как теорема Чадвика, в соответствии с которым поверхностная рэлеевская волна не может распространяться, если граница полупространства защемлена.

• Барьер, составленный из свай большого диаметра. Применение этого вида барьеров основано на эффекте рассеивания волновой энергии сваями большого диаметра.

Основные расчеты, по которым можно оценить снижение балльности сейсмического воздействия в защищаемой территории, необходимо осуществлять с помощью специализированных программных комплексов (Abaqus, ANSYS, LS-DYNA, Dytran и др.), позволяющих моделировать распространение сейсмических волн и их взаимодействие с сейсмическими барьерами.

Отметим, что С.В. Кузнецов, О.В. Мкртычев, А.Э. Нафасов получили патент на изобретение «Барьер для защиты застроенных территорий от поверхностных сейсмических волн». Приведем краткую информацию о преимуществах изобретения.

Изобретение относится к строительству и может быть использовано для защиты территорий с расположенными зданиями и сооружениями, находящихся в сейсмически опасных районах, а также для их защиты от виброколебаний, источником которых может быть любое технологическое оборудование или оружие.

Известен экран для защиты фундаментов зданий и сооружений от воздействия колебаний (Авторское свидетельство СССР № 817150, кл. Е02D 27/34, 1979). Экран включает размещенную вокруг контура фундамента траншею, заполненную материалом, поглощающим колебания. Траншея выполнена в грунте из соединенных своими концевыми участками криволинейных секций, причем криволинейные секции могут быть обращены навстречу колебаниям как выпуклостью, так и вогнутостью. Недостатком известного экрана является низкая эффективность защиты за счет нарушения целостности системы грунт – фундамент при исчерпании демпфирующих свойств засыпки траншеи.

Наиболее близким к предлагаемому техническому решению является экран для защиты объектов от сейсмических волн (Патент РФ № 2006553, кл. E02D 27/34, 1994). Экран представляет собой расположенную вокруг сооружения, погруженную в грунт оболочку, выполненную из соединенных своими концевыми участками и обращенных выпуклостями навстречу колебаниям железобетонных секций Л-образной формы. При этом масса грунта, заключенная внутри оболочки, равна массе сооружения, а оболочка в плане представляет собой многовершинную звезду. Недостатком такого экрана является разрушение структуры прилегающего с внутренней стороны звезды грунта, что снижает эффективность работы, а также расслоение грунтового массива в виде трещин или осыпи в области выступающих вершин.

Целью настоящего изобретения является повышение эффективности защиты за счет создания барьера, препятствующего распространению поверхностных сейсмических волн (волн Рэлея).

Указанная цель достигается за счет того, что барьер для защиты застроенных территорий от поверхностных сейсмических волн окружает защищаемую территорию, а его верхний край находится на уровне с поверхностью грунта. Барьер в плане выполнен выпуклым, глубина барьера выполняется не меньше 0.2 длины волны, а ширина стенки барьера – не меньше одной длины волны. Длина волны принимается соответствующей самой низкой частоте из наиболее опасных частот колебаний для данного района, определяемых по спектрам акселерограмм землетрясений. Расстояние между границами сооружений и внутренней границей барьера составляет не менее 0.35 ширины барьера, а материал барьера выполняется с плотностью как минимум вдвое большей, чем плотность окружающего грунта.

Повышение эффективности защиты достигается за счет модификации физических свойств поверхностного слоя, что приводит к снижению энергии волн Рэлея, которые не могут распространяться, если поверхностность полупространства защемлена. Волнами Рэлея называются поверхностные волны, которые могут распространяться вдоль плоской свободной границы изотропного упругого полупространства и амплитуда которых быстро спадает с глубиной. Рэлеевские волны являются одними из существенных факторов, связанных с переносом энергии при землетрясениях, поскольку энергия рэлеевских волн локализована в весьма тонком слое вблизи от границы полупространства. Рэлеевские волны, наряду с волнами Лява, распространяясь по поверхности, затухают с расстоянием медленнее объемных волн. Для восприятия поверхностных волн и создания препятствия для их распространения предлагается заменить участок поверхностного слоя среды на барьер из материала с плотностью как минимум вдвое большей, чем плотность окружающего грунта, тем самым пригрузив поверхностный слой.

Ширина стенки барьера должна быть не меньше длины волны, при этом длина волны принимается соответствующей самой низкой частоте из наиболее опасных частот колебаний, определяемых по спектрам акселерограмм землетрясений. Если длина волны оказывается больше ширины барьера, часть волновой энергии проходит через барьер, и эффективность барьера резко снижается. При выполнении ширины барьера свыше длины волны эффективность барьера возрастает, но после превышения ширины барьера 1.6 длины волны эффективность защиты растет незначительно.

Глубина барьера выполняется не меньше 0.2 длины волны. Если глубина барьера оказывается меньше 0.2 длины волны, часть волновой энергии проходит через барьер, и эффективность барьера резко снижается. При выполнении глубины барьера свыше 0.2 длины волны эффективность барьера возрастает, но после превышения глубины барьера 0.4 длины волны эффективность защиты растет незначительно.

Безопасное расстояние между границами сооружений и внутренней границей барьера составляет не менее 0.35 ширины барьера, так как на расстоянии ближе указанного грунт и сам барьер испытывают значительные деформации, вызванные сейсмическими волнами. Барьер испытывает деформации из-за того, что он воспринимает на себя основную энергию поверхностных волн. Близлежащий грунт испытывает деформации из-за того, что: а) часть волновой энергии проходит под барьером и б) от барьера передаются деформации. Эффективность барьера увеличивается пропорционально увеличению плотности материала, из которого он изготовлен. Существенное увеличение эффективности барьера достигается, когда его материал имеет плотность как минимум вдвое больше, чем плотность окружающего грунта.

Верхний край барьера для наиболее эффективного взаимодействия с поверхностными волнами устанавливается на одном уровне с поверхностью грунта.

Необходимо отметить, что кинетическая энергия волнового поля является квадратичной функцией амплитуды. Проведенные исследования показывают, что с помощью горизонтального барьера можно получить уменьшение магнитуды перемещений за барьером в 1. 5 – 2 раза (в зависимости от физических свойств грунта и барьера) по сравнению с незащищенной зоной перед барьером. Это означает уменьшение кинетической энергии сейсмических волн в защищаемой территории в 2.25 – 4 раза соответственно.

После взаимодействия волн с барьером возможно частичное и даже полное разрушение структуры барьера, поэтому после завершения периода сейсмической активности необходимо проводить мероприятия по восстановлению барьера.

Отдельно следует остановиться на вопросах обеспечения защитных функций барьеров при землетрясениях высокой интенсивности, например, десятибалльных (по шкале МСК 64), когда в материале барьера могут возникать зоны локализации пластических деформаций, а при повторных сейсмических колебаниях, вызванных сильными афтершоками интенсивности 9 – 9.5 баллов, в материале барьера могут возникнуть разрушения, обусловленные малоцикловой усталостью бетона.

Глава 3. Методы расчета зданий и сооружений на сейсмостойкость

3.1. Обзор по методам расчета зданий и сооружений на сейсмические воздействия

Массовое строительство высотных зданий сложной конфигурации требует тщательного подхода к вопросам их расчета и проектирования в условиях повышенной сейсмичности региона.

В теорию и практику сейсмостойкого строительства значительный вклад внесли труды К.С. Абдурашидова, Я.М. Айзенберга, Д.Д. Баркана, В.В. Болотина, В.М. Бондаренко, В.А. Быховского, И.И. Голденблата, В.К. Егупова, Т.Ж. Жунусова, К.С. Завриева, Б.Г. Коренева, И.Л. Корчинского, П.П. Кульмача, А.М. Курзанова, В.М. Ляхтера, А.И. Мартемьянова, О.В. Мкртычева, А.Г. Назарова, Ш.Г. Напетваридзе, С.Х. Негматуллаева, Ю.И. Немчинова, Н.А. Николаенко, С.В. Полякова, В.Т. Рассказовского, Т.Р. Рашидова, О.Д. Савинова, А.Е. Саргсяна, А.Г. Синицына, С.Б. Смирнова, М.Т. Уразбаева, Э.Е. Хачияна, А.И. Цейтлина, У.Ш. Шамсиева, Г.А. Шапиро и других ученых и специалистов в области исследования, проектирования и строительства сооружений в сейсмических районах стран СНГ.

Развитие методов расчета на сейсмостойкость существенно зависит от степени изученности проблемы, включающей в себя пространственное моделирование конструкции, разработки методов расчета сейсмостойкости и динамики сооружения при волновом характере движения основания и при землетрясении различной интенсивности. Кроме того, необходимо предусматривать различные меры сейсмозащиты здания, способствующие снижению сейсмических нагрузок.

Все перечисленное в значительной мере связано с возможностью замены традиционных консольных расчетных схем зданий усложненными моделями, наиболее приближенными к реальным конструкциям и поэтому точнее описывающими их действительную работу при землетрясении и других воздействиях.

Совершенствование расчетных моделей нельзя вести без учета характерных особенностей поля колебаний грунта при землетрясении и без учета грунтовых условий. Как процесс, сейсмические колебания почвы содержат в себе множество компонент с различными амплитудами и частотами и, следовательно, обладают волнами различной длины, распространяющимися вдоль сооружения с конечной скоростью. Допущение о равномерности поля колебаний грунта, принятое в нормах, приводит к выводу о том, что для симметричных в плане зданий не должны возникать ни крутильные, ни другие кососимметричные (по длине) колебания, что явно противоречит экспериментальным данным.

3.2. Конструкция сооружения и методы исследования

Здания и сооружения состоят из множества элементов, которые можно представить в виде балок, пластин, узловых связей, сосредоточенных масс и т.д. Соответственно математическая модель такой конструкции является очень сложной и требует колоссальных ресурсов для построения ее решения. Существуют различные способы построения упрощенных моделей. Это метод суперэлементов [77 – 80], метод конечных полос [78], метод редуцированных элементов [81], метод пространственных конечных элементов [82] и метод модульных элементов [83].

Основной идеей в этих методах является разбиение конструкции на суперэлементы, а сами суперэлементы – на конечные элементы. Тогда процесс нахождения решения задачи производится в два этапа. На первом этапе определяются перемещения узлов суперэлементов, а на втором – перемещения узлов внутренних конечных элементов каждого суперэлемента. Эту же идею можно использовать при определении жесткости выделенного блока (этажа) сооружения. Сооружение можно представить в виде балки или пластины, работающей на изгиб, растяжение – сжатие, сдвиг и кручение. Жесткостьные характеристики (с учетом вязкости и пластичности материалов) такой балки можно определить в натурном эксперименте для выделенного блока или проведением для него численного эксперимента на чистый изгиб, растяжение, сдвиг и кручение с помощью специально разработанного программного обеспечения. Следует отметить, что уже при четырехбалльном землетрясении материал элементов конструкции переходит в пластическое состояние.

При расчете на сейсмостойкость применяется пространственная (коробчатая) модель сооружения с перекрытиями, проемами, перегородками. Используются конечно-элементная дискретизация модели и следующие методы расчета:

- Статический метод расчета сейсмостойкости метод задания сейсмической нагрузки по распределению массы объекта, выбранному масштабу и направлению постоянного ускорения. По заданной сейсмической нагрузке в узлах объекта (здания) решается статическая задача определения напряженно-деформированного состояния и прочности элементов его конструкции.
- Квазистатический линейно-спектральный метод метод, предполагающий на первом этапе отыскание динамических характеристик (частот, форм колебаний и коэффициента динамичности), формирующих сейсмическую нагрузку, по которой определяются напряженнодеформированное состояние и сейсмостойкость объекта с сейсмоизоляцией. Применение этого метода важно тем, что учитываемые в нем коэффициенты в формуле сейсмической нагрузки аккумулируют огромный проектный и экспериментальный опыт сейсмостойкого

строительства. Обычно сейсмическую нагрузку в здании с сейсмоизоляцией на этапе проскальзывания рекомендуют уменьшать за счет снижения коэффициента интенсивности землетрясения, т.е. без определения динамических характеристик скользящей модели. Решение этой проблемы получено без искусственного занижения интенсивности землетрясения.

 Метод динамического анализа сейсмостойкости – метод численного интегрирования уравнений движения системы (математической модели объекта) при сейсмическом воздействии, заданном реальными или синтезированными акселерограммами или перемещениями. При решении используется пошаговый метод Ньюмарка, позволяющий учитывать демпфирование и волновые процессы не только в основании, но и по зданию, находящемуся, в том числе, в эпицентральной зоне землетрясения.

3.3. Математические модели зданий и сооружений

При расчете зданий и сооружений важным этапом является построение математической модели объекта. Если математическая модель будет не адекватной, тогда полученное решение приведет к неправильному описанию процессов, происходящих при землетрясениях.

Перед выбором расчетной модели здания или сооружения необходимо проанализировать основные факторы, существенно влияющие на поведение объекта. Перечислим такие факторы при расчете зданий и сооружений на сейсмостойкость, а также способ построения математической модели и численный метод ее решения.

В практических расчетах зданий и сооружений на сейсмостойкость часто используют заданное расчетное ускорение землетрясения [84, 85], реальные записи акселерограмм землетрясений [1, 42] и искусственно построенные акселерограммы [86]. Вычисления перемещений по реальным записям акселерограмм и их сравнение с теми же записями сейсмограмм существенно отличаются (амплитуда в два – три раза), поэтому в задачах, где при вычислениях участвуют перемещения, необходимо в качестве воздействия задавать записи сейсмограмм (перемещений). Следует обратить внимание на спектр частот и амплитуды ускорений при этих частотах, так как сопоставление их значений и размеров рассчитываемого объекта определяет выбор математической модели.

Способ защиты зданий и сооружений с использованием барьеров эффективен для поверхностных волн Рэлея и Рэлея – Лэмба, которые возникают от землетрясений и взрывов, происходящих на некотором горизонтальном удалении от защищаемого объекта. Если защищаемый объект находится близко к эпицентру землетрясения, тогда либо эффективность сейсмозащитных барьеров сильно снижается либо они вовсе становятся бесполезными. Поэтому для сейсмоизоляции уникальных объектов необходимо использовать как сейсмозащитные барьеры, так и локальные способы комплексной сейсмоизоляции, которые эффективны для эпицентральной зоны.

Математические модели сейсмоизолирующих элементов зависят от конструкций этих устройств. Здесь могут быть использованы элементы модели типа сухого трения, упруговязкого элемента, упруговязко-пластического элемента и т.д.

3.4. Пространственные расчетные модели зданий

Обычно расчетная модель высокого здания представляется консольным стержнем с массами на уровне перекрытий. Такая модель допускает только сдвиговые или изгибные колебания стержня, не отражая его пространственной работы. Однако результаты натурных наблюдений и инженерного анализа последствий сильных землетрясений свидетельствуют о повреждениях, вызванных именно пространственной деформацией, например, кручением.

Пространственная коробка здания в зависимости от деформационных свойств перекрытия представляется плоской, если перекрытие представляется жестким диском, или пространственной, если учитываются деформируемость и поворот перекрытия.

Существуют различные подходы к выбору пространственной модели здания:

1. Если несущей конструкцией служат как поперечные, так и продольные стены, монолитно соединенные между собой, то здание рассматривается как тонкостенный консольный стержень (или призматическая оболочка с вертикальной осью) замкнутого профиля с поперечными или продольными диафрагмами.

2. При принятии гипотезы о недеформируемости контура поперечного сечения здание рассматривается как горизонтальная призматическая оболочка, опирающаяся на торцевые диафрагмы.

3. Расчетная схема крупнопанельных домов при наличии большого числа поперечных стен с симметричной планировкой представляется балочной сеткой, в которой вертикальные балки соответствуют вертикальным диафрагмам, а горизонтальные – перекрытиям. Балочная сетка может быть заменена ортотропной плитой.

4. Пространственная модель может быть сведена к расчету балки на упругом основании с упругими опорами.

5. Протяженное одноэтажное здание может рассматриваться как балка большой толщины на упругом основании, где роль балки играет перекрытие, в котором учитывается изгибно-сдвиговая форма деформации.

6. Трехмерная расчетная модель здания может быть представлена пронизывающими друг друга пластинами, балками, в поперечном и продольном направлениях и многослойной мембраной с упругими связями между слоями – в вертикальном.

7. Расчетная схема представляется коробкой с защемленным нижним концом. Панели, расположенные перпендикулярно направлению сейсми-

ческого воздействия, работают на изгиб, а расположенные параллельно – на сдвиг.

Использование рассмотренных выше моделей, а это лишь небольшая их часть, возможно лишь с введением некоторых упрощающих гипотез, при которых пространственный характер работы здания учитывается приближенно. Такими упрощениями являются: гипотезы о недеформируемости перекрытий, недеформируемости контура поперечного сечения здания, предварительное задание закона воздействия, его направление и т.п. Решения, полученные с введением указанных гипотез, ограничивают круг решаемых задач.

То обстоятельство, что применение аналитических методов решения для сложных систем, какими являются пространственные модели сооружений, не всегда эффективно, обусловило широкое использование численных методов, каким является, например, метод конечных элементов. Идея конечно-элементной дискретизации находится в полном соответствии с расчетной схемой коробчатой конструкции.

Применением МКЭ к расчету коробчатых моделей зданий посвящена работа [87]. В этой работе сравниваются результаты расчета коробчатых моделей крупнопанельных зданий, полученные с учетом изгибно-сдвиговых деформаций стен и перекрытий, а также с учетом только сдвига. Результат сравнения показал незначительное расхождение между данными мембранного (сдвигового) и трехмерного расчетов. Незначительная доля изгибных напряжений по сравнению с мембранными в пластинах, образующих пространственную систему, подтверждается и экспериментами, проведенными в [88].

В ИМиСС АН РУз также проводились исследования статического и динамического поведения пространственных коробчатых моделей различных зданий: высотных, протяженных и др. [89].

В настоящем проекте в качестве пространственной модели рассмотрена коробчатая модель, панели и перекрытия которой находятся в условиях сдвигового деформирования. Возможность такого рассмотрения основывается на результатах приведенного краткого обзора, а также на том основании, что в зданиях устанавливается достаточное число ребер и диафрагм жесткости и их влияние позволяет не учитывать изгиб перекрытий и большепролетных боковых панелей. Кроме того, необходимо отметить, что учет изгиба панелей из своей плоскости в отдельных случаях привел бы к низким значениям собственных частот, соответствующих изгибу отдельных пластин, не отражая при этом поведения всей конструкции в целом.

Эффективно рассчитывать коробчатые конструкции с балочными и пластинчатыми элементами позволяет МКЭ. При этом здание представляется пластинчато-стержневой системой, элементы которой соединены в узлах, что дает возможность рассматривать сооружения любых конструктивных типов и получать достаточно наглядные результаты.

3.5. Методы расчета зданий на сейсмические воздействия

Метод конечных элементов позволяет учитывать реальную геометрию здания, его конструктивные особенности, различие геометрических и физико-механических параметров составляющих конструкцию элементов, наличие в них проемов, т.е. фактически производится расчет реальной упругой (в этом смысле, конечно, идеализированной) пространственной конструкции.

3.5.1. Спектральный метод расчета. Пример решения

При расчете здания на сейсмическое воздействие спектральным методом составляется и решается система алгебраических уравнений

$$[K]\{u_i\} = \{S_{ik}\},\tag{3.5.1}$$

где левая часть — это упругая реакция конструкции на расчетную сейсмическую нагрузку S_{ik} , соответствующую *i*-му тону собственных колебаний и определяемую по формуле

$$S_{ik} = \mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2 Q_k A \beta_i \mathcal{K}_{\psi} \eta_{ik}. \tag{3.5.2}$$

В формуле для сейсмической нагрузки (3.5.2) K_1 , K_2 и K_{ψ} – коэффициенты, принимаемые по таблицам СНиП; Q_k – масса, сосредоточенная в точке k модели здания; A – среднее значение амплитуды ускорений в долях g (0.1; 0.2; 0.4) для расчетной сейсмичности 7, 8 и 9 баллов, соответственно; β_i – коэффициент динамичности, а η_{ik} – приведенный по массе коэффициент *i*-й формы собственных колебаний.

Таким образом, сейсмическая нагрузка (3.5.2) зависит от выбора расчетной модели и в значительной мере устанавливается ее динамическими характеристиками – периодами, определяющими коэффициент динамичности $\beta_i \sim 1/T_i$, и формами собственных колебаний (η_{ik}). Поэтому первым шагом для определения сейсмической нагрузки при расчете здания на сейсмическое воздействие является нахождение динамических характеристик, получаемых в ходе решения алгебраической проблемы на собственные значения, где коэффициентами системы являются матрицы жесткости [K] и масс [M]:

$$([K] - \omega^2[M]) \{\eta\} = 0.$$
 (3.5.3)

Полученные из (3.5.3) собственные значения (частоты и формы собственных колебаний) пространственной модели здания на жестком фундаменте (с однородными граничными условиями) подставляются в формулу сейсмической нагрузки (3.5.2) и затем в алгебраическую систему (3.5.1), решение которой определит напряженно-деформированное состояние модели при заданной интенсивности сейсмического воздействия. Корректируя полученное решение линейной задачи с учетом коэффициентов в формуле сейсмической нагрузки, получим требуемый результат.

Если здание находится на сейсмоизолирующем фундаменте, то в фазе проскальзывания допускаются горизонтальные перемещения ростверка, при которых на скользящие опоры будут действовать силы трения, направленные противоположно движению. В явном виде силы трения не входят в систему (3.5.3), поэтому для их учета необходимо дополнить конечно-элементную модель в местах нахождения скользящих опор элементами, в которых возникают горизонтальные внутренние силы, равные по величине трению в фундаменте. В качестве таких «фиктивных» элементов выбираются 2 горизонтальных упругих, упругопластических или идеально жесткопластических стержня, работающих на растяжение – сжатие. При этом нелинейный закон изменения восстанавливающей силы может быть заменён [90] эквивалентной линейной моделью с эффективной упругой жёсткостью и эффективной вязкостью затухания. Оба стержня одним концом соединены со скользящей опорой и направлены в противоположные стороны. Другие концы жестко закреплены в основании (рис. 3.1). При этом геометрические характеристики поперечного сечения «фиктивных» стержней выбираются такими, чтобы возникающая в них продольная сила равнялась по величине силе трения, действующей на данную опору, $F_{mp}=0.5fP/n$, где коэффициент трения f=0.1; P – полный вес здания; n – количество скользящих опор, а коэффициент 0.5 учитывает, что к каждой опоре по направлению движения приложены 2 стержня. Сжатие одного из них вызывает такое же по величине растяжение другого, при этом общая сила на опору суммируется. Длина «фиктивных» элементов выбирается равной допустимой величине горизонтальных подвижек надземных конструкций, для чего в сейсмоизолирующем поясе предусмотрены жесткие ограничители горизонтальных перемещений (упоры). По результатам исследований допустимая величина подвижек составляет 7-8 см для зданий высотой не более пяти этажей и 10 – 12 см – для девятиэтажных.



Рис. 3.1. Модель скользящей опоры

Пример 3.1. Расчет 9-этажного крупнопанельного дома с сейсмоизолирующим поясом на сейсмические нагрузки.

В расчете пространственная коробчатая модель здания имеет размеры в плане 20×11 м и высоту 27 м.

В расчетах учитывались следующие значения физико-механических параметров кладки: модуль упругости E=20000 МПа; коэффициент Пуассона 0.2; плотность 2 т/м³. Для бетонных перекрытий E=30000 МПа. Коэффициент трения скольжения по поясу принят $f_{mp}=0.1$.

На рис. 3.2 показаны основные формы колебаний девятиэтажного здания на жестком (*a*) и сейсмоизолированном (*б*) фундаменте.



Рис. 3.2. Первые формы собственных колебаний здания на жестком (*a*) и сейсмоизолированном (б) фундаменте

В результате решения системы (3.5.3) определены основные собственные частоты модели до скольжения: ω_1 =3.5 Гц, а на этапе проскальзывания: ω_1 =1.0 Гц. Соответствующие им формы показаны на рис. 3.2 и представляют сдвиг здания в направлении наименьшей жесткости (рис. 3.2, *a*) и перемещение модели как твердого тела (рис. 3.2, *б*), когда все точки смещаются примерно одинаково, при этом в здании практически отсутствуют деформации, а значит, малы и напряжения.

При подсчете сейсмической нагрузки по формуле (3.5.2) значения коэффициентов K_1 , K_2 , K_{ψ} , A, учитывающих свойства грунтов, интенсивность землетрясения, степень ответственности и диссипацию, остаются постоянными вне зависимости от этапов проскальзывания или залипания. При переходе от 1-го этапа ко 2-му изменяются только динамический коэффициент $\beta_1=1/T_1=\omega_1$ (3 – на первом этапе и 1 – на втором) и коэффициенты η_{1k} вектора формы ($\eta_{1kma\kappa}=0.83$ – на 1-м и $\eta_{1kma\kappa}=0.35$ – на 2-м).

В результате перемножения коэффициентов, формирующих сейсмическую нагрузку на соответствующих этапах, получим, что на первом этапе $S_1=S_03\times0.83$ превосходит сейсмическую нагрузку на этапе проскальзывания $S_2=S_01.0\times0.35$ примерно в 7 раз.

Следует отметить, что при расчете сейсмической нагрузки S_{ik} для консольной модели на этапе проскальзывания значение коэффициента ускорений А рекомендуется, согласно нормативным документам, уменьшить вдвое по сравнению с этапом залипания, т.е. искусственно снизить на 1 балл интенсивность воздействия, оставив неизмененными коэффициенты формы η и динамический коэффициент β . Такой подход, однако, не совсем точен, поскольку изменение граничных условий на фундаменте (жесткое закрепление или проскальзывание) меняет и динамические характеристики модели. И именно эти изменения снижают условную сейсмическую нагрузку на здание в процессе проскальзывания. Таким образом, предложенный подход позволяет получить сейсмическую нагрузку и определить напряженно-деформированное состояние здания как на этапе залипания, так и на этапе проскальзывания, не прибегая к искусственному занижению балльности сейсмического воздействия, и учесть, согласно данным СНиП II-7-81*, накопленный опыт сейсмостойкого строительства, используя спектральный метод.

3.5.2. Динамический метод расчета. Пример решения

При изучении колебаний здания применяется метод динамического анализа сейсмостойкости – метод численного интегрирования уравнений движения системы (математической модели объекта) при сейсмическом воздействии, заданном реальными или синтезированными акселерограммами или сейсмограммами (перемещениями). При решении используется пошаговый метод Ньюмарка, позволяющий учитывать демпфирование и волновые процессы не только в основании, но и по зданию, находящемуся, в частности, в эпицентральной зоне землетрясения. В этом случае разрешающая система, полученная методом конечных элементов, представляется системой обыкновенных дифференциальных уравнений *N*-го порядка (*N* – количество узловых перемещений).

При формировании этой системы учитываются граничные условия в основании сооружения, зависящие от этапа движения:

1. Для <u>здания на жестком фундаменте</u> (1-й этап – до скольжения) в основании отсутствуют все возможные относительные перемещения: горизонтальные по осям – δu , δv и вертикальные – δw :

$$z=0: \quad \delta u|_{z=0}=0; \ \delta v|_{z=0}=0; \ \delta w|_{z=0}=0. \tag{3.5.4}$$

Колебания здания на 1-м этапе (до скольжения по поясу) описываются системой уравнений вида

$$[M]{\ddot{u}} + [K]{u} = [M]{\ddot{u}_0(t)}$$
(3.5.5)

с начальными нулевыми условиями

$$\{u(t=0)\}=0, \ \{\dot{u}(t=0)\}=0.$$
 (3.5.6)

Здесь [K], [M] – матрицы жесткости и массы модели на жестком фундаменте; $\{\ddot{u}_0(t)\}$ – кинематическое воздействие (ускорение) в основании; $\{u\}$ – вектор искомых относительных перемещений в узловых точках модели (в каждом узле на плоскости – по два, а в узлах пересечения плоскостей – по три).

2. Для <u>здания на 2-м этапе движения</u> (при скольжении) в основании допускаются горизонтальные перемещения, отсутствуют вертикальные и поворот

$$z=0: \ \delta w|_{z=0}=0; \ \delta \varphi_{xy}=0.$$
 (3.5.7)

Для модели здания в фазе скольжения (2-й этап) при воздействии, достаточном для преодоления силы трения, порядок системы увеличивается за счет ненулевых перемещений в узлах ростверка, вызванных его проскальзыванием, при этом при скольжении по поясу действует сила сухого (F_{mp}) и вязкого (матрица демпфирования [C_0]) трения:

$$[M_1]\{\ddot{u}\} + [C_0]\{\dot{u}\} + [K_1]\{u\} = [M_1]\{\ddot{u}_0(t)\} + \{F_{mp}\}.$$
(3.5.8)

Здесь [K₁], [M₁], { F_{mp} } – матрицы жесткости и массы модели, порядок которых увеличен за счет перемещений узлов элементов, приходящихся на ростверк, проскальзывающий относительно опор, вектор, элемент которого отличен от нуля только в узле с проскальзыванием. Таким образом, если на первом этапе движения однородные граничные условия в основании снижают порядок системы за счет исключения из нее горизонтальных перемещений узлов, приходящихся на опору, то на втором этапе горизонтальные перемещения опорных узлов учитываются и, кроме того, на горизонтально перемещающиеся опорные узлы действуют внешние силы сухого трения с коэффициентом трения f_{mp} =0.1. Полная сила сухого трения $F_{mp}=f_{mp}Q$, где Q – общий вес наземной части здания. При установке п опор внешняя сила на одну опору составит $F_{mpi}=f_{mp}Q/n$.

Другие обозначения в (3.5.8): $\{\ddot{u}_0(t)\}$ – кинематическое воздействие (ускорение основания).

Второе слагаемое в (3.5.8) относится к установленным в узлах основания демпферам. Явное выражение для матрицы демпфирования $[C_0]$ имеет вид $[C_0]=\eta[K_0]$. Здесь нулевой индекс матрицы жесткости ($[K_0]$) означает, что вязкоупругое поведение относится только к опорам, а не ко всей модели сооружения. Для этого используются только те элементы матрицы жесткости, которые относятся к соответствующим перемещениям, остальные обнуляются.

Таким образом, разрешающая система дифференциальных уравнений модели здания с сейсмозащитным поясом примет вид

$$[M_1]\{\ddot{u}\} + \eta[K_0]\{\dot{u}\} + [K_1]\{u\} = [M_1]\{\ddot{u}_0(t)\} + \{F_{TP}\}, \qquad (3.5.9)$$

где η – коэффициент вязкости в опорах, определяемый по формуле

$$\eta_i = \frac{\psi}{2\pi\omega_i}.\tag{3.5.10}$$

Здесь $\psi = 1.9 -$ коэффициент внутреннего поглощения опоры; $\omega_i - i$ -я частота собственных колебаний здания.

В случае жесткого фундамента в системе уравнения (3.5.9) вторые слагаемые в левой и правой его частях отсутствуют, а вектор узловых перемещений содержит только узловые перемещения самого сооружения. **Пример 3.2.** Динамический расчет 9-этажного крупнопанельного дома с сейсмоизолирующим поясом на сейсмическое воздействие различного частотного спектра.

В расчете пространственная коробчатая модель здания имеет те же параметры, что и в примере 3.1.

Кинематическое воздействие представлено горизонтальным двухкомпонентным ускорением в виде гармонической функции с амплитудой 0.1g, соответствующей 7-балльному землетрясению, и частотой ω . Продолжительность воздействия – 2.4 с, весь процесс – 4 с:

$$\ddot{u}_0 = \ddot{v}_0 = 0.1g\sin(2\pi\omega t)$$
 при $0 < t < 2.4,$
0 при $2.4 \le t \le 4.$ (3.5.11)

Частота воздействия ω принималась в двух вариантах: 5 и 1 Гц. Обе частоты входят в диапазон частот как сейсмических воздействий, так и в спектр основных собственных частот зданий. Поэтому воздействия с такими частотами при малой диссипации могут вызвать интенсивные колебания типового здания с жестким фундаментом. Снижение же уровня колебаний здания на опорах при тех же частотах позволит сделать вывод относительно эффективности применения данного способа сейсмозащиты.

Первый расчет выполнен для здания на жестком фундаменте и может рассматриваться как тестовый, подтверждающий линейный рост амплитуды упругих колебаний при воздействии частотой, равной собственной частоте колебаний модели.

Модель с жестким основанием. Воздействие представляет собой гармоническое трехкомпонентное (по осям здания) ускорение основания с основной частотой собственных колебаний здания (3.2 Гц). Продолжительность воздействия составляет 2.4 с. В течение этого времени поперечные перемещения точек – перемещения в направлении наименьшей жесткости здания – линейно увеличиваются, т.е. наблюдается резонанс по первой форме колебаний с максимально достигнутой амплитудой на момент окончания воздействия – 0.4 м (рис. 3.3, δ). Горизонтальные перемещения в продольном направлении представляют биения, т.е. колебания с двумя несущими частотами – частотой воздействия и второй собственной частотой колебаний здания, для которых форма колебаний представлена колебанием в поперечном направлении – в направлении наибольшей жесткости. Их максимальная амплитуда достигает 0.1 м (рис. 3.3, а). Вертикальные перемещения сопровождают колебания и первой, и второй форм, поэтому при заданном воздействии (с основной собственной частотой) вертикальные колебания также происходят в резонансном режиме, но максимальная амплитуда на момент окончания воздействия составляет около 0.075 м (рис. 3.3, в). После окончания воздействия (t=2.4 с) колебания здания во всех направлениях постепенно затухают. Это вызвано учетом небольшого демпфирования.



Рис. 3.3. Продольные (*a*), поперечные (б) и вертикальные (*в*) перемещения точек 9-этажного здания: (——) – на уровне верхнего перекрытия; (- - - -) – в центральной части; (–х–х–х–) – на уровне второго этажа при воздействии с частотой 3.2 Гц

При высокочастотном воздействии, не попадающим в резонансный спектр сооружения (5 Гц) колебания сооружения на жестком фундаменте показаны на рис. 3.4. Здесь максимальные амплитуды горизонтальных колебаний на верхнем уровне здания достигают 2.5 - 3 см и пропорционально уменьшаются к основанию. В нижней строке этого же рисунка приведены колебания точек модели при низкочастотном воздействии – 1 Гц. Здесь также учет искусственной диссипации приводит к постепенному затуханию колебаний после прекращения воздействия, а максимальные амплитуды поперечных колебаний, достигнутые во время воздействия (до 2.4 с) почти в два раза превышают амплитуды высокочастотных колебаний (ср. верхний и нижний рис. $3.4, \delta$).



Рис. 3.4. Продольные (*a*), поперечные (б) и вертикальные (*в*) перемещения точек 9-этажного здания: (——) – на уровне верхнего перекрытия; (- - -) – в центральной части; (–х–х–х–) – на уровне второго этажа при воздействии с частотами 5 Гц (верхняя строка) и 1 Гц (нижняя строка)

Результаты на рис. 3.4 отражают поведение типового здания на жестком фундаменте при высокочастотном и низкочастотном воздействии и являются исходными для сравнения с ними аналогичных результатов для моделей с системами сейсмозащиты – сейсмоизолирующего фундамента, с дополнительным перекрытием, выполняющем роль динамического гасителя, и комплексным учетом сейсмоизоляции и динамического гасителя. На основе сравнения следует вывод относительно эффективности использования данного средства сейсмозащиты для 9-этажного здания.

В процессе высокочастотного воздействия колебания здания на жестком фундаменте (см. рис. 3.4, *a*, *б*, *в* – верхний ряд) носят характер биений – колебаний, амплитуда которых меняется по времени. Это связано с близостью частоты воздействия (ω =5 Гц) и основных частот колебаний здания (3.2 и 4.2 Гц). Максимальная амплитуда колебаний верха здания составляет около 5 см (см. рис. 3.4, *б*), а прекращение воздействия (*t*>2.4 с) вызывает переход в режим свободных затухающих колебаний.

При низкочастотном воздействии в здании преобладают колебания с частотой воздействия по первой форме – в поперечном направлении, т.е. в направлении наименьшей жесткости. Их амплитуда вдвое превышает амплитуды колебаний при высокочастотном воздействии и составляет около 5 см (см. рис. 3.4, δ – нижний ряд). Горизонтальные колебания в продольном направлении и вертикальные колебания также происходят с частотой воздействия, но их амплитуды несколько меньше, чем при высокочастотном воздействии (ср.верхние и нижние рис. 3.4, a, b).



Рис. 3.5. Продольные (*a*), поперечные (б) и вертикальные (*в*) перемещения точек 9-этажного здания с сейсмоизолирующим фундаментом при высокочастотном (5 Гц – верхний ряд) и низкочастотном (1 Гц – нижний ряд) воздействии: (——) – вверху; (---) – в центре; (–х–х–х–) – внизу

При тех же воздействиях рассматривалось поведение здания на_сейсмоизолирующем фундаменте (рис. 3.5). Граничные условия в основании здания не предусматривают возможности вертикального перемещения фундамента. Динамические характеристики – первая частота и форма собственных колебаний такой модели приведены на рис. 3.2, б. Сравнение полученных результатов позволяет сделать вывод относительно эффективности использования данного средства сейсмозащиты для 9-этажного здания. Интенсивное высокочастотное воздействие, допускающее проскальзывание фундамента, вызывает высокочастотные вибрации здания с сейсмоизоляцией. В силу инерции колебания верхней и нижней частей здания происходят относительно центра в разные стороны, т.е. когда нижняя, надфундаментная часть вместе с центром наклоняются вперед, верхняя часть здания отклоняется назад – это видно на рис. 3.5, *a*, *б*, где линии — и –х—х в противофазе. В начале процесса проявляется эффект отражения волны от перекрытия, где амплитуда достигает почти 1 см. Для предупреждения этого негативного эффекта можно предусмотреть установку здесь динамического гасителя колебаний.

Дальнейшее движение представляется направленной вибрацией, приводящей здание к начальному положению. При этом амплитуда колебаний составляет 5 мм, что на порядок уступает амплитудам колебаний здания на жестком фундаменте (ср.верхний ряд рис. 3.4, *a*, *б*, *в* и. 3.5, *a*, *б*, *в*). После прекращения воздействия здание в режиме свободных затухающих колебаний возвращается в исходное положение, причем этот процесс происходит быстрее для здания с сейсмоизоляцией, чем для здания на жестком фундаменте. Это связано с демпфированием в фундаменте. Коэффициент демпфирования принят равным $(2\pi\omega_0)^2/2$, где $\omega_0=2\Gamma_{\rm II}$ – первая собственная частота здания с сейсмоизолирующим фундаментом.

При низкочастотном воздействии (ω =1 Гц) колебания здания на сейсмоизолирующем фундаменте (см. рис. 3.5, а, б, нижний ряд) больше представляются движением твердого тела, чем колебаниями закрепленной консоли, как это наблюдается в модели здания с жестким фундаментом. Если горизонтальные перемещения точек модели на жестком фундаменте (см. рис. 3.4, а, б, в, нижний ряд) изменяются пропорционально их расположению по высоте здания, то в здании на сейсмоизолирующем фундаменте, допускающем проскальзывание надфундаментной части при интенсивном сейсмическом воздействии, графики горизонтальных перемещений всех трех рассматриваемых точек сливаются в одну линию (см. рис. 3.5, a, δ), а учет демпфирования в фундаменте вызывает быстрое затухание колебаний и возвращение здания в исходное положение практически сразу после прекращения воздействия. Кроме того, амплитуды колебаний здания с сейсмоизоляцией в направлении наименьшей жесткости при низкочастотном воздействии примерно в 2 раза уступают амплитудам колебаний здания на жестком фундаменте (ср.нижний ряд на рис. 3.4, *б* и на рис. 3.5, *б*).

Одинаковые перемещения точек здания, независимо от высоты их расположения, указывают на незначительные внутренние деформации и, соответственно, малые напряжения в здании с сейсмоизоляцией при низкочастотном воздействии.

Кроме того, как указывалось, сейсмоизоляция снижает динамические характеристики – частоты собственных колебаний, при этом уменьшается динамический коэффициент, учитываемый при расчете сейсмической на-грузки спектральным методом. Таким образом, сейсмоизоляция позволяет

без искусственного занижения балльности землетрясения повысить сейсмостойкость здания за счет уменьшения внутренних деформаций и напряжений.

Динамические расчеты колебаний 9-этажного здания с сейсмоизоляцией на различные по спектральному составу сейсмические воздействия показали, что:

- высокочастотное воздействие, допускающее проскальзывание фундамента, вызывает высокочастотные вибрации относительно центра масс здания. При этом в начале процесса проявляется эффект отражения волны от перекрытия, где амплитуда достигает почти 1 см. Для предупреждения этого негативного эффекта рекомендуется предусмотреть установку здесь динамического гасителя колебаний;

- амплитуда колебаний здания с сейсмоизоляцией почти на порядок уступает амплитудам колебаний здания на жестком фундаменте;

- после прекращения воздействия здание в режиме свободных затухающих колебаний возвращается в исходное положение, причем этот процесс происходит быстрее для здания с сейсмоизоляцией, чем для здания на жестком фундаменте, что связано с демпфированием в фундаменте, зависящим от собственной частоты здания с сейсмоизолирующим фундаментом;

- при низкочастотном воздействии колебания здания на сейсмоизолирующем фундаменте больше представляются движением твердого тела, чем колебаниями закрепленной консоли, как это наблюдается в модели здания с жестким фундаментом, а учет демпфирования в фундаменте вызывает быстрое затухание колебаний и возвращение здания в исходное положение практически сразу после прекращения воздействия. Кроме того, амплитуды колебаний здания с сейсмоизоляцией в направлении наименьшей жесткости при низкочастотном воздействии примерно в 2 раза уступают амплитудам колебаний здания на жестком фундаменте. Когда суммарная жесткость сейсмоизолирующего элемента превышает определенную величину, сейсмоизоляция перестает работать при воздействии сейсмической волны с доминантной низкочастотной составляющей.

3.5.3. Нелинейный расчет зданий с сейсмоизоляцией на действие реальных записей сейсмограмм

В строительных нормах и правилах для строительства в сейсмических районах при использовании сейсмоизолирующих устройств рекомендовано проведение расчетов с использованием записей акселерограмм землетрясений. Колебания от сейсмического воздействия в конструкциях сооружений сильно затухает, поэтому частоты и формы собственных колебаний в таких случаях определить известными методами затруднительно [91]. Между тем выбрасывание из уравнения движения члена, отвечающего за затухание колебания с целью определить частоты и формы собственных колебаний, не применимо. Поэтому в таких случаях метод разложения решения по собственным формам колебаний может дать неверный результат. Исходя из этого и изложенного выше, в качестве метода дискретизации задачи целесообразно использовать метод конечных элементов и его модификации в виде суперэлементов. Воздействие задается в виде ряда записей акселерограмм, лучше сейсмограмм, по трем направлениям с корректировкой амплитуды на различную балльность.

Уравнение движения конструкции после применения изложенных выше методов приводится к виду

$$[M]\{\dot{u}\} + \eta[C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{P\},\$$

с начальными условиями из статического решения задачи

$${u(t)}_{t=0} = {u(0)}, \ {\dot{u}(t)}_{t=0} = {\dot{u}(0)},$$

где $\{u(t)\}$ – вектор абсолютных перемещений узловых точек конечноэлементной модели конструкции, для нелинейных задач матрицы [M], [C], [K] зависят от вектора абсолютного перемещения. Далее, для удобства, квадратные и фигурные скобки в матрицах и векторах опустим. Движение грунта задается в виде записей акселерограмм или сейсмограмм.

Элементы сейсмоизоляции можно описывать следующими безынерционными моделями, где вектор обобщенных усилий **R** представляется линейными или нелинейными функциями разности векторов обобщенных перемещений \mathbf{u}_i конечных узловых точек сейсмоизолирующего элемента:

- 1. Гибкий упругий линейный элемент: $\mathbf{R} = \mathbf{K}_{e} (\mathbf{u}_{i} \mathbf{u}_{j})$, здесь \mathbf{K}_{e} матрица жесткости элемента.
- 2. Вязкоупругопластический элемент: $\mathbf{R} = \mathbf{F}(t, \mathbf{u}_i \mathbf{u}_j)$, \mathbf{F} нелинейная функция векторов обобщенных перемещений и скоростей. Имеются различные виды этой функции, которые используются в конкретных случаях.
- 3. Идеальный упругопластический элемент: если $\mathbf{R} < \mathbf{R}^*$, тогда модель 1, иначе $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$. Здесь \mathbf{R}^* значение предельной силы, превышение которой приводит к идеальной пластичности, т.е. к скольжению с сухим трением.
- 4. Модель сухого трения или жесткопластический элемент: если $\mathbf{R} > \mathbf{R}^*$, тогда $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$, причем направление вектора реакции определяется из условия, что сила сухого трения направлена в противоположном направлении относительно вектора разности скоростей. Так как задача с сухим трением является нелинейной, в процессе численного решения направление силы сухого трения меняем, и сравниваем полученные решения на этом шаге времени. Истинным направлением силы сухого трения берем то направление, которое дает минимум вектора разности скоростей.

Более общей моделью является вторая модель.
Решение нелинейной динамической задачи можно осуществлять методом Ньюмарка с использованием процедуры поточечной коллокации и проведения итерации на каждом шаге по времени [91].

Когда взаимодействие грунта и фундамента или фундамента и здания происходит по закону сухого трения, используется логический алгоритм определения начала взаимного движения и изменения направления силы сухого трения.

Существуют ряд программных средств с развитым сервисом для проведения различных расчетов конструкций, такие как ASKA, NASTRAN, PASSAGE, SESAM, LIRA, SCAD, LS-DYNA и т.д. При проведении научных исследований обычно готовые программные средства не позволяют полностью осуществлять задуманные вычисления, поэтому часто группы научных работников разрабатывают свои программные средства. В Узбекистане в конце 1980-х [92, 93] и начале 1990-х [94 – 96] годов было разработано программное средство ШАРК (Шаговые Алгоритмы Расчета Конструкций), которое позволяет задавать структуру конструкции с использованием балочных, пластинчатых, узловых и пружинных элементов, а также элементов с сухим трением. Учитывались включение и выключение элементов в динамическом процессе. Необходимость проведения расчетов на сейсмостойкость уникальных сооружений, а также сооружений с сейсмоизолирующими устройствами с использованием записей акселерограмм и сейсмограмм (перемещений) поверхности грунта потребовала модификации программного средства ШАРК, отвечающего современным потребностям исследователей и проектировщиков в области строительства в сейсмических районах.

Рассмотрим вариант реализации модели 2 в случае билинейной формы деформирования. Билинейная модель является математической моделью описания фнукционирования различных устройств сейсмоизоляции [97]. Пусть в локальной декартовой системе координат [98, 99] направление оси ОХ направлено вертикально и начало расположено с нижним основанием сейсмоизолирующего элемента, который работает на сдвиг в плоскости ОYZ нелинейно, а по оси ОХ – линейно. В этом случае связь между силой и разностью перемещений концов сейсмоизолирующего элемента на линейном участке деформирования имеет вид

$$R(U) = R^{l-1} + k^{l} (U - U^{l-1}); \ R^{0} = 0; U^{0} = 0, \qquad (3.5.12)$$

где R^l , U^l – сила и разность перемещений верхнего и нижнего концов сейсмоизолирующего элемента в момент изменения жесткости от k^{l-1} к k^l . Наличие сейсмоизолирующего элемента по модели (3.5.12) делает задачу расчета конструкции на действие сейсмических волн кусочно-линейной. Но точка перехода из одного линейного участка на другой при вычислениях будет лежать внутри шага по времени, поэтому требуется итерационное уточнение решения. Для этого воспользуемся двухслойной разностной схемой Ньюмарка с итерацией методом Ньютона – Рафсона [1]. Разностная схема вычисления перемещений, скоростей и ускорений в промежутки времени, когда закон взаимодействия сейсмоизолирующего элемента находится на линейном участке, имеет следующий вид:

$$\begin{split} \overline{K} \cdot U^{j+1} &= \overline{P}^{j+1}, \\ \overline{K} &= K^{l} + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} C^{l} + \frac{1}{\beta (\Delta t)^{2}} M^{l}, \\ \overline{P}^{j+1} &= P^{j+1} + F^{l-1} - K^{l} U^{l-1} + \left[\frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} C^{l} + \frac{1}{\beta (\Delta t)^{2}} M^{l} \right] U^{j} + \\ &+ \left[\left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) C^{l} + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} M^{l} \right] \dot{U}^{j} + \left[\Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) C^{l} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) M^{l} \right] \ddot{U}^{j}, \end{split}$$
(3.5.13)
$$\dot{U}^{j+1} &= \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \left(U^{j+1} - U^{j} \right) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{U}^{j} + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \ddot{U}^{j}, \\ \ddot{U}^{j+1} &= \frac{1}{\beta (\Delta t)^{2}} \left(U^{j+1} - U^{j} \right) - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \dot{U}^{j} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{U}^{j}, \end{split}$$

где K^l , C^l , M^l – матрицы жесткости, демпфирования и масс конструкции и сейсмоизолирующих элементов на l-м линейном участке в целом; U^j, U^j, U^j, U^j – векторы перемещений, скоростей и ускорений узловых точек; β , γ – параметры метода Ньюмарка; F^{l-1} , U^{l-1} – величины силы и вектора перемещений в начале линейного участка, причем их соответствующие компоненты при сборке уравнений для нижнего основания сейсмоизолирующего элемента входят с положительным знаком, а для верхнего с отрицательным знаком.

В момент времени перехода из одного линейного участка на другой используется следующая разностная схема с итерацией *k*:

$$\overline{K}_{k}^{j+1}\Delta U_{k} = \overline{P}_{k}^{j+1}, \ \overline{K}_{k}^{j+1} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^{2}}M^{l} + \frac{\gamma}{\beta\cdot\Delta t}C^{l} + K^{l},$$

$$\overline{P}_{k}^{j+1} = P^{j+1} - F_{k}^{l} - \left[\frac{\gamma}{\beta\cdot\Delta t}C^{l} + \frac{1}{\beta(\Delta t)^{2}}M^{l}\right] (U_{k}^{j+1} - U^{j}) + \qquad (3.5.14)$$

$$+ \left[\left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)C^{l} + \frac{1}{\beta\cdot\Delta t}M^{l} + \right]\dot{U}^{j} + \left[\Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)C^{l} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)M^{l}\right] \ddot{U}^{j},$$

где $F_k^l = F^{l-1} + K^l (U_k^{j+1} - U^{l-1}), U_{k+1}^{j+1} = U_k^{j+1} + \Delta U_k$, в начале итерации $U_0^{j+1} = U^j$;

$$\dot{U}^{j+1} = \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \left(U^{j+1} - U^{j} \right) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{U}^{j} + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \ddot{U}^{j},$$
$$\ddot{U}^{j+1} = \frac{1}{\beta \cdot (\Delta t)^{2}} \left(U^{j+1} - U^{j} \right) - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \dot{U}^{j} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{U}^{j}.$$

Итерация производится до тех пор, пока $|\Delta U_k| \le \varepsilon$, при этом ε в пределах от 10⁻³ до 10⁻⁸ в зависимости от единицы измерения и максимальной величины перемещения. Вычисления показали, что достаточно проведения 3 – 4 итераций.

В диссертационных работах И.И. Каландарбекова [100], Х.М. Омарова [101] и М.В. Островской [102] рассмотрены модели резинометаллических опор в виде билинейного закона деформирования, однако, алгоритм работы билинейной модели описан не полностью. Приведем алгоритм работы сейсмоизолирующего элемента, описываемого билинейной моделью. Для легкости понимания рассмотрим случай деформирования только по оси *ОУ*:

1) В начале нагружения, пока элемент находится в упругом состоянии, используется формула

$$R(U) = k^1 \cdot U \,. \tag{3.5.15}$$

Вычисления проводятся по алгоритмам (3.5.13).

2) При превышении предела упругости

$$R(U) = R^{1} + k^{2} \cdot (U - U^{1}), \qquad (3.5.16)$$

где R^1 – предел упругости; U^1 – предельная разность перемещений верхнего и нижнего концов элемента. Вычисления в момент времени превышения предела упругости проводятся по алгоритмам (3.5.14).

- 3) В последующие шаги по времени до начала разгрузки действует формула (3.5.16), а вычисления проводятся по алгоритмам (3.5.13).
- 4) Начало разгрузки определяется изменением знака разности скоростей верхнего и нижнего концов элемента на *j*+1 шаге по времени по сравнению с ее знаком на предыдущем *j* шаге. Вычисления в момент времени начала разгрузки проводятся по алгоритмам (3.5.14). При этом используется формула

$$R(U) = R^{2} + k^{1} \cdot (U - U^{2}), \qquad (3.5.17)$$

где R^2 – сила реакции элемента в момент разгрузки; U^2 – разность перемещений верхнего и нижнего концов элемента в момент разгрузки.

- 5) На линейном участке разгрузка нагружение вычисления проводятся по алгоритмам (3.5.13) с использованием формулы (3.5.17).
- 6) Если в какой-то момент времени на участке разгрузка нагружение происходит нагружение, и сила реакции элемента будет превышать значение R² (сравниваются абсолютные значения), вычисленное по (3.5.17), тогда работа элемента возвращается в пластическую область. Поэтому на этом шаге по времени вычисления проводятся по алгоритмам (3.5.14) с использованием формулы

$$R(U) = R^{2} + k^{2} \cdot (U - U^{2}). \qquad (3.5.18)$$

- 7) Далее могут много раз повторяться пункты списка 3 6 или перейти к пункту 8, это зависит от протекания процесса. При этом R^2 , U^2 будут иметь соответствующие значения.
- 8) Если в какой-то момент времени на участке разгрузка нагружение происходит дальнейшее разгружение (разность скоростей концов элемента на шагах j и j+1 имеет одинаковые знаки), и сила реакции элемента будет превышать значение $2R^2$ (сравниваются абсолютные значения), тогда работа элемента возвращается в пластическую область. Поэтому на этом шаге по времени вычисления проводятся по алгоритмам (3.5.14) с использованием формулы (3.5.18).
- 9) Далее могут много раз повторяться пункты списка 3 6 или перейти к пункту 10, это зависит от протекания процесса. При этом R^2 , U^2 будут иметь соответствующие значения.
- 10) Это обратный вариант пункта 8. Если в какой-то момент времени на участке разгрузка нагружение происходит дальнейшее нагружение (разность скоростей концов элемента на шагах j и j+1 имеет одинаковые знаки), и сила реакции элемента будет превышать значение $2R^2$ (сравниваются абсолютные значения), тогда работа элемента возвращается в пластическую область. Поэтому на этом шаге по времени вычисления проводятся по алгоритмам (3.5.14) с использованием формулы (3.5.18).

Следует напомнить, что алгоритм (3.5.14) выполняется итерационным уточнением решения.

Когда процесс деформирования сейсмоизолирующего элемента происходит в плоскости *OYZ*, тогда сила реакции этого элемента рассматривается как вектор. Поэтому в вычислениях необходимо ввести соответствующие изменения при вычислении величины реакции и разностей скоростей верхнего и нижнего концов элемента.

Рассмотрим примеры расчетов для пятижтажного кирпичного здания размером в плане 300 м². Подсчитанные параметры данного здания следующие: сосредоточенные массы фундамента и этажей m_0 =130000; m_1 =258000; m_2 =213000; m_3 =213000; m_4 =213000; m_5 =190000 H·c²/м; Сдвиговые жесткости основания и по этажам в обоих направлениях одинаковы: K_x =3.98·10⁹ H/м; k_1 =35.04·10⁷; k_2 =26,846·10⁷; k_3 =26.846·10⁷; k_4 =26.846·10⁷; k_5 =26.846·10⁷ H/м; Коэффициенты демпфирования μ_0 =3.98·10⁷; μ_1 =35.04·10⁵; μ_2 = μ_3 = μ_4 =26.846·10⁵; μ_5 =26.846·10⁵ H·c/м; Пусть вертикальные жесткости и коэффициенты демпфирования на 2.5 раз больше, соответственно.

Приведем результаты вычислений для линейного случая без сейсмоизоляции на действие реальной записи сейсмограмм по трем направлениям Чилийского землетрясения 27 февраля 2010 г. магнитудой 8.8 (the University of Chile). Чтобы уменьшить расчетную балльность землетрясения на один балл, амплитуды сейсмограмм нужно умножить на соответствующий коэффициент [103]. В последующих расчетах сейсмограммы использованы без изменения амплитуд. На рис. 3.6 – 3.9 приведены перемещения на разных этажах при жестком контакте фундамента с основанием в течение времени от 0 до 100 с. Здесь следует отметить, что максимальное значение перемещения второго этажа на 5 % меньше, чем перемещения основания. Это связано с нестационарностью динамического процесса и сложностью вида сейсмического воздействия.



Рис. 3.6. Перемещение на верхней точке (крыша пятиэтажного здания, U_{max}=0.112 м) при жестком контакте фундамента с основанием



Рис. 3.7. Перемещение на четвертом этаже (U_{max}=0.098 м) при жестком контакте фундамента с основанием



Рис. 3.8. Перемещение на втором этаже (*U*_{max}=0.067 м) при жестком контакте фундамента с основанием



Рис. 3.9. Перемещение основания (U_{max}=0.071 м)

На рис. 3.10 – 3.12 приведены графики изменения ускорений по времени в течение от 0 до 100с.



Рис. 3.10. Ускорение на верхней точке (крыша пятиэтажного здания, *W*_{max}=10.3 м/с) при жестком контакте фундамента с основанием



Рис. 3.11. Ускорение на четвертом этаже (*W*_{max}=7.98 м/с) при жестком контакте фундамента с основанием



Рис. 3.12. Ускорение на втором этаже (*W*_{max}=7.78 м/с) при жестком контакте фундамента с основанием

На рис. 3.13 – 3.15 приведены графики изменения перерезывающих сил по времени в течение от 0 до 100 с.



Рис. 3.13. Перерезывающая сила на первом этаже (*Q*_{max}=5970000 H) при жестком контакте фундамента с основанием



Рис. 3.14. Перерезывающая сила на третьем этаже (Q_{max} =4877775 H) при жестком контакте фундамента с основанием



Рис. 3.15. Перерезывающая сила на пятом этаже (Q_{max} =1898981 H) при жестком контакте фундамента с основанием

Теперь рассмотрим влияние податливости основания на динамический процесс в конструкции здания при действии сейсмической волны.

На рис. 3.16 – 3.19 приведены графики изменения во времени от 0 до 100 с перемещений для сравнения с рис. 3.6 – 3.9. Учет податливости основания вносит незначительное изменение при выбранных исходных данных (сравнительно жесткое основание, так как жесткость основания вычисляется на площадь 300 м²) на колебательный процесс здания, максимальные значения перемещения и ускорения уменьшаются приблизительно на 3 %. Уменьшение жесткости основания приведет к увеличению перемещений и ускорений.



Рис. 3.16. Перемещение на верхней точке (крыша пятиэтажного здания, U_{max}=0.109 м) при взаимодействии фундамента с податливым основанием



Рис. 3.17. Перемещение на четвертом этаже (U_{max}=0.094 м) при взаимодействии фундамента с податливым основанием



Рис. 3.18. Перемещение на втором этаже (U_{max}=0.067 м) при взаимодействии фундамента с податливым основанием



Рис. 3.19. Перемещение фундамента (U_{max} =0.070 м) при взаимодействии фундамента с податливым основанием

Теперь исследуем влияние вязкоупругого демпфера, устанавливаемого между нижним ($m_0 = 30000 \text{ H} \cdot \text{c}^2/\text{m}$) и верхним ($m_1 = 130000 \text{ H} \cdot \text{c}^2/\text{m}$) фундаментами, с заданными жесткостью на сдвиг ($k_{01} = 1.0 \cdot 10^8 \text{ H/m}$) и коэффициентом демпфирования ($\mu_{01} = 2.0 \cdot 10^6 \text{ H} \cdot \text{c}/m$).

На рис. 3.20 – 3.22 приведены графики изменения перемещений по времени от 0 до 100 с верхней точки (U_{max6}=0.13 м) четвертого (U_{max4}=0.122 м) и второго (U_{max2} =0.098 м) этажей здания, они в сравнении с рис. 3.16 – 3.18 (U_{max6}=0.109, U_{max4}=0.094, U_{max2}=0.067 м) увеличиваются на 22, 30 и 46 % соответственно. На рис. 3.23 – 3.25 приведены графики изменения перерезывающих сил по времени от 0 до 100 с на первом, третьем и пятом этажах здания. Если сравнить максимальные значения $Q_{\rm max1}$ =4970000, ИХ Q_{max3}=3275447, Q_{max5}=1167588 Н с максимальными значениями перерезывающих сил без демпфера Q_{max1}=5970000, Q_{max3}=4877775, Q_{max5}=1898981 Н (см. рис. 3.13 – 3.15), то можно увидеть снижение их значений при использовании демпфера на первом этаже на 16.7 %, на третьем этаже – на 32.8 % и на пятом – на 38.5 %.



Рис. 3.20. Перемещение на верхней точке (крыша пятиэтажного здания, U_{max}=0.133 м) при использовании вязкоупругого демпфера между нижним и верхним фундаментами



Рис. 3.21. Перемещение на четвертом этаже (U_{max}=0.122 м) при использовании вязкоупругого демпфера между нижним и верхним фундаментами



Рис. 3.22. Перемещение на втором этаже (U_{max}=0.98 м) при использовании вязкоупругого демпфера между нижним и верхним фундаментами



Рис. 3.23. Перерезывающая сила на первом этаже (*Q*_{max}=4970000 H) при использовании вязкоупругого демпфера между нижним и верхним фундаментами



Рис. 3.24. Перерезывающая сила на третьем этаже (*Q*_{max}=3275447 H) при использовании вязкоупругого демпфера между нижним и верхним фундаментами



Рис. 3.25. Перерезывающая сила на пятом этаже (*Q*_{max}=1167588 H) при использовании вязкоупругого демпфера между нижним и верхним фундаментами

Пусть теперь вместо вязкоупругого демпфера устанавливается между нижним (m_{01} =30000 H·c²/м) и верхним (m_1 =130000 H·c²/м) фундаментами вязкоупругопластическая сейсмоизоляция с заданными жесткостью на сдвиг (k_{01} =1.0·10⁸H/м, при превышении перерезывающей силы значения 2.5·10⁶H, k_{02} =1.0·10⁴ H/м, далее в зависимости от процесса разгрузка, циклы и т.д.) и коэффициентами демпфирования (μ_{01} =2.0·10⁶, μ_{02} =2.0·10² H·c/м).

На рис. 3.26 – 3.28 приведены графики изменения перемещений по времени от 0 до 100с верхней точки ($U_{max6}=0.172$ м) четвертого ($U_{max4}=0.167$ м) и второго ($U_{max2}=0.160$ м) этажей здания, они в сравнении с рис. 3.20 – 3.22 ($U_{max6}=0.133$, $U_{max4}=0.122$, $U_{max2}=0.098$ м) увеличиваются в целом. Из рисунков видно, что при использовании вязкоупругопластической сейсмоизоляции деформация здания существенно (на этом примере почти в два раза) уменьшается. Это видно и на рис. 3.29– 3.31, где приведены графики изменения перерезывающих сил по времени от 0 до 100с на первом, третьем и пятом этажах здания. Если сравнить их максимальные значения $Q_{max1}=2500000$, $Q_{max3}=1900000$, $Q_{max5}=795000$ H с максимальными значениями перерезывающих сил без демпфера $Q_{max1}=4970000$, $Q_{max3}=3275447$, $Q_{max5}=1167588$ H (рис. 3.23–3.25).



Рис. 3.26. Перемещение на верхней точке (крыша пятиэтажного здания, U_{max}=0.172 м) при использовании вязкоупругопластического сейсмоизолятора между нижним и верхним фундаментами



Рис. 3.27. Перемещение на четвертом этаже (U_{max} =0.167 м) при использовании вязкоупругопластического сейсмоизолятора между нижним и верхним фундаментами



Рис. 3.28. Перемещение на втором этаже (*U*_{max}=0.160 м) при использовании вязкоупругопластического сейсмоизолятора между нижним и верхним фундаментами



Рис. 3.29. Перерезывающая сила на первом этаже (*Q*_{max}=2500000 H) при использовании вязкоупругопластического сейсмоизолятора между нижним и верхним фундаментами



Рис. 3.30. Перерезывающая сила на третьем этаже (*Q*_{max}=1900000 H) при использовании вязкоупругопластического сейсмоизолятора между нижним и верхним фундаментами





Разработанные методы расчета, базирующиеся на применении МКЭ, позволяют рассчитывать пространственные модели зданий, оснащенные системой активной сейсмозащиты на сейсмические воздействия.

Предложены расчетные схемы и методы расчета сейсмоизолированных сооружений при наличии сухого трения и демпфирования в опорах при сейсмическом воздействии, вызывающем проскальзывание ростверка.

Выполненные расчеты показали эффективное снижение сейсмической нагрузки при определении напряженно-деформированного состояния здания с сейсмоизоляцией без искусственного допущения о снижении балльности сейсмического воздействия.

Окончательный вывод об эффективности применения различных сейсмоизолирующих элементов может быть сделан только после всестороннего исследования работы каждого проектируемого здания с системой сейсмоизоляции.

3.6. Практика и перспективы развития систем активной сейсмозащиты зданий и сооружений в условиях Узбекистана

Проблема использования систем активной сейсмозащиты находится в центре внимания ученых и практических работников и в нашей республике.

В 1970 – 1980 гг. в Институте механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева АН РУз были разработаны теоретические основы и

методика расчета зданий и сооружений с демпфирующими элементами в виде слоисто-эластомерных опор (СЭО), являющихся прототипом резинометаллических опор и обеспечивающих снижение сейсмической нагрузки в 2 – 4 раза [104]. Отмеченные исследования были проведены совместно с ученым из МГУ (член-корреспондент РАН А.А. Ильюшин), латвийским ученым (проф. Э. Лавендел) и группой ученых и практических работников нашей республики (под руководством академика АН РУз Т.Р. Рашидова).

В 1996 – 1997 гг. на базе этих исследований совместной Узбекско-Израильской фирмой было осуществлено строительство экспериментального 9-этажного 36 квартирного жилого дома (м/р-н. Госпитальный, № 7э) с сейсмоизолирующим фундаментом на отмеченных СЭО. Строительство осуществлялось по заданию руководства г. Ташкента. За конструктивную основу была принята типовая блок-секция 9-этажного жилого дома по серии 148-014 СПИ/1.2.У.93. Дом состоял из двух блок-секций, разделенных осадочным швом. Одна из отмеченных блок-секций была построена с использованием СЭО, а вторая – на обычных фундаментах. Общее число опор составило 65 шт. СЭО имели цилиндрическую форму и состояли из чередующихся слоев металла и резины определенной толщины. Отмеченной фирмой и авторами этой разработки были проведены натурные испытания, результатов показавшие хорошее совпадение экспериментальных С теоретическими данными. Результаты проведенных теоретических И экспериментальных исследований, практических разработок отражены в соответствующих отчетах, публикациях авторов [104] и рекомендациях по широкому внедрению их в практику строительства в нашей республике.

В 1997 – 1999 гг. в рамках ГНТП 16.3.7 [105] были проведены детальные расчетно-теоретические исследования зданий серий 148 и использованием «Зарафшан» с элементов сейсмической защиты. Исследования включали серию расчетов зданий отмеченных серий с использованием систем сейсмозащиты в виде нижнего гибкого рамного этажа, систем с сейсмоизолирующим скользящим поясом и систем с сейсмоизолирующим поясом на кинематических (шаровых) опорах. Серия расчетов была выполнена в пространственной постановке с использованием ВК «ЛИРА» и включала 14 вариантов задачи (в том числе расчеты типовых вариантов отмеченных серий). В рассмотренных вариантах варьировалась расчетная сейсмичность (7 – 9 баллов) и использование указанных выше систем сейсмозащиты. Были также рассмотрены варианты задачи С сейсмоизолирующего расположением скользящего пояса И пояса С использованием кинематических опор в уровне верха фундаментов и в уровне верха подвального этажа. При этом работа элементов сейсмоизоляции отмеченных систем моделировалась с помощью соответствующих типов конечных элементов используемой ВК «ЛИРА» библиотеки КЭ, а также специальными приемами.

Были разработаны рабочие чертежи элементов и узлов сейсмоизолирующего пояса с использованием кинематических опор. Выявлена возможность снижения расчетных сейсмических нагрузок в 4 – 5

86

раз, расчетной сейсмичности – на 2 балла и проектирования сейсмостойких зданий в изделиях, предназначенных для несейсмических районов с минимальным объемом антисейсмических мероприятий. Проведенные технико-экономические расчеты свидетельствуют о снижении стоимости строительства (с учетом устройства рекомендованной системы сейсмозащиты) для 7-балльных зон до 5 %, для 8-балльных зон – до 10 %, для 9-балльных зон – до 15 %.

Разработанная по результатам проведенных исследований проектная документация и рекомендации были переданы в АСО АО «Бинокор» (Самаркандский ЛСК) и Самаркандский филиал проектного института «Узградострой» для экспериментального строительства жилого дома № 163 на массиве «Панджаб-Сартепо» в городе Самарканде.

На основе проведенного анализа существующих систем активной сейсмозащиты, практики исследований, накопленного опыта их использования и эксплуатации в строительстве, эффективности, технико-экономических показателей и поведения их при реальных землетрясениях для условий нашей республики рекомендуется следующее:

I. При расчетной сейсмичности 7 и 8 баллов:

1) для зданий с жесткой несущей конструктивной системой (кирпичные здания) —системы сейсмоизоляции с резинометаллическими опорами, системы с использованием сейсмоизолирующих поясов на кинематических опорах между ростверком и фундаментами;

2) для зданий с металлическим каркасом – использование упругопластических поглотителей, а для высоких зданий с металлическим каркасом – динамических гасителей колебаний;

3) для малоэтажных панельных зданий – системы сейсмоизоляции, отмеченные в п. 1;

4) для многоэтажных каркасно-панельных зданий – использование фрикционных диафрагм.

II. При расчетной сейсмичности 9 баллов:

5) здания с жесткой конструктивной схемой и сейсмоизолирующими поясами в конструктивном решении по п. 1;

6) для зданий с каркасной несущей конструктивной системой – системы с включающимися и выключающимися связями.

Глава 4. Динамика взаимодействия длинного подземного трубопровода с распространяющимися в грунтовой среде упругими волнами

4.1. Сейсмические колебания грунта и трубопровода при неидеальном контакте: влияние проскальзывания на динамические напряжения

Постановка задачи. 1. Решение для случая проскальзывания по закону типа сухого трения. Для определения реакции протяженных подземных сооружений (трубопроводов и туннелей) и вычисления динамических напряжений в них при сейсмическом воздействии предложено большое число приближенных подходов и методов из-за чрезмерных, в том числе и чисто математических, трудностей исследования таких задач в точной постановке. проблеме Этапными В этой являются подходы, предложенные Н.М. Ньюмарком [106], А. Сакураи и Т. Такахаши [107], Л.В. Никитиным [108], А.А. Ильюшиным и Т. Рашидовым [109, 110, 111]. Эти подходы и их модификации, существующие в литературе, предполагают, что движение среды задано (сейсмическая волна) и не искажается из-за присутствия сооружения. При этом взаимодействие с окружающей средой учитывается (если учитывается) по модели, константы и функции которой должны определяться экспериментальным путем.

Постановка задач о совместных движениях трубопровода и грунта (связанных задач сейсмодинамики) в приближении "одномерной деформации среды" предложена в работах [112 – 114]. Однако в них рассматривается только случай прилипания (идеального контакта) трубопровода и грунта. Между тем, для некоторых типов грунтов экспериментально установлено [111, 114] наличие относительного смещения (проскальзывания) частиц грунта и трубопровода на границе контакта и формирование, тем самым, различных законов взаимодействия трубопровода с грунтом (законов связи касательных напряжений с относительными перемещениями или скоростями). Наша цель – постановка и решение связанных задач сейсмодинамики трубопровода в таких случаях (следуя подходу, развитому в [112, 113]) и исследование влияния эффекта проскальзывания на максимальные напряжения (растяжения – сжатия) в трубопроводе, определяющие его сейсмостойкость.

Прямолинейный трубопровод рассматривается как бесконечно длинный толстостенный цилиндр (стержень) с внешним и внутренним радиусами *а* и *b* соответственно. Движение трубопровода и окружающей его упругой среды (грунта) вызвано распространением в среде продольной сейсмической волны в направлении оси трубопровода, принимаемой за ось Oz цилиндрической системы координат (r, θ , z). Это означает, что на расстоянии r=R, достаточно удаленном от трубопровода, перемещения среды равны перемещениям в падающей продольной волне, т.е.

$$u = 0, v = 0, w = w_0(c_1t - z)H(c_1t - z)$$
 при $r=R.$ (4.1.1)

Здесь *u*, *v*, *w* – компоненты вектора перемещений *u* вдоль координатных осей *r*, θ , *z* соответственно; *R*>*a* – глубина залегания трубопровода (как правило, *R*>>*a*); *H*(ξ) – единичная функция Хевисайда и скорость распространения продольных волн $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ (λ , μ – константы Ламе; ρ – плотность упругого грунта).

Граничные условия на поверхности контакта трубопровода и грунта берутся в следующем виде:

$$u = 0, v = 0, \sigma_{rz} = \mu \frac{\partial w}{\partial z} = k [w(a, z, t) - U(z, t)]$$
 при $r=a,$ (4.1.2)

где U(z,t) – осевое перемещение трубопровода, определяемое из уравнения продольных колебаний стержня. Константу k, зависящую от глубины пролегания трубопровода (R - a), принято называть коэффициентом взаимодействия.

При формулировке третьего условия в (4.1.2) использовано, что в силу первого условия (4.1.2) касательное напряжение на границе контакта вычисляется по формуле

$$\sigma_{rz}\Big|_{r=a} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}\right)\Big|_{r=a} = \left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)\Big|_{r=a}$$
(4.1.3)

и, тем самым, не зависит от u (если операции взятия производной по z и предельного перехода по r взаимно перестановочны, что предполагается).

В условиях (4.1.1), (4.1.2) имеет место осевая симметрия, когда v=0, а функции *и* и *w* не зависят от угловой координаты θ . Тогда уравнения движения упругой среды сводятся к системе двух уравнений Ламе относительно радиального (*u*) и осевого (*w*) перемещений. Как показано в работах [115, 116], в предположении, что деформация среды $\varepsilon_{zz}=\partial w/\partial z$ в направлении распространения падающей волны, совпадающей с осью трубопровода, является преобладающей (т.е. радиальная и окружная деформации пренебрежимо малы в сравнении с ε_{zz}), из этой системы выделяется отдельное уравнение для продольного перемещения *w* в виде

$$\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$
(4.1.4)

где $c_2 = \sqrt{\mu / \rho}$ – скорость распространения сдвиговых волн в грунте.

В переменных (r,Z), где $Z \equiv c_1 t - z$ – расстояние от фронта падающей волны, решение уравнения (4.1.4), удовлетворяющее граничным условиям (4.1.1), (4.1.2), и касательное напряжение (4.1.3) на границе контакта даются соотношениями

$$w(r,Z) = \frac{ka\ln(r/a)}{\mu + ka\ln(R/a)} [w_0(Z)H(Z) - U(Z)] + \frac{\mu w_0(Z)H(Z) + ka\ln(R/a)U(Z)}{\mu + ka\ln(R/a)},$$

$$(\sigma_{r_z})|_{r=a} = \frac{k\mu}{\mu + ka\ln(R/a)} [w_0(Z)H(Z) - U(Z)].$$
(4.1.5)

Такое решение, в котором функция w(r,z,t) и перемещение трубопровода U(z,t) зависят от переменной Z вместо зависимости от двух переменных t и z, представляет собой установившийся нестационарный процесс распространения волн (колебаний) в системе грунт – трубопровод.

Уравнение колебаний трубопровода получается, если суммарные касательные напряжения на поверхности выделенного элемента трубы (например, единичной длины), поделенные на объем этого элемента, принять за объемную силу, приводящую трубопровод в движение. С учетом выражения (4.1.5) оно имеет вид

$$U'' \pm q^2 U = \pm q^2 w_0(Z) H(Z), \qquad (4.1.6)$$

в котором штрих означает дифференцирование по Z и обозначено

$$q = p_0 \beta, \quad p_0 = \sqrt{\frac{2\mu}{E' |1 - M^2| (a^2 - b^2)}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{ka}{\mu + ka \ln(R/a)}}.$$
(4.1.7)

В (4.1.7) $M = c_1/c'_0$ – число Маха; $c'_0 = \sqrt{E'/\rho'}$ – скорость распространения продольных волн в трубопроводе (стержне); E', ρ' – соответственно, модуль Юнга и плотность материала трубопровода.

Верхние знаки в уравнении (4.1.6) берутся в сверхзвуковом случае *M*>1, а нижние – в дозвуковом *M*<1. Оно совпадает с уравнением колебаний трубопровода для случая прилипания, только в последнем $q=p_0\beta_0$, $\beta_0 = 1/\sqrt{\ln(R/a)}$. Из (4.1.7) видно, что $0 < \beta < \beta_0$ (поскольку $0 < k < \infty$) и $\beta \rightarrow \beta_0$ при $k \rightarrow \infty$.

Заметим, что при M>1 (в сверхзвуковом случае) возмущения существуют только за фронтом падающей волны Z>0 и потому необходимо искать решение уравнения (4.1.6), удовлетворяющее (начальным) условиям U=dU/dZ=0 на фронте Z=0, поскольку часть трубопровода перед фронтом волны остается в покое. В то время как при M<1 (в дозвуковом случае) переменная Z может принимать любые значения из интервала ($-\infty$; $+\infty$) и возмущения в среде и трубопроводе существуют как позади, так и впереди фронта падающей волны. Поэтому в данном случае физически обосновано требование ограниченности колебаний трубы (по амплитуде) на бесконечности при $Z \rightarrow \pm \infty$.

Решения уравнения (4.1.6), удовлетворяющие указанным ограничениям, найдены в [115]. В частности, в случае движения частиц грунта за фронтом волны по закону $w_0 = A_0 \sin(\omega_1 Z) H(Z)$ напряжения в трубопроводе передаются следующими выражениями:

для *М*>1

$$\sigma = E' \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{E' A_0 \omega_1}{1 - (\omega_1 / p_0 \beta)^2} (\cos \omega_1 Z - \cos(p_0 \beta Z)) H(Z); \quad (4.1.8)$$

для *M*<1

$$\sigma = -\frac{E'A_0\omega_1}{1 + (\omega_1/p_0\beta)^2} \left(-\frac{1}{2}\operatorname{sgn}(Z)e^{-p_0\beta|Z|} + H(Z)\cos\omega_1 Z -\right). \quad (4.1.9)$$

Эти результаты в случае прилипания ($\beta = \beta_0$) совпадают с полученными в [115] для данного случая. Из (4.1.8), (4.1.9) также следует, что напряжения $\sigma \rightarrow 0$ при $\beta \rightarrow 0$ ($k \rightarrow 0$), как и следовало ожидать, в силу граничных условий (4.1.2): k=0 означает, что поверхность трубопровода идеально гладкая и он не вовлекается в движение.

Для металлических (стальных, чугунных) и бетонных трубопроводов различной геометрии (диаметра и толщины стенок), заложенных в типичные грунты на глубине порядка 1.0 –1.5 м, число $p_0\beta_0$, как показывают вычисления [115], на порядок или даже два порядка больше ω_1 (величиины, обратно пропорциональной длине сейсмической волны). Поэтому в случае прилипания ($\beta = \beta_0$) знаменатель в формуле (4.1.8) близок к единице и напряжения ограничены. В рассматриваемом же случае проскальзывания с β , принадлежащему интервалу (0, β_0), при M>1 возможна ситуация, когда $q=p_0\beta\approx\omega_1$ и имеет место резонанс, т.е., как следует из формулы (4.1.8), возрастание амплитуды напряжений (а также амплитуды колебаний трубопровода) по линейному закону (с возрастанием Z).

<u>2. Случай неидеального контакта с проскальзыванием по закону типа</u> <u>вязкого трения.</u> Вместо третьего граничного условия в (4.1.2) рассмотрим теперь условие вида

$$\sigma_{rz} = \mu \frac{\partial w}{\partial z} = v \left[\frac{\partial w(a, z, t)}{\partial t} - \frac{\partial U}{\partial t} \right] = v c_1 \left[\frac{\partial w(a, Z)}{\partial Z} - \frac{dU}{dZ} \right] \text{ при } r = a, \quad (4.1.10)$$

в котором *v* – коэффициент вязкого трения.

Вводя для перемещения частиц грунта на поверхности контакта с трубопроводом обозначение $U_1(Z) \equiv w(a,Z)$, можно в переменных (r,Z) представить решение уравнения (4.1.4), удовлетворяющее граничному условию (4.1.1), следующим образом:

$$w(r,Z) = \ln(r/a)[w_0(Z)H(Z) - U_1(Z)]/\ln(R/a) + U_1(Z).$$
(4.1.11)

Подставляя (4.1.11) в граничное условие (4.1.10), получаем связь между *U*₁ и перемещением трубопровода *U*:

$$U'_{1} + \lambda U_{1} = \lambda w_{0} H(Z) + U', \qquad (4.1.12)$$

где $\lambda = \lambda_0 / \ln(R/a) = \lambda_0 \beta_0^2$, $\lambda_0 = \mu / v c_1 a$.

Дифференциальное уравнение связанных колебаний трубопровода выводится так же, как и в п. 1, принимая за объемную силу F(Z) поверхностную силу, действующую на боковой поверхности произвольного элемента трубопровода (например, единичной длины), поделенную на объем этого элемента. Согласно (4.1.10), (4.1.11),

$$F(Z) = \frac{2a\mu}{a^2 - b^2} \frac{\partial w(a, Z)}{\partial r} = \frac{2a\mu\beta_0^2}{a^2 - b^2} [w_0(Z)H(Z) - U_1(Z)]$$

и уравнение движения трубопровода имеет вид

$$U'' = \pm p^2 [w_0(Z)H(Z) - U_1(Z)], \quad p = p_0 \beta_0.$$
(4.1.13)

Уравнения (4.1.12), (4.1.13) образуют совместно систему дифференциальных уравнений для определения функций U(Z) и $U_1(Z)$. Исключив из этой системы функцию U(Z), получаем

$$U_1'' + \lambda U_1' \pm p^2 U_1 = (\lambda w_0' \pm p^2 w_0) H(Z).$$
(4.1.14)

При этом, как и раньше, в уравнениях (4.1.13), (4.1.14) верхние знаки берутся в сверхзвуковом случае M>1 (т.е. когда скорость распространения продольных волн в грунте больше стержневой скорости распространения возмущений в трубопроводе), а нижние – в дозвуковом M<1. В каждом из этих случаев "начальные" условия и условия на бесконечности $Z \rightarrow \pm \infty$, выделяющие единственное решение уравнения (4.1.14), идентичны сформулированным в п.1. В этих условиях решения уравнения (4.1.14) имеют вид:

в сверхзвуковом случае (*M*>1, подразумевается, что *Z*>0)

$$U_{1} = \frac{1}{k_{2} - k_{1}} \int_{0}^{Z} w_{1}(Z') \{ \exp[k_{2}(Z - Z')] - \exp[k_{1}(Z - Z')] \} dZ' \mod 2p > \lambda, \quad (4.1.15)$$
$$U_{1} = \int_{0}^{Z} (Z - Z') w_{1}(Z') \exp\left[-\frac{\lambda}{2}(Z - Z')\right] dZ' \mod 2p = \lambda,$$
$$U_{1} = \frac{1}{\gamma} \int_{0}^{Z} w_{1}(Z') \exp\left[-\frac{\lambda}{2}(Z - Z')\right] \sin \gamma(Z - Z') dZ' \mod 2p < \lambda$$

и в дозвуковом случае (М<1)

$$U_1 = \frac{\exp(s_1 Z)}{s_2 - s_1} \int_0^\infty w_2(Z') \exp(-s_1 Z') dZ' \qquad \text{при} \quad -\infty < Z < 0, \qquad (4.1.16)$$

$$U_{1} = \frac{\exp(s_{1}Z)}{s_{2} - s_{1}} \int_{Z}^{\infty} w_{2}(Z') \exp(-s_{1}Z') dZ' + \frac{\exp(s_{2}Z)}{s_{2} - s_{1}} \int_{0}^{Z} w_{2}(Z') \exp(-s_{2}Z') dZ' \text{ при } 0 < Z < \infty$$

В формулах (4.1.15), (4.1.16)

$$w_{1,2}(Z) = \lambda w_0'(Z) \pm p^2 w_0(Z), \ k_{1,2} = -\lambda/2 \pm i\gamma,$$

$$\gamma = \sqrt{|(\lambda/2)^2 - p^2|} \quad \text{M} \quad s_{1,2} = -\lambda/2 \pm \sqrt{(\lambda/2)^2 + p^2} \ (s_1 > 0, \ s_2 < 0)$$

После того, как найдена функция U_1 , перемещение трубопровода U определяется квадратурой, согласно соотношению (4.1.12). Однако для нахождения напряжений в трубопроводе $\sigma = -E'\partial U/\partial Z$ интегрирования не требуется.

В случае, когда падающая сейсмическая волна $w_0 = A_0 \sin \omega_1 Z$, безразмерные напряжения в трубопроводе для дозвукового режима, вычисленные по формулам (4.1.16), (4.1.12), имеют вид

$$S = -\sigma/A_0 E'\omega_1 = -\frac{\lambda\omega_1 p^2}{\left(p^2 + \omega_1^2\right)^2 + \lambda^2 \omega_1^2} \sin \omega_1 Z + \frac{p^2 \left(p^2 + \omega_1^2\right)}{\left(p^2 + \omega_1^2\right)^2 + \lambda^2 \omega_1^2} \cos \omega_1 Z + \frac{1}{s_2 - s_1} \frac{\left(\lambda s_2 - p^2\right) (s_2 + \lambda)}{s_2^2 + \omega_1^2} e^{s_2 Z}$$
при 0

и перед фронтом волны

$$S \equiv -\sigma/A_0 E'\omega_1 = \frac{1}{s_2 - s_1} \frac{(\lambda s_1 - p^2)(s_1 + \lambda)}{s_1^2 + \omega_1^2} e^{s_1 Z} \text{ при } -\infty < Z < 0.$$
(4.1.18)

Здесь *S* – безразмерные напряжения, отнесенные к максимальному (по абсолютной величине) напряжению $\sigma_0 = A_0 E' \omega_1$, которое имелось бы в трубопроводе при допущении, что движение среды не искажается из-за наличия трубопровода и что перемещения трубопровода (а значит и скорости, и деформации в нем) совпадают со значениями в сейсмической волне. Такой упрощенный подход исследования протяженных подземных сооружений на сейсмическое воздействие впервые предложен Н. Ньюмарком [106] и широко используется в инженерной практике.

При $\lambda=0$ (случае прилипания) формулы (4.1.17), (4.1.18) совпадают с полученными для этого случая (формулой (4.1.9) при $\beta=\beta_0$). С другой стороны, следует отметить, что предыдущие результаты справедливы для не очень больших значений безразмерного параметра λ (большой вязкости v). Действительно, при $\lambda \rightarrow \infty$ ($v \rightarrow 0$), как следует из граничного условия (4.1.10), касательные напряжения на границе контакта исчезают и из уравнения движения трубопровода следует, что $U\approx 0$ (он остается в покое). Кроме того, из (4.1.10), (4.1.11) в этих условиях следует, что $U_1 \approx w_0$. Однако, подставляя это значение в (4.1.12), получаем соотношение $U' \approx w'_0$, противоречащее предыдущему.

Не выписывая конкретной формы решения (4.1.15) для падающей синусоидальной волны в сверхзвуковой области M>1, можно легко прийти к выводу, что в отличие от случая сухого трения при граничных условиях (4.1.10) не наблюдается явления резонанса ни при каком $0<\lambda<\infty$. Действительно, резонанс может быть только, если один из корней характеристического уравнения для (4.1.14) совпадает с $i\omega_1$. В первых двух случаях формул (4.1.15) это невозможно, поскольку корни в этих случаях действительны. В случае третьей формулы (4.1.15) также корни характеристического уравнения $-\lambda/2\pm i\gamma\neq i\omega$ при $\lambda>0$. Случай прилипания $\lambda=0$, когда теоретически возможен резонанс, является изученным.

<u>3. Численный пример.</u> Для количественной оценки эффекта проскальзывания, т.е. влияния коэффициентов сухого и вязкого трения на наиболее значимую для оценки сейсмостойкости величину – максимальное (по абсолютной величине) напряжение в трубопроводе, рассмотрим следующий пример.

Пусть стальной трубопровод диаметром 2*a*=50см и толщиной стенок a - b = 1 см заглублен на глубину R = 1 м. Принимается, что грунт представляет собой уплотненную глину с модулем сдвига $\mu \approx 64.81 \cdot 10^7$ H/м² и скоростью распространения продольных волн $c_1 \approx 1.5 \cdot 10^3$ м/с. Приведенные значения взяты из [114], такое же значение для скорости звука дано для влажной глины в [116-117]. Для стальной трубы принято, что модуль Юнга $E' \approx 200 \times 10^9 \text{ H/m}^2$ И стержневая скорость распространения волн с'₀≈5.05·10³ м/с. И, наконец, пусть для распространяющейся вдоль трубопровода продольной синусоидальной волны $\omega_1 = 1/15$, что соответствует длине сейсмической волны, приблизительно равной 94 м.

Для приведенных выше данных число Maxa *M*≈0.3 и, согласно (4.1.7), $p = p_0 \beta_0 \approx 1$ (с ошибкой порядка 10^{-3}). Тогда реализуется дозвуковой режим и напряжения в трубопроводе при контактных условиях (4.1.2) определяются формулой (4.1.9). При этом максимальное по абсолютной величине напряжение (в данной точке – растяжение) достигается за фронтом падающей волны на расстоянии $Z=\pi/\omega_1$ от фронта. На рис. 4.1 приведен график зависимости максимального напряжения в трубопроводе от параметра $\overline{\beta} = \beta / \beta_0$, определяемого коэффициентом трения k; случай прилипания соответствует значению $\overline{\beta} = 1$. Видно, что только для достаточно малых значений $\overline{\beta}$ (или k) максимальное напряжение заметно отличается от значения для случая прилипания. Так, если сила трения ka, действующая на единичной площадке поверхности контакта при относительном смещении трубы и грунта на величину *a*, на порядок меньше модуля сдвига грунта (*ka*=0.1 μ , $\overline{\beta} \approx 0.35$), то $\max|\sigma|\approx 0.96\sigma_0$, что практически совпадает с максимальным (по абсолютной величине) напряжением при прилипании. Если же ka на два порядка меньше модуля сдвига грунта ($ka=0.01\mu$, $\overline{\beta} \approx 0.12$), то max $|\sigma|\approx 0.76\sigma_0$ и различие в максимальных напряжениях будет значительным.

В случае условий на контактной поверхности второго типа (4.1.10) напряжения в трубопроводе для дозвукового режима передаются формулами (4.1.17), (4.1.18) и максимальное напряжение достигается за фронтом падающей волны, т. е. определяется формулой (4.1.18). Если в последней коэффициенты при синусе, косинусе и экспоненте обозначить, соответственно, через *A*, *B* и *C*, то при всех возможных значениях параметров, входящих в эти коэффициенты (p>0, $\omega_1>0$, $\lambda \in [0,\infty)$), справедливы неравенства |A|<1/2, |B|<1, $|C| < (\sqrt{37} - 3)/4 \approx 0.78$.

График зависимости максимального напряжения в трубопроводе от параметра λ , характеризующего вязкое трение, приведен на рис. 4.2. Прилипанию соответствует значение $\lambda=0$ ($v=\infty$). Как видно, в этом случае максимальные напряжения в трубопроводе более чувствительны к изменению параметра λ или вязкости v в области, близкой к прилипанию, чем в случае сухого трения. Так, при $vc_1a=0.03\mu$ ($\lambda\approx24$) максимальное напряжение (см.рис.4.2) почти вдвое меньше соответствующего значения для прилипания.





Рис. 4.1. Зависимость максимального напряжения в трубопроводе от параметра β/β_0

Рис.4. 2. Зависимость максимального напряжения в трубопроводе от параметра λ

<u>Выводы.</u> Ввиду существенной практической значимости рассмотренных вопросов сформулируем главные результаты и выводы, вытекающие из проведенного исследования. Они состоят в следующем:

1. Получены аналитические решения задач о совместных (связанных) сейсмических движениях подземного трубопровода и грунта при неидеальном контакте и наличии проскальзывания между средой и трубопроводом.

2. Для трубопроводов из разных материалов и различных типов грунтов найденные решения позволяют указать области (границы) изменения параметров в законах взаимодействия на поверхности контакта, для которых максимальное напряжение растяжения – сжатия в трубопроводе заметно ниже соответствующего значения при прилипании, и области, для которых это снижение незначительно. Приведен численный пример такого анализа. Результаты могут служить основанием для уточнения расчетных (нормативных) требований к прочности трубопроводов на сейсмическое воздействие в соответствующих условиях эксплуатации. 3. В случае сверхзвукового режима обтекания и взаимодействия трубопровода и грунта по закону типа сухого трения предсказана возможность появления резонанса при уменьшении силы трения на границе контакта. Это обстоятельство имеет важное значение и должно учитываться при расчетах на сейсмическое воздействие трубопроводов из полимерных и композитных материалов, а также сегментных трубопроводов со сложными демпфирующими стыками, когда скорость волн в грунте может превышать среднюю скорость распространения продольных возмущений в трубе.

4. Установлено, что в случае взаимодействия трубопровода с грунтом по закону типа вязкого трения и реализации сверхзвукового режима явление резонанса не наблюдается.

4.2. Реализация различных законов взаимодействия трубопровода с грунтовой средой в условиях статического нагружения

Контактная сила взаимодействия системы «упругий стержень – окружающая среда», как показывает анализ экспериментальных исследований [110, 111], в зависимости от механических свойств стержня и среды, геометрии контакта и величины действующего усилия может иметь различный характер. При малых значениях действующего усилия на поверхности контакта стержня со средой отсутствует проскальзывание, и взаимное смещение контактирующих тел происходит за счет деформации в области контакта. С ростом усилия контактная сила увеличивается, и наступает момент, при котором некоторые сечения стержня будут находиться в состоянии проскальзывания, где силу контакта можно определить, например, в соответствии с законом Кулона. Рассмотрим задачу о равновесии упругого стрежня длиной *l*, когда он находится не на пороге равновесия, а, следовательно, сила трения не максимальна

$$|\tau_*| \leq fN,$$

где N – нормальная сила на единицу длины стержня; f – коэффициент трения. Тогда можно полагать

$$\tau_* = \lambda(x) f N$$
 при $-1 \leq \lambda \leq 1$,

где *λ* – величина, называемая коэффициентом полноты [118].

Ось *Ох* направлена вдоль оси стержня, начало координат установлено в сечении *x*=0. Уравнение равновесия стержня записывается в виде

$$F\frac{d\sigma}{dx} = -\lambda(x)fN. \qquad (4.2.1)$$

Решение уравнения (4.2.1) при действии осевого усилия Р₁

$$F\sigma = P_1$$
 при $x = l$

можно представить в виде

$$\sigma = \int_{x}^{l} \lambda(x) f N dx + \sigma_1.$$
(4.2.2)

Здесь $\sigma = E \frac{du}{dx}$ – осевое напряжение, где u=u(x) – осевое перемещение; E – модуль Юнга материала стержня; $\sigma_1 = P_1/F$, где F – площадь поперечного сечения стержня.

Полагая в формуле (4.2.2) *х*=0, найдем напряжение в сечении *х*=0

$$\sigma_0 = \int_0^l \lambda(x) f N dx + \sigma_1. \qquad (4.2.3)$$

Из формулы (4.2.2) видно, что задача об определении напряжения в произвольном сечении стержня при заданном коэффициенте полноты $\lambda(x)$ решается однозначно. Однако этого нельзя сказать об обратной задаче - определении коэффициента полноты по заданным усилиям на концах стержня. Как видно из равенства (4.2.3), одним и тем же значениям усилий $P_0 = F\sigma_0$ и P_1 отвечает бесконечно много функций $\lambda(x)$, следовательно, и состояний равновесия стержня. При этом для каждого частного случая коэффициент полноты необходимо определять из физических условий на поверхности контакта, а также характера движения, предшествовавшего покою. Некоторые виды этих физических условий на поверхности контакта при отсутствии взаимного проскальзывания между контактирующими телами рассматривались в теории предварительного смещения [118], а также в работе [110] в виде эмпирических зависимостей между силой контакта и перемещением тела в грунтовой среде. Обозначим через *u*_{max} максимальное смещение сечения стержня перед срывом, а через $|\tau_{*_{max}}| = fN - максимальное значение контактной силы. В пер$ вом приближении полагаем $|\tau_*| = k(N)u$. Если приять, что нормальная сила меняется мало вдоль оси стержня, то можно принять $k(N) = k_0 = \text{const.}$ Максимальное значение *u*_{max} соответствует максимальному значению силы трения $|\tau_{*\max}| = fN$, т.е. $u_{\max} = fN/k_0$. Более точные зависимости между контактной силой и предварительным смещением и при движении стержня в грунтовой среде приведены в работе [110].

В данной работе ограничимся принципиальной стороной решения задачи о равновесии стержня при наличии на поверхности контакта как зоны с предварительным смещением, так и зоны проскальзывания, в случае линейной зависимости силы контакта от перемещения u. Установим начало координат в сечении x=0 и направим ось Ox вдоль стержня слева направо. Считаем, что поверхность контакта стержня с внешней средой состоит из двух зон. В первой зоне $0 < x < x_0$ стержень взаимодействует со средой по закону Кулона, во второй зоне $x_0 < x < l$ сила взаимодействия стрежня со средой зависит от перемещения сечения стержня по линейному закону. На торец стержня x=0 действует осевое усилие P_0 . Другой конец стержня упруго заделан к неподвижному телу. Сила трения в первой зоне противодействует движению сечения. Поскольку движение происходит по противоположному направлению оси Ox, то сила трения будет направлена по положительному направлению этой оси, и значение ее определяется по боковому давлению со стороны породной среды. С учетом этого условия уравнение равновесия стержня в каждой зоне записываем в виде

$$EF \frac{d^2 u_1}{dx^2} = -f \xi \pi D \gamma_c h(x) \text{ при } 0 < x < x_0, \qquad (4.2.4)$$

$$EF \frac{d^2 u_2}{dx^2} = k_x u \text{ при } x_0 < x < l , \qquad (4.2.5)$$

где h=h(x) – переменная глубина заложения трубопровода в грунтовой среде; $u_1=u_1(x), u_2=u_2(x)$ – перемещение сечений стержня в зонах $0 < x < x_0, x_0 < x < l$ соответственно; E – модуль Юнга материала стержня; f – коэффициент трения между поверхностью стержня и окружающим грунтом; ξ – коэффициент бокового давления; D – внешний диаметр стержня; $\gamma_c = \gamma_c(x)$ – переменная по трассе заложения трубопровода плотность породной среды; k_x – постоянный коэффициент продольного сдвига в системе «стержень – грунт».

Уравнения (4.2.4) и (4.2.5) интегрируются при граничных условиях

$$EF\frac{du}{dx} = P_0 \quad \text{при } x = 0, \qquad (4.2.6)$$

$$EF\frac{du}{dx} = -k_0 u \quad \text{при } x = l \tag{4.2.7}$$

и условиях сопряжения на границе зон

$$u_1 = u_2, EF \frac{du_1}{dx} = EF \frac{du_2}{dx}$$
 при $x = x_0.$ (4.2.8)

Здесь *x*=*x*₀, при котором начинает образовываться зона проскальзывания стержня.

Алгоритм нахождения величины x_0 : полагаем сначала, что $x_0=0$ и находим решение задачи без образования зоны скольжения, т.е. решаем упругую задачу. Далее с помощью полученного решения находим значение боковой силы в точках трубопровода, которую сравниваем со значением силы сухого трения на единицу длины. Во всех точках, где боковая сила превышает значения силы сухого трения, эти области являются зонами с сухим трением. Таким образом, находится точка x_0 в первом приближении. Затем решается задача с двумя зонами, и уточняется значение x_0 . Далее процесс уточнения значения x_0 повторяется до тех пор, пока не достигнем заданной точности вычислений.

Интегрируя уравнение (4.2.4) при условии (4.2.6), найдем осевое на-пряжение

$$\sigma_{1} = E \frac{du_{1}}{dx} = -q \int_{0}^{x} \gamma_{c}(x)h(x)dx + \sigma_{0}. \qquad (4.2.9)$$

Здесь $q = \frac{4f\xi D}{(D^2 - d^2)}, \ \sigma_0 = P_0 / F.$

Решение уравнения (4.2.5), удовлетворяющее условию (4.2.7), представим в виде

$$u_2 = A[sh\alpha(l-x) + \frac{l\alpha}{\bar{k}}ch\alpha(l-x)], \qquad (4.2.10)$$

где *shz* и *chz* – гиперболические функции; $\alpha = \sqrt{\frac{k}{EF}}$, $\bar{k} = \frac{k_0 l}{EF}$.

Постоянная А определяется из условий (4.2.8)

$$A = -\frac{\sigma_{np}}{E\alpha[ch\alpha(l-x_0) + \frac{l\alpha}{\bar{k}}sh\alpha(l-x_0)]},$$

где σ_{np} – напряжение в точке x_0 .

Интегрируя уравнения (4.2.9) при условии $u_1(x_0) = u_{20} = u_2(x_0)$, находим перемещение сечений стержня в зоне проскальзывания

$$u_{1} = -\frac{q}{E} \left[\int_{0}^{x} (x-\xi)\gamma_{c}(\xi)h(\xi)d\xi - \int_{0}^{x_{0}} (x_{0}-\xi)\gamma_{c}(\xi)h(\xi)d\xi \right] + \frac{\sigma_{0}}{E} (x-x_{0}) + u_{20}.$$

Рассмотрим частные случаи

1.
$$h(x) = const = h_0$$
, $\gamma_c = \gamma_{c0}$, $k_x(x) = const = k_x$.

При этом имеем

$$u_1 = -q \frac{(x^3 - x_0^3)}{6E} + \sigma_0 (x - x_0) / E + u_{20}$$

Анализ формулы (4.2.10) показывает, что на распределение перемещения вдоль оси стержня существенно влияют коэффициенты бокового и упругого отпора q и k_0 соответственно, и параметр α , характеризующий сопротивление окружающей среды.



Рис.4.3. Распределение перемещений в сечениях по длине стержня при различных значениях параметров k, P_0 , k_0 : $l - k_0 = 5$ MH/м; $2 - k_0 = 0.8$ MH/м; $3 - k_0 = 1$ MH/м; $4 - k_0 = 1.2$ MH/м

На рис. 4.3 и 4.4 представлены кривые распределения перемещения сечений стержня и напряжения по длине стержня для различных значений параметров k, k_0 , P_0 , где принято P_{np} =0.95 P_0 , E=2 $\cdot 10^{10}$ Па (бетонная труба), l=10 м, D=0.3 м, d=0.29 м, f=0.3 м, k=0.4 м, ρ_c =1600 кГ/м³. Из анализа кривых, представленных на рис. 4.3, следует, что с ростом коэффициента продольного сдвига k_0 перемещения сечений трубопровода уменьшаются и при k_0 >1.5 МН/м практически не зависят от этого коэффициента. Такая картина наблюдается при увеличении коэффициента упругого отпора грунта в сечении x=l, причем с ростом значения этого коэффициента кривые незначительно отличаются друг от друга. Анализ кривых для распределения напряжений по длине (см. рис. 4.4) показывает, что только коэффициент k_0 влияет на напряженное состояние на участке, где поверхность трубопровода взаимодействует с грунтом по закону Винклера, причем рост этого коэффициента приводит к росту напряжений в сечениях трубопровода.



Рис. 4.4. Распределение напряжений в сечениях по длине стержня при различных значениях параметров k, P_0 , k_0 : $1 - k_0 = 5$ MH/м; $2 - k_0 = 0.8$ MH/м; $3 - k_0 = 1$ MH/м; $4 - k_0 = 1.2$ MH/м



Рис. 4.5. Кривые изменения глубины заложения трубопровода в грунтовой среде при различных значениях параметра β : $1 - \beta = 0$; $2 - \beta = 0.5$; $3 - \beta = 1$; $4 - \beta = 2$; $5 - \beta = -0.2$; $6 - \beta = -0.3$; $7 - \beta = -0.4$



Рис. 4.6. График изменения граничной сопряженной точки x₀ в зависимости от глубины заложения β



l = 200 M

Рис. 4.7. Кривые распределения напряжения по длине стержня: $1 - \beta = 0; 2 - \beta = 0.5; 3 - \beta = 1; 4 - \beta = 2; 5 - \beta = -0.2; 6 - \beta = -0.3; 7 - \beta = -0.4$

На рис. 4.5 приведены графики изменения глубины заложения трубопровода в грунтовой среде, а на рис. 4.6 – график изменения сопряженной точки x_0 между двумя моделями взаимодействия в зависимости от глубины заложения трубопровода, изменяющейся по длине трубопровода. На рис. 4.7 представлены кривые распределения напряжения по длине стержня для различных значений параметров $\overline{\alpha} = \alpha l$ и постоянном значении коэффициента взаимодействия (k_x) вдоль оси трубопровода.

3.
$$h = h_0 + \beta \frac{x(l-x)}{l}$$
, $\gamma_c = \gamma_{c0}$, $k_x(x) \neq \text{const.}$

Для определения $k_x(x)$ воспользуемся формулой из работы [111], зависящей, в том числе, и от глубины заложения трубы.

Для решения этого случая задачи применим метод конечных разностей. Введем безразмерные переменные: $\overline{u}_1 = u_1 R$; $\overline{u}_2 = u_2 R$; $\overline{x} = xl$.

Тогда уравнения (4.2.4) и (4.2.5) примут вид:

$$\frac{EFR}{l^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = -f \xi \pi D \gamma_c(x) h(x) \qquad \text{при} \qquad 0 < x < x_0, \qquad (4.2.11)$$

$$\frac{EFR}{l^2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} = 2\pi R^2 k_x(x) u_2 \qquad \text{при} \qquad x_0 < x < 1. \qquad (4.2.12)$$

Граничные условия:

$$\frac{EFR}{l}\frac{du_1}{dx} = P_0 \text{ при } x = 0, \qquad (4.2.13)$$

$$\frac{EFR}{l}\frac{du_2}{dx} = -Rk_0u_2 \text{ при } x = 1.$$
(4.2.14)

Условия сопряжения на границе зон:

.

$$u_1 = u_2,$$

$$\frac{EFR}{l} \frac{du_1}{dx} = \frac{EFR}{l} \frac{du_2}{dx}$$
 при $x = x_0$ (4.2.15)

Аппроксимируем уравнения (4.2.11) – (4.2.12), граничные условия (4.2.13) – (4.2.14) и условия сопряжения на границе зон (4.2.15) центральными разностными схемами. Тогда граничные условия (4.2.13) – (4.2.14) и условия сопряжения на границе зон (4.2.15) будут иметь вид

$$\frac{EFR}{l} \frac{du_1}{dx}\Big|_{x=0} = P_0 \Rightarrow \frac{EFR}{2hl} \left(-3u_{10} + 4u_{11} - u_{12}\right) = P_0 \Rightarrow$$

$$u_{10} = \left(\frac{-2hlP_0}{EFR} + 4u_{11} - u_{12}\right) / 3$$

$$\frac{EFR}{l} \frac{du_2}{dx}\Big|_{x=0} = -Rk_0 u_2\Big|_{x=l} \Rightarrow \frac{EFR}{2hl} \left(3u_{2n} - 4u_{2n-1} + u_{2n-2}\right) = -Rk_0 u_{2n} \Rightarrow$$

$$u_{2n} = \left(4u_{2n-1} - u_{2n-2}\right) / \left(\frac{2hlk_0}{EF} + 3\right).$$

А уравнения (4.2.11) – (4.2.12) после аппроксимации решаем относительно u_{1i+1}, u_{2i+1} :

$$u_{1\,i+1} = \frac{-2f\xi\pi\gamma_c(x)h(x)l^2h^2}{EF} + 2u_{1\,i} - u_{1\,i-1}, \qquad (4.2.16)$$

$$u_{2i+1} = \left(\frac{2\pi Rk_x(x)l^2h^2}{EF} + 2\right)u_{2i} - u_{2i-1}.$$
(4.2.17)

Решим уравнения (4.2.16) – (4.2.17) методом прогонки.

Используется метод обратной прогонки для решения следующих систем алгебраических уравнений:

$$u_{11} = \alpha_{12}u_{12} + \beta_{12}, \ u_{1i} = \alpha_{1i+1}u_{1i+1} + \beta_{1i+1},$$

$$u_{1N-2} = \alpha_{1N-1}u_{1N-1} + \beta_{1N-1}, \ u_{1N-1} = \beta_{1N},$$

$$u_{21} = \alpha_{22}u_{22} + \beta_{22}, \ u_{2i} = \alpha_{2i+1}u_{2i+1} + \beta_{2i+1},$$

$$u_{2N-2} = \alpha_{2N-1}u_{2N-1} + \beta_{2N-1}, \ u_{2N-1} = \beta_{2N},$$

где α_{1i} , β_{1i} , α_{2i} , β_{2i} – коэффициенты.

Вычисление нормального напряжения определяются по следующей формуле:

$$\sigma_1 = E \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial \overline{x}}, \ \sigma_2 = E \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial \overline{x}}.$$

Введем безразмерные переменные: $\bar{u}_1 = u_1 R$; $\bar{u}_2 = u_2 R$; $\bar{x} = xl$. Используя метод конечных разностей, решим относительно σ_{1i} , σ_{2i} .

$$\sigma_{1\,i} = \frac{E}{2h} \frac{R}{l} (u_{1\,i+1} - u_{1\,i-1}), \ \sigma_{2\,i} = \frac{E}{2h} \frac{R}{l} (u_{2\,i+1} - u_{2\,i-1}).$$

В расчетах приняты следующие числовые значения параметров, характеризующих трубопровод и его взаимодействие с окружающим грунтом: $E=2\cdot10^5$ МПа/м², l=100 м, D=0.3 м, d=0.25 м, $P_0=10$ кH, $P_{np}=8$ кH, $\gamma_c=2000$ кг/м³, f=0.3, $\xi=0.6$, $h_0=1$ м, $k_0=10$ кH/м.

Графики сравнения аналитического и численного решений показаны на рис. 4.8. На рис. 4.9 приведены кривые распределения коэффициента продольного взаимодействия трубопровода с грунтом, а на рис. 4.10, 4.11 – кривые распределения перемещений и напряжений по длине трубопровода для различных значений параметров β и P_0 .



Рис. 4.8. Кривые изменения перемещений и напряжений по длине трубопровода при $\beta=0$ и $\gamma_c=1$ кг/м³: *I* – аналитическое решение; *2* – численное решение



Рис. 4.9. Кривые изменения коэффициента продольного взаимодействия трубопровода с грунтом по длине трубы: *1* – *β*=0; 2 – *β*=0.5; *3* – *β*=1; *4* – *β*=2



Рис. 4.10. Изменения перемещений (*a*) и напряжений (*б*) в зависимости от координаты: $1 - \beta = 0; 2 - \beta = 1; 3 - \beta = 2$



Рис. 4.11. Изменения перемещений (*a*) и напряжений (*б*) в зависимости от координаты при β =0: $1 - P_0$ =10; $2 - P_0$ =15; $3 - P_0$ =20

Сравнительный анализ позволил получить удовлетворительные совпадения результатов решения задачи, используя аналитический и численный методы (см. рис. 4.8). До зоны перехода x_0 перемещение и напряжение меняются по линейному закону, а после по экспоненциальному закону. Наибольшее значение достигается в первой части – до точки x_0 (см. рис. 4.8, 4.10, 4.11). Влияние переменного коэффициента продольного взаимодействия трубопровода с грунтом по длине трубы отражается на перемещениях и напряжениях трубопровода в случае бугра, что представлено на рис. 4.10. Чем больше начальная сила, тем больше значения перемещений и напряжений в трубопроводе (см. рис. 4.11).

4.3. Численный анализ установившихся волновых процессов в системе «грунт – трубопровод» при различных законах взаимодействия трубопровода с грунтом

В §4.1 была рассмотрена задача установившихся колебаний бесконечного подземного трубопровода под действием плоской волны, распространяющейся вдоль оси трубопровода. При этом получены приближенные связанные уравнения движения для частиц грунта, моделируемого упругой средой, и продольных смещений сечений трубопровода в условиях жесткого контакта поверхности трубопровода с грунтом (упругой средой). Проведем анализ численных результатов при выполнении двух видов контакта поверхности трубопровой средой. Уравнение движения для осевого перемещения частиц упругой среды w(r, z, t) в цилиндрической системе координат (r, z) (ось *Oz* направлена вдоль оси трубопровода в сторону движения действия плоской волны, распространяющейся в грунте) в рамках, принятых в работе [115], записывается в виде (4.1.4)

$$\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} , \qquad (4.3.1)$$

Рассмотрим случай, когда контактная сила на поверхности трубопровода является линейной функцией относительного смещения сечений трубопровода. Тогда для интегрирования уравнения (4.3.1) принимаются следующие граничные условия:

$$w = w_0(c_1t - z)H(c_1t - z)$$
 при $r = R$, (4.3.2)

$$\tau = \mu \frac{\partial w}{\partial r} = k[w(a, z, t) - U(z, t)]$$
 при $r = a$, (4.3.3)

Решение краевой задачи (4.3.2) и (4.3.3) получено в §4.1. Для проведения расчетов использована зависимость

$$k = k_0 [\alpha_0 (R/a-1)+1] = k_0 (\alpha_0 H_0/a+1).$$

Здесь k_0 – коэффициент жесткости грунта при R=a ($H_0=0$); α_0 – коэффициент, характеризующий интенсивность роста коэффициента жесткости связи с увеличением глубины заложения.

На рис. 4.12, 4.13 представлены изменения безразмерного напряжения $S = -\sigma / E'A_0 \omega_1$ от переменной $Z_* = p_0 Z$ при действии волны, которая распространяется со сверхзвуковой скоростью (M>1) и за фронтом которой перемещение частиц грунта определяется по закону $w_0 = A_0 \sin \omega_1 Z$. Кривые построены для различных значений отношения H_0/a (см. рис. 4.12) и параметра m (см. рис. 4.13).



Рис. 4.12. Зависимости безразмерного напряжения $S = -\sigma/E'A_0\omega_1$ от $Z^* = p_0Z$ при m=30 для различных значений отношения H_0/a : $1 - H_0/a=0.1$; $2 - H_0/a=1$; $3 - H_0/a=2$; $4 - H_0/a=4$

Рис. 4.13. Зависимости безразмерного напряжения $S = -\sigma/E'A_0\omega_1$ от $Z^* = p_0Z$ при $H_0/a=3$ для различных значений параметра $m=\mu/k_0a$: 1 - m=0; 2 - m=20; 3 - m=40

Из анализа кривых, представленных на рис. 4.12, следует, что изменение напряжения за фронтом волны имеет колебательный характер и по мере удаления от нее амплитуды и периоды колебаний существенно зависят от отношения H_0/a .

Анализ кривых, построенных для различных значений параметра m (см. рис. 4.13), показывает, что периодическое изменение напряжений по переменной Z^* происходит около их среднего значения и значения периодов
этих колебаний с ростом параметра *m* увеличиваются. Таким образом, учет коэффициента влияния податливости приводит к изменению как амплитуды, так и частотного состава в законах колебаний напряжения.





Рис. 4.14. Зависимости безразмерного напряжения *S*= -*σ*/*E*'*A*₀*ω*₁ от *Z*^{*}=*p*₀*Z* при *m*=50 для различных значений отношения *H*₀/*a*: *1* - *H*₀/*a*=0.1; *2* - *H*₀/*a*=2; *3* - *H*₀/*a*=6

Рис. 4.15. Зависимости безразмерного напряжения $S = -\sigma/E'A_0\omega_1$ от $Z^* = p_0Z$ при $H_0/a=3$ для различных значений параметра $m=\mu/k_0a$: 1 - m=0; 2 - m=20; 3 - m=40

На рис. 4.14, 4.15 представлены в виде графиков результаты расчетов в случае движения волны с дозвуковой скоростью (M < 1). Сравнением кривых с данными, полученными при M > 1, установлено, что влияние отношения H_0/a и параметра *m* на распределение осевого напряжения вдоль трубопровода перед и за фронтом волны незначительное. При этом напряжение быстро падает в зоне между фронтами волн, распространяющихся в трубопроводе и грунтовой среде. За фронтом обтекаемой трубопровода волны все кривые изменения напряжения по переменной Z^* имеют строго колебательный характер с одинаковыми периодами. При этом амплитуды колебаний имеют незначительное отличие. Перед фронтом волны, распространяющейся в грунте, амплитуда волн в трубопроводе не значительна и основная часть энергии волны содержится в подземном протяженном сооружении в области действия волны в грунте.

Таким образом, можно сделать вывод, что параметр *m* для M > 1 существенно влияет на частотный состав колебаний трубопровода на расстоянии Z > 20. При этом наблюдается незначительный рост напряжения в сечениях трубопровода. Для M < 1 (см. рис. 4.14, 4.15) влияние глубины заложения на картины зависимости касательного напряжения от длины Z незначительно.

Теперь рассмотрим случай, когда на поверхности контакта сила взаимодействия определяется по формуле

$$\tau = \mu \frac{\partial w}{\partial r} = v \left[\frac{\partial w(a, z, t)}{\partial t} - \frac{\partial U}{\partial t} \right] = v c_1 \left[\frac{\partial w(a, Z)}{\partial Z} - \frac{dU}{dZ} \right] \quad \text{при} \quad r = a \quad , \quad (4.3.4)$$

где *v* – коэффициент вязкого трения.

Решение уравнения (4.3.1) в переменных (*r*, *Z*) представим в виде

$$w(r,Z) = \ln(r/a)[w_0(Z) - U_1(Z)] / \ln(R/a) + U_1(Z),$$

где $U_1(Z)$ – перемещение частиц грунта на поверхности контакта с трубопроводом, которое, согласно (4.3.4), удовлетворяет уравнению

$$U_1' + \lambda U_1 = \lambda w_0 + U' , \qquad (4.3.5)$$

где $\lambda = \lambda_0 \beta_0^2$, $\lambda_0 = \mu / vc_1 a$.

Поверхностная сила вычисляется по формуле

$$F(Z) = \frac{2a\mu}{(a^2 - b^2)} \frac{\partial w(a, Z)}{\partial r} = \frac{2\mu\beta_0^2}{(a^2 - b^2)} [w_0(Z) - U_1(Z)]$$
(4.3.6)

Уравнение движения трубопровода с учетом (4.3.5) запишем в виде

$$U'' = \pm p_0^2 \beta_0^2 [w_0(Z) - U_1(Z)] . \qquad (4.3.7)$$

Уравнения (4.3.5) и (4.3.7) совместно образуют систему дифференциальных уравнений для определения функций U(Z) и $U_1(Z)$. Исключив из этой системы функцию U(Z), получим

$$U_1'' + \lambda U_1' \pm p_0^2 \beta_0^2 U_1 = \lambda w_0' \pm p_0^2 \beta_0^2 w_0 . \qquad (4.3.8)$$

В зависимости от значения числа *М* решение уравнения (4.3.8) имеет различный вид.

Для *M* >1:

$$U_{1} = \frac{1}{k_{1} - k_{2}} \int_{0}^{Z} w_{1}(\zeta) \{ \exp[-k_{1}(Z - \zeta)] - \exp[-k_{2}(Z - \zeta)] \} d\zeta \quad \text{при } \eta < 1,$$
$$U_{1} = \int_{0}^{Z} (Z - \zeta) w_{1}(\zeta) \exp[-k_{0}(Z - \zeta)] d\zeta \quad \text{при } \eta = 1,$$
$$U_{1} = \frac{1}{\gamma} \int_{0}^{Z} w_{1}(\zeta) \exp[-k_{0}(Z - \zeta)] \sin \gamma (Z - \zeta) d\zeta \quad \text{при } \eta > 1.$$

Для *M* <1:

$$U = \frac{1}{(n_1 + n_2)} \left[\exp(-n_2 Z) \int_0^Z w_2(\zeta) \exp(n_2 \zeta) d\zeta + \exp(n_1 Z) \int_Z^\infty w_2(\zeta) \exp(-n_1 \zeta) d\zeta \right]$$

при $0 < Z < \infty$,

$$U = \frac{\exp(n_1 Z)}{(n_1 + n_2)} \int_0^\infty w_2(\zeta) \exp(-n_1 \zeta) d\zeta \quad \text{при} \quad -\infty < Z < 0,$$

где $w_{1,2}(Z) = \lambda \frac{dw_0}{dZ} \pm p_0^2 w_0, \ \eta = 4p_0^2 / \lambda_0^2 \beta_0^2, \ k_{1,2} = k_0 (1 \pm \sqrt{1-\eta}),$ $n_{1,2} = k_0 (\sqrt{1+\eta} \pm 1), \ k_0 = \lambda/2, \ \gamma = k_0 \sqrt{\eta-1}.$

На рис. 4.16 представлены зависимости безразмерного напряжения $S = \sigma / E' A_0 \omega_1$ от переменной $Z^* = p_0 Z$ для двух значений параметра

$$\alpha = \sqrt{\frac{2v^2 c_1^2 a^2}{\mu E'(a^2 - b^2)(M^2 - 1)}}$$

и при различных отношениях H_0/a в случае M > 1. Видно, что рост параметра α приводит к снижению напряжения в сечениях трубопровода, при этом вблизи фронта волны могут возникать высокочастотные колебания.



Рис. 4.16. Зависимости безразмерного напряжения $S = -\sigma/E'A_0\omega_1$ от $Z^* = p_0Z$ для $\alpha = 0.5$, $\alpha = 3$ и различных значений отношения H_0/a : $I - H_0/a = 0.2$; $2 - H_0/a = 0.5$; $3 - H_0/a = 1$; $4 - H_0/a = 2$

4.4. Стационарное движение системы «трубопровод – грунтовый слой» при действии сейсмических волн

В сейсмодинамической теории подземных сооружений используется подход, связанный с расчетом элементов подземных конструкций на действие волн без учета формирования вторичных, вызванных наличием сооружения в грунте. В реальности сооружение и окружающий его грунт образуют единую механическую систему, где формируются волновые поля как в грунтовой среде, так и в теле сооружения. В некоторых случаях наличие сооружения в грунтах (особенно для слабых и водонасыщенных) может существенно изменить параметры волновых полей и таким образом влиять на динамические характеристики сооружения. В этом случае следует рассмотреть задачу волнового взаимодействия двух сред: тела сооружения и грунтовой среды, которая сводится к классическим (неклассическим) задачам теории упругости. В некоторых случаях приходится учитывать возможность скольжения грунтового слоя по поверхности, движущейся по заданному закону части грунта. Такая постановка задачи позволяет учитывать, наряду с принятой моделью взаимодействия трубопровода и слоя грунта со средой, влияние на динамическое поведение сооружения механических свойств грунта, времени обтекания его волной и другие параметры, связанные с формированием вторичных волн вблизи сооружения. Возникающие динамические эффекты при этом могут быть значительными особенно для подземных труб, диаметры которых сравнимы с длинами волн, преобладающими при землетрясении.

Рассмотрим случай обтекания трубопровода бегущей стационарной волной, где между трубопроводом и движущейся средой формируется концентрический цилиндрический слой конечной толщины h. Контактные силы сдвига между трубопроводом и слоем, а также между слоем и движущейся средой будут пропорциональны соответствующим им относительным перемещениям. Уравнение осевого движения частиц грунта w(r, z, t), моделируемого упругой средой, в цилиндрической системе координат (r, z) (ось 0z направлена по оси трубопровода, вдоль которой движется бегущая волна $w_0 = (c_1t - z)$, ось 0r – перпендикулярна к ней) записываем в виде (4.1.4), для интегрирования которого принимаются следующие граничные условия:

$$\mu \frac{\partial w}{\partial r} = k_1 [w_a(r, Z) - U(Z)] \quad при \quad r = a, \qquad (4.4.1)$$

$$\mu \frac{\partial w}{\partial r} = -k_2 [w_R(Z) - w_0(Z)] \quad \text{при} \quad r = R.$$
(4.4.2)

Здесь $Z=c_1t-z$, R=h+a, a – внешний радиус трубопровода; k_1 и k_2 – соответственно коэффициенты жесткости связи трубопровода со слоем грунта и слоя с движущейся средой при сдвиге; $w_a=w(a,Z)$, $w_R=w(R,Z)$; U(Z) – продольное смещение сечений трубопровода. Решение уравнения (4.1.4.) в переменных (r,Z) представим в виде

$$w(r,Z) = A(Z)\ln\frac{r}{a} + B(Z),$$

где функции A(Z) и B(Z) определяются из граничных условий (4.4.1) и (4.4.2), в которых

$$A = \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_2 + \beta_1 [1 + \beta_1 \ln(R/a)]} [w_0(Z) - U(Z)],$$
$$B = \frac{\beta_2 w_0(Z) + \beta_1 (1 + \beta_2 \ln(R/a)U(Z))}{\beta_2 + \beta_1 [1 + \beta_1 \ln(R/a)]},$$

где $\beta_1 = k_1 a / \mu$, $\beta_2 = k_2 a / \mu$.

Напряжение сдвига определяется по формуле

$$\tau = \mu \frac{\partial w}{\partial r} = A(Z)[w_0(Z) - U(Z)]/r.$$

Здесь U(Z) удовлетворяет уравнению

$$U'' \pm p^2 U = \pm p^2 w_0(Z), \qquad (4.4.3)$$

где
$$p = p_0 \beta$$
, $p_0 = \sqrt{\frac{2\mu}{E' |1 - M^2| (a^2 - b^2) \ln(R/a)}}$; $\beta = \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2 \ln(R/a)}{\beta_2 + \beta_1 (1 + \beta_2 \ln(R/a)]}}$;

при $\beta_2 \to \infty$ имеем $\beta = \sqrt{\frac{\beta_1 \ln(R/a)}{1 + \beta_1 \ln(R/a)}}$, далее, если полагать $\beta_1 \to \infty$, то име-

ем $\beta = 1$. Эти случаи рассмотрены в работах [115, 116].

На рис. 4.17 представлены кривые зависимости величины β от β_1 при различных значениях параметра β_2 . В расчетах принято: h=1.5 м, a=0.1 м. Анализ расчетных данных показывает, что с ростом параметра β_2 наблюдается интенсивный рост величины β , что приведет к появлению длинноволновых гармоник при колебаниях сечений трубопровода.



Рис. 4.17. Графики зависимости величины β от безразмерного параметра $\beta_1 = k_1 a/\mu$ при различных значениях отношения $\beta_2 = k_2 a/\mu$: $1 - \beta_2 = 0.2$; $2 - \beta_2 = 0.5$; $3 - \beta_2 = 1$; $4 - \beta_2 = 2$, $5 - \beta_2 = 10$

Верхние знаки в уравнении (4.4.3) берутся в сверхзвуковом случае M>1, а нижние – в дозвуковом M<1. Оно совпадает с уравнением колебаний трубопровода для случая прилипания только при $\beta_2 \rightarrow \infty$ и $\beta_1 \rightarrow \infty$.

Заметим, что при M>1 (в сверхзвуковом случае) возмущения существуют только за фронтом падающей волны Z>0 и потому необходимо искать решение уравнения (4.4.3), удовлетворяющее условиям U=dU/dZ=0 на фронте Z=0, поскольку часть трубопровода перед фронтом волны остается в покое. Между тем при M<1 (в дозвуковом случае) переменная Z может принимать любые значения из интервала ($-\infty$; $+\infty$) и возмущения в среде и трубопроводе существуют как позади, так и впереди фронта падающей волны. Поэтому в данном случае физически обосновано требование ограниченности (амплитуды) колебаний на бесконечности при $Z \rightarrow \pm\infty$.

Решения уравнения (4.4.3), удовлетворяющие указанным ограничениям, в случае движения частиц грунта за фронтом волны по закону $w_0=A_0\sin(\omega_1 Z)H(Z)$ напряжения в трубопроводе определяются по формулам

$$\sigma = -E' \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{E' A_0 \omega_1}{1 - (\omega_1 / p_0 \beta)^2} (\cos \omega_1 Z - \cos(p_0 \beta Z)) H(Z), \quad M > 1, \quad (4.4.4)$$
$$= -\frac{E' A_0 \omega_1}{1 + (\omega_1 / p_0 \beta)^2} \left(-\frac{1}{2} sign(Z) e^{-p_0 \beta |Z|} + H(Z) \cos \omega_1 Z \right), \quad M < 1,$$

где $H(\xi)$ – единичная функция Хевисайда.

Наблюдаемая на практике длина сейсмических волн $\lambda = 1/\omega_1$ при средних и сильных землетрясениях имеет значения десятки и сотни метров. Как отмечено в [115], величина p_0 в зависимости от свойств используемого материала и диаметра трубопровода меняется в интервале 1.2 < p0 < 3. Параметр β , согласно расчетам, имеет диапазон изменения $0 < \beta < 1$. Таким образом, произведение $p_0\beta$ удовлетворяет неравенству $0 < p_0\beta < 3$. Поскольку $\omega_1/p_0\beta = 1$, то, согласно формуле (4.4.4), для случая M > 1 имеет место резонанс. Полагая $\omega_1/p_0 = \beta$, можно установить зависимость между величинами ω_1/p_0 , β_1 и β_2 , при выполнении которой амплитуда напряжения будет возрастать по линейному закону по переменной Z. Графические виды такой зависимости между величинами β_1 и β_2 для различных значений отношения ω_1/p_0 представлены на рис. 4.18. Как видно, в процессе реализации резонансного режима колебаний при значении коэффициента жесткости связи трубопровода, равном $\beta_1 = \frac{\omega_1}{p_0} \frac{1}{1 - \frac{\omega_1}{p_0}} \ln(R/a)$

бесконечному значению коэффициента жесткости связи слоя с движущейся средой.



Рис. 4.18. Кривые зависимости связи между величинами $\beta_2 = k_2 a/\mu$ и $\beta_1 = k_1 a/\mu$ при различных значениях отношения $\overline{\sigma}_1 = \omega_1 / p_0$ в резонансном режиме колебаний трубопровода: $1 - \overline{\omega}_1 = 0.1$; $2 - \overline{\omega}_1 = 0.12$; $3 - \overline{\omega}_1 = 0.14$; $4 - \overline{\omega}_1 = 0.16$; $5 - \overline{\omega}_1 = 0.18$



Рис. 4.19. Кривые изменения напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / \sigma_0$ от переменной Z(M) при $p_0 = 1M^{-1}$, $\beta_1 = 1$ и для различных значений величины β_2 : $1 - \beta_2 = 0.01$; $2 - \beta_2 = 0.025$; $3 - \beta_2 = 0.1$



Рис. 4.20. Кривые изменения напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / \sigma_0$ от переменной Z при $p_0=1.5 \text{ м}^{-1}$, $\beta_1=1$ и для различных значений величины β_2 : $1-\beta_2=0.01$; $2-\beta_2=0.025$; $3-\beta_2=0.1$



Рис. 4.21. Кривые изменения напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / \sigma_0$ от переменной Z при $p_0=3 \text{ м}^{-1}$, $\beta_1=1$ и для различных значений величины β_2 : $1-\beta_2=0.01$; $2-\beta_2=0.025$; $3-\beta_2=0.1$

На рис. 4.19 – 4.21 даны кривые зависимости безразмерного напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / \sigma_0$ ($\sigma_0 = -A_0 E' \omega_1$) от подвижной координаты Z для различных тол-

щин слоя *h* значений параметров p_0 , β_1 и β_2 . В расчетах принято *a*=0.1 м, ω_1 =1/15 м⁻¹. Из анализа кривых следует, что с уменьшением величин β_2 (например, с уменьшением коэффициента жесткости k_2) и p_0 трубопровод по переменной *Z* совершает колебания с длинными периодами. При этом увеличение толщины слоя приводит к уменьшению амплитуды и росту частоты колебаний трубопровода. Это обстоятельство указывает на существенное влияние наличия тонкого слоя грунта между трубопроводом и движущейся средой. Таким образом, ослабление связи между тонким слоем грунта с движущейся средой может служить причиной возникновения высоких напряжений в режимах колебаний, близких резонансным.

4.5. Действие распространяющейся с «кажущейся скоростью» стационарной волны на бесконечный трубопровод (стержень), вставленный в упругом полупространстве

В работах [115 – 117] рассмотрены задачи об обтекании заглубленного в грунте трубопровода (стержня) плоской волной в полупространстве, где не учитывается влияние свободной поверхности на волновые процессы в грунтовой среде и стержне. При такой постановке задача сводится к решению осесимметрической задачи распространения волн в бесконечном цилиндрическом слое грунтовой среды, внутренняя граница которого контактирует с трубопроводом (упругим стержнем), внешняя движется по известному закону. При этом в уравнениях движения слоя учитываются только продольные смещения частиц грунта. Здесь рассматривается задача действия волны, распространяющейся с «кажущейся скоростью», на трубопровод, заложенный в упругом полупространстве в трехмерной постановке, где учитывается влияние свободной поверхности на волновые процессы в грунтовой среде. Направим ось OZ_1 вдоль оси трубопровода, ось Or – перпендикулярно к ней.

Уравнение продольного движения частиц грунта $w(r, z_1 - ct)$ (c - «кажущаяся скорость» распространения волны), моделируемого упругой средой, $в цилиндрическом слое по направлению оси трубопровода <math>OZ_1$ в приближении, принятом в работах [115 – 117], имеет вид

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - m^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (a < r < R, -\infty < z < \infty), \tag{4.5.1}$$

где
$$z = z_1 - ct$$
; $m = \sqrt{\frac{c^2 - c_1^2}{c_2^2}}$; $c_1 = \sqrt{(2\mu + \lambda)/\rho}$ и $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорости про-

дольной и поперечной волн в среде; μ , λ и ρ – коэффициенты Ламе и плотность упругой среды; R – глубина заложения трубы (стержня). В дальнейшем считаем $c \ge c_1$. Уравнение (4.5.1) интегрируется при условиях

$$w = U(z)$$
 при $r = a$, (4.5.2)

$$w = w_0(z)$$
 при $r = R$, (4.5.3)

где $w_0(z)$ – перемещение частиц среды за падающую волну.

Введем новую функцию по формуле

$$w = u(r,z) + \frac{\ln(r/a)}{\ln(R/a)} [w_0(z) - U(z)] + U(z) \quad , \tag{4.5.4}$$

согласно (4.5.1) – (4.5.3), удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - m^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{m^2 \ln(r/a)}{\ln(R/a)} [w_0'' - U''] + m^2 U''$$
(4.5.5)

и граничным условиям

$$u(R) = 0, u(a) = 0.$$
 (4.5.6)

Рассмотрим случай $c=c_1$ (m=0). В этом случае имеем u=0, и функция U(z) удовлетворяет уравнению [115]

$$U''(z) \pm p^{2}U(z) = \pm p^{2}w_{0}(z),$$
$$p = \left(\frac{2\mu}{E'|1 - M^{2}|(a^{2} - b^{2})\ln(R/a)}\right)^{1/2},$$

где $M = c_1 / c'_0$ – число Маха; $c'_0 = \sqrt{E' / \rho'}$ – скорость распространения продольных волн в стержне; E' и ρ' – соответственно модуль Юнга и плотность материала стержня; b, a – внутренний и внешний радиусы трубы. В случае $w_0 = A_0 \sin(\omega_1 z)$ для напряжения $S = -E' \frac{dU}{dz}$ получены следующие выражения [115]:

$$S = -\frac{E'A_0\omega_1p^2}{p^2 - \omega_1^2} [\cos \omega_1 z - \cos pz]H(z)$$
для *M*>1 (сверхзвукового случая),

$$S = -\frac{E'A_0\omega_1p^2}{p^2 + \omega_1^2} \left[\cos\omega_1 z - \frac{1}{2}e^{-pz}\right]$$
 при *z*>0, $S = \frac{E'A_0\omega_1p^2}{2(p^2 + \omega_1^2)}e^{pz}$ при *z*<0 для *M*<1

(дозвукового случая).

При этом установлено, что при M > 1 и $p = \omega_1$ в теле трубопровода возникает резонансное явление.

Рассмотрим случай $c > c_1$. Решение краевой задачи (4.5.6) для уравнения (4.5.5) получим методом Фурье

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z) R_n(r), \qquad (4.5.7)$$

где $R_n = J_0(\lambda_n a)N_0(\lambda_n r) - J_0(\lambda_n r)N_0(\lambda_n a), \lambda_n$ – корни уравнения $J_0(\lambda_n a)N_0(\lambda_n R) - J_0(\lambda_n R)N_0(\lambda_n a) = 0.$

Функции $Z_n(z)$ удовлетворяют уравнению

$$Z_n'' + \overline{\lambda}_n^2 Z_n = w_0'' a_n + U'' b_n, \qquad (4.5.8)$$

где
$$\overline{\lambda}_n = \lambda_n / m$$
; $a_n = \frac{1}{\|R_n\| \ln \frac{R}{a}} \int_a^R r \ln \frac{r}{a} R_n(r) dr$; $b_n = \frac{1}{\|R_n\|} \int_a^R r [1 - \frac{\ln(r/a)}{\ln(R/a)}] R_n(r) dr$;
 $\|R_n\| = \int_a^R r R_n^2(r) dr$.

Уравнение продольного движения сечений трубопровода (стержня) U(z) представим в виде

$$(M^2-1)\frac{d^2U}{dz^2} = \frac{2a\mu}{(a^2-b^2)E}\frac{\partial w(a,z)}{\partial r}.$$

Пользуясь представлением (4.5.7), уравнение (4.5.9) приведем к виду

$$U'' = \pm p^{2} \left[w_{0} - U + \ln \frac{R}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{n} a Z_{n}(z) R'(\lambda_{n} a) \right].$$
(4.5.9)

Учитывая равенство

$$R'_n(\lambda_n a) = -J_0(\lambda_n a)N_1(\lambda_n a) + J_1(\lambda_n a)N_0(\lambda_n a) = 2/\pi\lambda_n a,$$

имеем

$$U'' = \pm p^2 \left[w_0(z) - U(z) + 2/\pi \ln \frac{R}{a} \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z) \right].$$
(4.5.10)

Подставляя выражение U'' из (4.5.9) в (4.5.10), получаем

$$Z_n'' = -\overline{\lambda}_n^2 Z_n \pm p^2 b_n [w_0(z) - U(z) + 2/\pi \ln \frac{R}{a} \sum_{n=1}^\infty Z_n] + a_n w_0''.$$
(4.5.11)

Выражения (4.5.10) и (4.5.11) образуют бесконечную систему дифференциальных уравнений второго порядка для определения неизвестных функций $Z_n(z)$ и U(z), которую можно решить методом усечения.

Из системы уравнений (4.5.10) и (4.5.11) можно получить

$$Z_n'' + \overline{\lambda}_n^2 Z_n = a_n w_0'' + b_n U''.$$

Рассмотрим случай M>1. Учитывая условия $Z_n(0)=0$, $Z'_n(0)=0$, имеем

$$Z_{n} = \int_{0}^{z} a_{n} w_{0}''(\xi) \sin \overline{\lambda}_{n} (z - \xi) d\xi + b_{n} \int_{0}^{z} g(z - \xi) U(\xi) d\xi, \qquad (4.5.12)$$

где $g(\zeta) = [(\zeta - \overline{\lambda}_n^{-1} \sin \overline{\lambda}_n \zeta) \sin \overline{\lambda}_n \zeta] / \overline{\lambda}_n^2$.

Подставляя выражения Z_n в уравнение (4.5.10), получаем

$$U'' + p^{2}U = p^{2}w_{0} + p^{2}\frac{2}{\pi}\ln\frac{R}{a}\left[\sum_{n=1}^{\infty}a_{n}\int_{0}^{z}w_{o}''(\xi)\sin\overline{\lambda_{n}}(z-\xi)d\xi + \sum_{n=1}^{\infty}b_{n}\int_{0}^{z}g_{n}(z-\xi)U(\xi)d\xi\right].$$
(4.5.13)

Уравнение (4.5.13) является интегродифференциальным уравнением для определения функции *U*(*z*).

Уравнения (4.5.1) и (4.5.5) описывают осевые движения частиц слоя грунтовой среды и сечений трубопровода, как отмечалось, без учета влияния свободной границы полупространства. Для учета влияния свободной границы полупространства. Для учета влияния свободной границы полупространства в принятом предположении об отсутствии радиального перемещения частиц грунта используем метод отражения. Введем систему координат *XOY* с началом в центре круга, образованного произвольным сечением цилиндра плоскостью *z*=const, где ось *OY* направлена вертикально вверх, ось *OX* – перпендикулярно к ней (рис. 4.22). Согласно методу отражения, четным образом продолжаем решение (4.5.1) на верхнюю полуплоскость, для чего рассмотрим зеркальное отражение трубопровода относительно плоскости *y*=*R*.



Рис. 4.22. Схема применения метода отражения

Решение в произвольной точке M(x,y) нижнего полупространства представим в виде

$$W = \frac{1}{2} [w_1(x, y, z) + w_2(x, y, z)].$$

Здесь
$$w_1 = u(r_1, z) + \frac{\ln(r_1/a)}{\ln(R/a)} [w_0(z) - U(z)] + U(z),$$

 $w_2 = u(r_2, z) + \frac{\ln(r_2/a)}{\ln(R/a)} [w_0(z) - U(z)] + U(z),$
где $r_1 = \sqrt{x^2 + y^2}, r_2 = \sqrt{x^2 + (y - 2R)^2}.$

Можно показать, что условие равенства нулю касательного напряжения $\sigma_{rz} = \frac{\partial W}{\partial y}$ на границе полупространства выполняется, т.е.

$$\frac{\partial W}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = R.$$

Кроме того, на границе y=R имеем $W=w_0(z)$.

Вводя полярные координаты $x=r\cos\theta$, $y=\sin\theta$, вычислим касательное напряжение σ_{rz} на поверхности трубопровода:

$$\sigma_{rz} = \mu \frac{\partial W}{\partial r} = \mu \left[\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} \right] = \mu \left[\frac{\partial W}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial W}{\partial y} \sin \theta \right] =$$

$$= \mu \left[\left(\frac{\partial w_1}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial x} + \frac{\partial w_2}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial x} \right) \cos \theta + \left(\frac{\partial w_1}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial y} + \frac{\partial w_2}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial y} \right) \sin \theta \right] =$$

$$= \mu \left[\left(\frac{\partial w_1}{\partial r_1} + \frac{\partial w_2}{\partial r_2} \frac{1}{\psi(\theta)} \right) \cos^2 \theta + \left(\frac{\partial w_1}{\partial r_1} \sin \theta + \frac{\partial w_2}{\partial r_2} \frac{\sin \theta - 2q}{\psi(\theta)} \right) \sin \theta \right] =$$

$$= \mu \left[\frac{\partial w_1}{\partial r_1} + \frac{\partial w_2}{\partial r_2} \frac{1}{\psi(\theta)} \right] \cos^2 \theta + \left(\frac{\partial w_1}{\partial r_1} \sin \theta + \frac{\partial w_2}{\partial r_2} \frac{\sin \theta - 2q}{\psi(\theta)} \right) \sin \theta \right] =$$

где q = R/a, $\psi = \sqrt{1 - 4q \sin \theta + 4q^2}$. Производные $\frac{\partial w_1}{\partial r_1}$ и $\frac{\partial w_2}{\partial r_2}$ при *r*=*a* вычисляются по следующим форму-

лам:

$$\frac{\partial w_1}{\partial r_1} = \frac{1}{a \ln \overline{R}} [w_0(z) - U(z)] + \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z) \lambda_n m Q_n ,$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial r_2} = \frac{w_0(z) - U(z)}{a\psi(\theta) \ln \overline{R}} + \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z)\lambda_n m P_n(\theta),$$

где

$$Q_n = J_0(\lambda_n ma) N'_0(\lambda_n ma) - J'_0(\lambda_n ma) N_0(\lambda_n ma) = 2/\pi \lambda_n ma,$$

$$P_n = J_0(\lambda_n ma) N'_0[\lambda_n ma\psi(\theta)] - J'_0[\lambda_n ma\psi(\theta)] N_0(\lambda_n ma).$$

Результирующую силу контакта среды с трубопроводом представим в виде

$$F = F_0 + F_1,$$

где

Здесь

$$F_{0} = \frac{2a}{\pi(a^{2} - b^{2})} \int_{0}^{\pi} (-\sigma_{rz}) d\theta = -\frac{2\mu}{\pi(a^{2} - b^{2}) \ln \overline{R}} \Big[w_{0}(z) - U(z) \Big] \bigg[\pi + \int_{0}^{\pi} \frac{(1 - 2q\sin\theta) d\theta}{1 - 4q\sin\theta + 4q^{2}} \bigg],$$
$$F_{1} = -\frac{2\mu}{(a^{2} - b^{2})} \sum_{n=1}^{\infty} Z_{n}(z) \bigg[\pi + \int_{0}^{\pi} \frac{1 - 2q\sin\theta}{\psi(\theta)} P_{n}(\theta) d\theta \bigg].$$

4.6. Оценка влияния поперечной инерции сечения на параметры распространяющихся стационарных волн в подземных трубопроводах

В работах [115 – 117] трубопровод представлен полым круговым цилиндром и использована стержневая теория, не учитывающая инерции радиальной деформации сечения. Учет этого фактора, основанного на теории Релея [119], позволяет изучить типы деформации, которые преобладают при различной длине волны, и оценить роль радиальной инерции в дисперсионном уравнении, характеризующем формирование волн различной длины вдоль стержня. Изучим волновые процессы вдоль бесконечного трубопровода, уложенного в грунтовой среде, обтекаемого распространяющейся в ней продольной волной, фронт которой перпендикулярен к оси трубопровода. Уравнение движения подземного трубопровода, взаимодействующего с грунтовой средой, моделируемой упругой средой [116], с учетом поправки на поперечную инерцию по Релею [119], запишем в виде

$$\mp \alpha^2 U^{IY} + U'' \pm p^2 U = \pm p^2 w_0(Z).$$

$$3 \text{десь } \alpha^2 = v_0^2 \frac{M^2 k_0^2}{|1 - M^2|}, \ p = p_0 \beta, \ p_0 = \sqrt{\frac{M^2 (1 - 2v) \rho}{\rho_0 |1 - M^2| (1 - v) (a^2 - b^2)}},$$

$$\beta = \sqrt{\frac{ka}{\mu + ka \ln(R/a)}}, \ M = \frac{c_1}{c_0'}, \ c_0' = \sqrt{\frac{E'}{\rho_0}}, \ c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}},$$

$$(4.6.1)$$

)

где U=U(Z) – осевое перемещение трубопровода; $Z=c_1t-z$; t – время; Oz – ось, направленная вдоль оси трубопровода; z – координата произвольного его сечения; E', ρ_0 , v – модуль Юнга, плотность и коэффициент Пуассона материала трубопровода; k_0 , R – радиус поперечного сечения и глубина залегания трубопровода; λ , μ – коэффициенты Ламе и Пуассона; ρ – плотность грунтовой среды; k – коэффициент продольного сдвига на поверхности контакта трубопровода с грунтовой средой; a, b – внешний и внутренний радиусы трубопровода. Верхние и нижние знаки в уравнении (4.6.1) соответственно берутся при M > 1 и M < 1. Пусть перемещение частиц грунтовой среды за фронтом сейсмической волны зависит от переменной Z по синусоидальному закону

$$w_0 = A_0 \sin \omega_1 Z$$
 при $Z > 0$, $w_0 = 0$ при $Z < 0$.

Рассмотрим случай M > 1.

Общее решение уравнения (4.6.1) имеет вид

$$U = A_1 \exp(\lambda_1 Z) + A_2 \exp(-\lambda_1 Z) + A_3 \cos \omega_1 Z + A_4 \sin \omega_1 Z + A_0 \frac{p_1^2}{\Delta_1} \sin \omega_0 Z, \quad (4.6.2)$$

где
$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 4\alpha_1^2 p_1^2}}{2\alpha_1^2}}, \ \omega_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{4\alpha_1^2 p_1^2 + 1} - 1}{2\alpha_1^2}}, \ \alpha_1^2 = v_0^2 \frac{M^2 k_0^2}{M^2 - 1}, \ p_1 = p_{01}\beta,$$

$$p_{01} = \sqrt{\frac{M^2 (1 - 2v)\rho}{\rho_0 (M^2 - 1)(1 - v)(a^2 - b^2)}} \ \Delta_1 = p_1^2 - \omega_0^2 - \alpha_1^2 \omega_0^4.$$

Постоянные A_i определяются из условия ограниченности функции U(Z) при $Z \rightarrow \infty$, а также из условий на фронте

$$U = U' = U'' = 0$$
 при $Z = 0$,

которые дают

$$A_1 = 0, A_2 = 0, A_4 = 0, A_3 = -\frac{A_0\omega_0 p_1^2}{\omega_1\Delta_1}$$

Таким образом, имеем

$$U = \frac{A_0 p_1^2}{\Delta_1} \left[\sin \omega_0 Z - \frac{\omega_0}{\omega_1} \sin \omega_1 Z \right].$$
(4.6.3)

При $\alpha = 0$ получаем $\omega_1 = p_1$, $\Delta_1 = p_1^2 - \omega_0^2$, тогда выражение (4.6.3) совпадает с решением, полученным в работе [115].

В случае M<1 рассмотрим два участка трубопровода $0<Z<\infty$ и $-\infty<Z<0$, где решение уравнения (4.6.1) принимается соответственно через $U_1(Z)$ и $U_2(Z)$. С учетом ограниченности функции $U_1(Z)$ при $Z\rightarrow\infty$ и обращения в нуль функции $U_2(Z)$ при $Z\rightarrow-\infty$ для каждого участка решение уравнения (4.6.1) представим в виде

$$\begin{split} U_1 &= A_1 \exp(-\omega_2 Z) + A_2 \cos \lambda_2 Z + A_3 \sin \lambda_2 Z - \frac{A_0 p_2^2}{\Delta_2} \sin \omega_0 Z, U_2 = B \exp(\omega_2 Z), \\ \text{где } \lambda_2 &= \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 4\alpha_2^2 p_2^2}}{2\alpha_2^2}}, \ \omega_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{4\alpha_2^2 p_2^2 + 1} - 1}{2\alpha_2^2}}, \ \alpha_2^2 = v_0^2 \frac{M^2 k_0^2}{1 - M^2}, \ p_2 = p_{02}\beta, \\ p_{02} &= \sqrt{\frac{M^2 (1 - 2\nu)\rho}{\rho_0 (1 - M^2)(1 - \nu)(a^2 - b^2)}}. \end{split}$$

Здесь коэффициенты определяются из условий непрерывности

$$U_1 = U_2, U_1' = U_2', U_1'' = U_2'', U_1''' = U_2'''$$
 при $Z = 0$

Из этих условий находим

$$A_{1} = B = \frac{A_{0} p_{2}^{2} \omega_{0} (\omega_{0}^{2} - \lambda_{2}^{2})}{2\Delta_{2} \omega_{2} (\omega_{2}^{2} + \lambda_{2}^{2})}, A_{2} = 0, A_{3} = \frac{2\omega_{2}}{\lambda_{2}} A_{1} - \frac{A_{0} p_{2}^{2}}{\Delta_{2}} \frac{\omega_{0}}{\lambda_{2}},$$
$$\Delta_{2} = \alpha_{2}^{2} \omega_{0}^{4} - \omega_{0}^{2} - p_{2}^{2}.$$

При $\alpha \to 0$ имеем $\lambda_2 \to \infty$, $\omega_2 \to p_2$. При этом постоянные A_1 и A_3 принимают предельные значения: $A_1 = \frac{A_0 p_2 \omega_0}{2(p_2^2 + \omega_0^2)}, A_3 = 0.$

Для перемещений U₁ и U₂ получаем выражения

$$U_{1} = \frac{A_{0}p_{2}}{p_{2}^{2} + \omega_{0}^{2}} \left[p_{2} \sin \omega_{0} Z + \frac{\omega_{0}}{2} \exp(-p_{2} Z) \right], U_{2} = \frac{A_{0}p_{2}\omega_{0}}{2(p_{2}^{2} + \omega_{0}^{2})} \exp(p_{2} Z),$$

которые совпадают с формулами, полученными в работе [115].

На рис. 4.23 представлены графические зависимости изменения напряжения $\sigma = -S/A_0\omega_0 E'_0$ по длине трубопровода для двух значений числа M > 1. Видно, что основное влияние числа M происходит при малых значениях параметра $\gamma = ka/\mu$ (что может соответствовать малым значениям коэффициента k_0 или высоким значениям модуля сдвига грунта μ). При этом влияние инерции поперечного сечения трубопровода также наблюдается при малых значениях значениях параметра γ .



Рис. 4.23. Графики изменений напряжения $\sigma = -S/A_0\omega_0 E'_0$ по длине трубопровода для различных значений безразмерного параметра $\gamma = ka/\mu$ и для двух значений числа *M*: I - M = 1.05; 2 - M = 3



Рис. 4.24. Графики изменений напряжения σ= –S/A₀ω₀E'₀ по длине трубопровода для различных значений безразмерного параметра γ=ka/μ для трубопровода с учетом (кривая *I*) и без учета (кривая *2*) поперечной инерции сечения при *M*=0.95

На рис. 4.24 представлены результаты расчетов в случае M<1. Видно, что на распределение напряжения по длине трубопровода существенное влияние оказывает коэффициент жесткости при сдвиге на контактной поверхности. При малых значениях параметра γ влияние числа на напряжение сечений трубопровода практически отсутствует. С ростом значения этого коэффициента кривых распределения напряжений дополнительно появляются периодические составляющие амплитуды, которые увеличиваются с ростом параметра γ .

4.7. Поперечные колебания уложенного в слой грунта трубопровода под действием плоской продольной волны

Анализом результатов решения задач о гармонических колебаниях цилиндрических тел в упругой среде установлено, что для частот колебаний почвы f < 20 Гц динамическими эффектами можно пренебречь в поперечном сечении для труб, выполненных из таких материалов, как бетон, литой чугун. Показано, что напряжения трубы, рассчитанные без учета влияния взаимодействия грунта и трубы, достигают верхнего предела. Эффект взаимодействия более выражен у жестких труб, уложенных в мягкий грунт и подверженных действию сейсмических волн высокой частоты.

В работах [115 – 117] рассмотрены в приближенной постановке осесимметричные стационарные контактные задачи о воздействии продольной волны на бесконечный трубопровод, распространяющейся вдоль его оси. Установлены практически важные закономерности влияния постоянных Ламе грунтовой среды λ , μ , коэффициентов продольного взаимодействия трубопровода с грунтом и вязкого сопротивления k, v через число $M=c_1/c'_0$, а также параметры на перемещения сечений трубопровода,

$$p_{0} = \sqrt{\mu a / E' |1 - M^{2}| (a^{2} - b^{2})}, \ \beta = \sqrt{ka / [\mu + ka \ln(R / a)]},$$

где $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $c'_0 = \sqrt{E'/\rho'}$ – скорости распространения продольных волн в грунте и стержне соответственно; ρ – плотность грунтовой среды; ρ', E' – плотность и модуль Юнга материала трубопровода; a, b – внутренний и внешний радиусы трубопровода; R – радиус окружающей трубопровод грунтовой среды. Проанализированы кривые напряжений от переменной $Z=c_it-z$ (t – время; z – осевая координата), построенные в случае действия волны, за фронтом которой перемещение частиц грунта меняется по закону $u = A \sin \omega_1 (c_1 t - z)$ (A, ω_1 – параметры волны). Для M>1 и зависимости коэффициента продольного сдвига от глубины залегания трубопровода по закону $k = k_0 [\alpha_0 (R/a - 1) + 1]$ (k_0 – коэффициент жесткости грунта при R=a, α_0 – коэффициент, характеризующий интенсивности роста жесткости связи с увеличением глубины заложения) показано, что периодическое изменение напряжений по переменной Z происходит около их среднего значения. Учет коэффициента продольного сдвига приводит к изменению как амплитуды, так и частотного состава в законах колебаний напряжения. Для M<1 влияние коэффициента продольного сдвига на распределение осевого напряжения вдоль трубопровода перед и за фронтом волны незначительное. При этом напряжение быстро падает в зоне между фронтами волн, распространяющихся в трубопроводе и грунтовой среде. За фронтом обтекаемой трубопровода волны все кривые изменения напряжения по переменной Z_* имеют строго колебательный характер с одинаковыми периодами. Рост вязкого сопротивле-

ния *v* через безразмерный параметр $\alpha = \frac{\mu}{vc_1} \frac{1}{p_0 a}$ приводит к увеличению пе-

риода колебаний и снижению амплитуды напряжения в сечениях трубопровода.

Рассмотрим случай воздействия распространяющейся в слое грунта продольной волны, фронт которой параллелен оси трубопровода. Считаем трубопровод цилиндрической балкой конечной длины, совершающей только поперечные колебания в плоскости, проходящей через оси трубопровода и перпендикулярной к фронту волны. В расчетах учитываем время обтекания волной поверхности трубы, где на нее действует равномерно распределенная по длине трубы поперечная сила, пропорциональная поперечному смещению и скорости сечений трубопровода относительно грунта. Установим начало координат в центре поперечного сечения левого конца трубопровода и направим ось Ox вдоль его оси слева направо, ось Oz – перпендикулярно к ней. В этих предположениях поперечные колебания трубопровода (балки) запишем в виде

$$E'J\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\pi a v \frac{\partial w}{\partial t} + 2\pi a kw = va\dot{F}_0(t) + kaF_0(t), \quad (4.7.1)$$

где w=w(x,t) – прогиб серединной оси балки; J – момент инерции сечения; m – его погонная масса; k и v – коэффициенты упругого отпора и вязкого сопротивления;

 $F_0(t)$ – распределенная по длине поперечная сила, вызванная обтеканием волной поверхности трубы. Рассмотрим случай, когда в процессе обтекания не учитываются вторичные отраженные волны (дифракционные) от цилиндрической поверхности и параметры волнового поля вблизи нее определяются только падающей на трубопровод и отраженной от свободной поверхности волнами. Тогда выражение для силы $F_0(t)$ примет вид

$$F_{0} = \int_{0}^{c_{1}t} \frac{w_{0}(c_{1}t-z)dz}{\sqrt{a^{2}-(a-z)^{2}}} \quad \text{при } 0 \le t \le \frac{2a}{c_{1}},$$
$$F_{0} = \int_{0}^{2a} \frac{w_{0}(c_{1}t-z)dz}{\sqrt{a^{2}-(a-z)^{2}}} \quad \text{при } t \ge \frac{2a+2h}{c_{1}},$$

$$F_{0} = \int_{4a+2h-c_{1}t}^{2a} \frac{w_{0}(c_{1}t-z) - w_{0}(c_{1}t-4a-2h+z)dz}{\sqrt{a^{2} - (a-z)^{2}}} \operatorname{прu} \frac{2a+2h}{c_{1}} \le t \le \frac{4a+2h}{c_{1}}$$

где $w_0(\zeta)$ – перемещение частиц грунта за волной падающей волны, распространяющейся в грунте со скоростью c_1 ; h – расстояние от поверхности трубы до свободной поверхности слоя.

Для интегрирования уравнения (4.7.1) рассмотрим несколько видов закрепления концов балки.

Решение уравнения (4.7.1) получим методом Фурье:

$$\begin{split} w &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{b_i X(\lambda_i \xi)}{\omega_i} \int_0^{\tau} F(\varsigma) e^{-n(\tau-\varsigma)} [(\beta - 2n^2) \sin \omega_i (\tau-\varsigma) + 2n\omega_i \cos \omega_i (\tau-\varsigma)] d\varsigma \,, \\ \text{ггде } \xi &= \frac{x}{l} \,, \, \tau = \frac{c_1 t}{l} \,, \, \overline{h} = \frac{h}{l} \,, \, b_i = \frac{\int_0^1 X(\lambda_i \xi) d\xi}{\int_0^1 X^2(\lambda_i \xi) d\xi} \,, \, \omega_i = \sqrt{\lambda_i^4 \alpha + \beta - n} \,, \\ \alpha &= \frac{EJa^2}{mc_1^2 l^4} \,, \, \beta = \frac{ka^3}{mc_1^2} \,, \, n = \frac{va^2}{mc_1} \,, \\ F &= \int_0^{\varsigma} \frac{w_0(\varsigma - z) dz}{\sqrt{1 - (1 - z)^2}} \, \operatorname{прu} \, 0 \le \varsigma \le 2 \,, \, F = \int_0^2 \frac{w_0(\varsigma - z) dz}{\sqrt{1 - (1 - z)^2}} \, \operatorname{пpu} \, 2 \le \varsigma \le 2 + 2\overline{h} \,, \\ F &= \int_0^2 \frac{w_0(\varsigma - z) dz}{\sqrt{1 - (1 - z)^2}} + \int_{4+2\overline{h}-\varsigma}^2 \frac{[w_0(\varsigma - z) + w_0(\varsigma - 4 - 2\overline{h} + z) dz}{\sqrt{1 - (1 - z)^2}} \, \operatorname{пpu} \, 2 + 2\overline{h} \le \varsigma \le 4 + 2\overline{h} \,, \end{split}$$

 $X(\lambda_i \zeta)$ – собственные функции, удовлетворяющие соответствующим граничным условиям.

Рассмотрим несколько видов закрепления концов балки.

1. Концы балки соединены с неподвижным телом шарнирно. Тогда имеем

$$X = \sin i\pi\xi$$
 .

2. Концы балки жестко закреплены к неподвижному телу:

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$
 при $x = 0, \quad x = l.$ (4.7.2)

Тогда имеем

 $X(\lambda_i \xi)$ – собственные функции краевой задачи (4.7.2) для уравнения (4.7.1):

$$X(\lambda_i\xi) = (sh\lambda_i - \sin\lambda_i)(ch\lambda_i\xi - \cos\lambda_i\xi) - (ch\lambda_i - \cos\lambda_i)(sh\lambda_i\xi - \sin\lambda_i\xi),$$

 λ_i – корни уравнения, $ch\lambda_i \cos \lambda_i = 1$.

На рис. 4.25 представлены кривые зависимости изгибающего момента для балки со свободными концами от безразмерного времени в случае действия волны, за фронтом которой перемещение грунта меняется по закону $w_0 = A \sin \omega_1(c_1t - z)$. Кривые построены для четырех глубин заложения трубопровода и различных значений параметра ω_1 . В расчетах принято: a=0.3 м, $\delta=0.01$ м (δ – толщина стенки трубопровода), $E=2\cdot10^{10}$ Па, $k=8\cdot10^6$ H/м³, $c_1=300$ м/с, l=5 м, $\rho=4500$ кг/м³ (ρ – плотность материала трубопровода). Как видно, изменения моментов для балки с шарнирными концами имеют колебательный характер. С ростом частоты воздействия волны и глубины заложения трубопровода, что приводит к увеличению времени действия падающей на трубопровод волны, значения моментов увеличиваются. В рассматриваемом примере эти частоты соответственно будут равны $f=\omega_1c_1=5$, 10, 20, 30 Гц.





Рис. 4.25. Изменение изгибающих моментов $\overline{M} = Ml^2 / AEJ$ от безразмерного времени $\tau = c_1 t/a$ в серединном сечении балки с шарнирными концами для четырех глубин заложения *h* и различных значений параметра $\omega = \omega_1(m^{-1})$: $l - \omega_1 = 1/60; 2 - \omega_1 = 1/30; 3 - \omega_1 = 1/15; 4 - \omega_1 = 1/10$

Анализ рис. 4.25 показывает, что на изменение значений моментов по времени существенное влияние оказывают параметры волн, отраженных от свободной границы слоя. Этот эффект увеличивается с ростом глубины заложения трубы. При этом для глубины заложения $h \le 0.5$ м максимальные значения изгибающих моментов отмечаются в момент достижения фронта отраженной от свободной поверхности нижней границы слоя ($\tau=4$), где контактирует трубопровод с упругой средой.

На рис. 4.26 представлены зависимости изгибающих моментов от безрамерного времени для трубопровода с защемленными торцами к неподвижному телу. Видно, что значения моментов с течением времени и ростом глубины заложения монотонно увеличиваются и при h=1.5 м имеют максимальные значения в момент достижения волны нижней границы слоя



Рис. 4.26. Изменение изгибающих моментов $\overline{M} = Ml^2 / AEJ$ от безразмерного времени $\tau = c_1 t/a$ в серединном сечении балки с закрепленными концами для четырех глубин заложения *h* и различных значений параметра $\omega = \omega_1 (\text{M}^{-1})$: $l - \omega_1 = 1/60; 2 - \omega_1 = 1/30; 3 - \omega_1 = 1/15; 4 - \omega_1 = 1/10$

На рис. 4.27 представлены кривые зависимости моментов от времени в серединном сечении балки с шарнирными концами от безразмерного времени без учета времени обтекания волны трубопровода. Сравнивая с графиками, представленными на рис. 4.25, заметим, что учет времени обтекания волной трубопровода приведет к снижению максимальных значений изгибающих моментов.



Рис. 4.27. Изменение изгибающих моментов $\overline{M} = Ml^2 / AEJ$ от безразмерного времени $\tau = c_1 t/a$ в серединном сечении балки с шарнирными концами при отсутствии времени обтекания для двух глубин заложения *h* и различных значений параметра $\omega = \omega_1 (M^{-1})$: $1 - \omega_1 = 1/60$; $2 - \omega_1 = 1/30$; $3 - \omega_1 = 1/15$; $4 - \omega_1 = 1/10$



Рис. 4.28. Изменение изгибающих моментов $\overline{M} = Ml^2 / AEJ$ от безразмерного времени $\tau = c_1 t/a$ в серединном сечении балки с шарнирными концами для $\omega_1 = 1/15 \text{ m}^{-1}$, двух глубин заложения *h* и различных значений параметра $n = va^2 / mc_1^2$: l - n=0; 2 - n=0.01; 3 - n=0.02; 4 - n=0.03

На рис. 4.28 показаны графики зависимостей изгибающих моментов от безразмерного времени для различных значений вязкого параметра $n=va^2/mc_1$. Видно, что наличие в законе взаимодействия вязкого составляющего приводит к росту значений моментов на начальных этапах воздействия волны на трубопровод и с ростом времени происходит затухание амплитуд их колебаний.

4.8. Формирование изгибных волн в подземном протяженном трубопроводе при действии сейсмической волны

Уравнения движения пространственной системы подземных трубопроводов приведены в [110, 120]. Численное исследование методом конечных элементов (МКЭ) по пространственным координатам и методом конечных разностей (МКР) по времени задач сейсмодинамики пространственной системы подземных трубопроводов при действии сейсмических волн на основе записей реальной сейсмограммы приведено в [121]. Анализ процесса формирования продольной волны в трубопроводе, взаимодействующей с грунтом, при действии импульса в виде полуволны синуса приведен в [122], исследование по распространению изгибной волны в стержне – в [123]. Показано, что изгибные волны имеют неограниченную скорость распространения, практически основная доля энергии распространяется с переменной скоростью.

В данной работе рассмотрим процесс формирования изгибной волны в подземном протяженном трубопроводе при действии поперечной сдвиговой формах полуволны синуса волны SH В И синуса В квадрате. распространяющейся со скоростью *с*_g по направлению, параллельно оси трубопровода, при различных условиях на торцах трубопровода. Далее проанализируем процесс выхода на стационарный режим при действии синусоидальной формы. Затем приведем картины волны процесса воздействия реальной сейсмической волны. При рассмотрении только изгибной волны в одной плоскости процесс описывается уравнением изгибных колебаний трубопровода, взаимодействующего с грунтом [110]. Для длинных, по сравнению с диаметром трубопровода, и достаточно гладких волн, действующих на трубопровод, динамические процессы с приемлемой точностью описываются уравнением Бернулли – Эйлера или Тимошенко [123] с дополнительными членами, отвечающими за волновое взаимодействие [124] с грунтом.

В качестве численного метода решения уравнения движения будем использовать МКЭ [99] для дискретизации задачи по длине трубопровода и МКР типа Ньюмарка [1, 91] по времени. Тогда задача сводится к решению системы алгебраических уравнений на каждом шаге по времени, используя значения перемещений и углов поворота поперечных сечений трубопровода на предыдущих двух шагах.

Рассмотрим стальную трубу с характеристиками: внешний диаметр D=0.61 м; толщина s=0.01 м; модуль упругости $E=2.1\cdot10^5$ МПа; коэффициент Пуассона v=0.25; плотность материала $\rho=7800$ кг/м³; длина трубы l=500 м; момент инерции поперечного сечения $J=8.48\cdot10^4$ м⁴. Характеристики грунта взяты из [110, 120]: коэффициент поперечного взаимодействия $\eta_y=200$ кH·c/м²; скорость распространения поперечной волны в грунте $c_g=500$ м/с; время действия импульса T=0.1 с; амплитуда импульса $a_0=0.004$ м.

Во всех расчетах используются уравнения изгибных колебаний типа Тимошенко. На рис. 4.29 – 4.32 приведены результаты расчетов моментов силы и перерезывающих сил в точках 0.5, 19.5 и 199.5 м по времени при действии волны в форме полуволны синуса в квадрате (длина импульса 50 м) на трубопровод, закрепленный к грунту.

Вычисления проводились при длине каждого конечного элемента 1 м с шагом по времени 0.001 с. На левом торце значения момента и перерезы-

вающей силы значительно больше (17.15 и 1.16 раза соответственно), чем на расстоянии 20 м от левого торца, далее форма волны устанавливается и не меняется до достижения правого торца. При достижении волны правого торца трубопровода момент и перерезывающая сила достигают максимума (2000 Нм и 63900 Н соответственно) в этой точке. Влияние торцов на значения момента и перерезывающей силы имеет локальный характер, т.е. на расстоянии 15 – 20 м от левого или правого торца трубопровода влияние процессов на торцах не наблюдается.



Рис. 4.31. Изменение перерезывающей силы в точке *x*=0.5 м по времени, максимальное значение 61000 Н

Рис. 4.32. Изменение перерезывающей силы в точках *x*=19.5 м и *x*=199.5 м по времени, максимальное значение 52500 Н

Увеличение значения коэффициента упругого взаимодействия в 8 раз приводит к следующим изменениям: момент на левом и правом торцах, а также в области сформированной волны 42600, 1500 и 2300 Нм соответственно, перерезывающая сила на левом и правом торцах, а также в области сформированной волны 76300, 77000 и 57500 Н соответственно.

Если торцы трубопровода свободны, тогда наблюдается следующая картина. При k_y =1.0·10⁴ кH/м³ значения момента и перерезывающей силы: на расстоянии 0.5 м от левого и правого торцов трубопровода1600, 4470 Hм и 8500, 9000 H, в области сформированной волны 2080 Hм, 52500 H

соответственно. При $k=8.0\cdot10^4$ кН/м³ значения момента и перерезывающей силы: на расстоянии 0.5 м от левого и правого торцов трубопровода 3300, 7650 Нм и 21500, 22500 Н, в области сформированной волны 2260 Нм, 57600 Н соответственно. Увеличение значения k_y в 8 раз приводит к сильному увеличению перерезывающей силы в области, близкой к торцам трубопровода, и незначительному ее увеличению в области сформированной волны.

Если действующая волна имеет форму полуволны синуса, тогда наблюдается следующая картина. При k_y =8.0·10⁴ кH/м³ значения момента и перерезывающей силы: на расстоянии 0.5 м от левого и правого торцов трубопровода 3170, 8100 Hм и 22500, 25770 H, в области сформированной волны 8160 Hм, 56600 H соответственно. В этом случае отличие от действия волны в форме полуволны синуса в квадрате значительно для момента силы в области сформированной волны. При k_y =1.0·10⁴ кH/м³ значения момента и перерезывающей силы: на расстоянии 0.5 м от левого и правого торцов трубопровода 1290, 4810 Hм и 8212, 10700 H, в области сформированной волны 3250 Hм, 50000 H соответственно. Увеличение значения k_y в 8 раз и в этом случае приводит к сильному увеличению перерезывающей силы в области, близкой к торцам трубопровода, и незначительному ее увеличению в области сформированной волны.

Форма действующей волны, в основном, влияет на форму и значения момента по координате и времени. Изложенные выше явления связаны нестационарностью процесса.

Теперь рассмотрим результаты действия синусоидальной волны. На рис. 4.33 - 4.34 приведены графики изменений момента силы и перерезывающей силы в точке *x*=19.5 м при k_v =1.0·10⁴ кH/м³.



Рис. 4.33. Изменение момента силы в точке x=19.5 м по времени, максимальное значение – 3220 Нм, стационарное максимальное значение – 1100 Нм



Как видно, процесс после первого периода синусоидальной волны выходит на стационарный режим. Максимальные значения момента силы в первом полупериоде равны: 1210 Нм в точке *x*=0.5 м, 3220 Нм в точке *x*=19.5 м, 4810 Нм в точке *x*=499.5 м. Соответственно максимальные перерезывающие силы: 8300, 50300 и 10600 Н. Максимальные значения момента силы в стационарной волне равны: 1300 Нм в точке x=0.5 м, 1100 Нм в точке x=19.5 м, 4190 Нм в точке x=499.5 м. Соответственно максимальные перерезывающие силы: 8300, 56200 и 8500 Н. Увеличение значения k_y в 8 раз и в этом случае приводит к сильному увеличению перерезывающей силы в области, близкой к торцам трубопровода, и незначительному ее увеличению в области сформированной волны.

При закреплении обоих торцов трубопровода к грунту уменьшается только максимальное значение момента силы стационарного режима почти в 3 раза.

Итак, при действии волны в форме импульса или гармонической волны условия на торцах в длинных трубопроводах мало влияют на сформированную волну в трубопроводе. На расстоянии от торца примерно 15 – 20 м волна в трубопроводе сформируется полностью и далее распространяется без изменения. Это указывает на эффект концентрации основной части энергии волн в подземном протяженном сооружении в области действия волны в грунте.

Теперь рассмотрим результаты расчетов при действии на подземный трубопровод сейсмической волны, которая задана оцифрованной записью сейсмограмм по трем направлениям Чилийского землетрясения 27 февраля 2010 г. магнитудой 8.8 (the University of Chile). Пусть сейсмическая волна распространяется в направлении NS со скоростью Релеевской волны cR=cg=500 м/с. На рис. 4.35 – 4.36 приведены графики изменения в промежутке времени 43 – 54 с, где возникают максимальные значения моментов и сил, перерезывающей силы в плоскости *OXY* вблизи торцов и на середине трубопровода, когда его торцы закреплены к грунту (перемещения и повороты такие же как у грунта), при k_y =8.0·104 кH/м³. В плоскости *OXZ* значения перерезывающей силы в 3 раза меньше, чем в плоскости OXY. С целью обеспечения точности вычислений расчеты проводились при шагах по времени 0.001, 0.005, 0.01 с. Сравнение результатов вычислений показало, что вычисления при шаге по времени 0.005 с дают достаточную точность по перерезывающей силе.



Рис. 4.35. Изменение перерезывающей силы в точке *x*=0.5 м в промежутке времени 43 – 54 с, максимальное значение – 224000 Н

Рис. 4.36. Изменение перерезывающей силы в точке *x*=249.5 м в промежутке времени 43 – 54 с, максимальное значение – 172000 Н

Все вычисления и построенные графики выполнены комплексом программ ШАРК-ПТ для исследования сейсмодинамики пространственных систем подземных трубопроводов. Комплекс программ содержит конечные элементы различных моделей подземных трубопроводов, узлов и стыков.

4.9. Распространение возмущений в слоистых и периодических стержнях, а также в трубопроводах с податливыми стыками

При проектировании различных конструкций в качестве элемента конструкции берутся одномерные неоднородные стержни. Неоднородными стержнями могут быть трубопроводы, геофизические канаты-кабели, многослойные композитные стержни, штанга бурового оборудования и пр. Представляют интерес построение математической модели таких стрежневых элементов и исследование распространения волн в них. Этому вопросу в литературе посвящено большое количество публикаций [125 – 128]. Наличие физической и геометрической неоднородностей вызывает дисперсию волны.

Рассмотрим динамические процессы, происходящие в канатах-кабелях. Канаты-кабели имеют неоднородную слоистую структуру (токопроводящая сердцевина, изолятор, естественно закрученные нити стальных проволок). Канат-кабель можно смоделировать в виде слоистого стержня, причем слои между собой связаны безынерционными упругими, вязкими, вязкоупругими или вязкоупругопластическими элементами.

Уравнение движения *i*-го стержня с учетом естественной закрученности [129] имеет вид

$$F_{i}\rho_{i}\frac{\partial^{2}u_{i}}{\partial t^{2}} = \frac{\partial P_{i}}{\partial x} + F_{i}\rho_{i}g + G_{i} - G_{i-1},$$

$$r_{0i}^{2}F_{i}\rho_{i}\frac{\partial^{2}\theta_{i}}{\partial t^{2}} = \frac{\partial M_{i}}{\partial x} + \Omega_{i} - \Omega_{i-1},$$
(4.9.1)

где u_i , θ_i – перемещение и угол поворота в точке x *i*-го стержня; F_i , ρ_i , r_{0i} – площадь поперечного сечения, плотность материала и радиус инерции поперечного сечения *i*-го стержня; G_i , Ω_i – силы взаимодействия между соседними стержнями.

Продольное усилие *P_i* и момент *M_i* в *i*-м стержне связаны с деформациями в виде [129]

$$P_{i}(x,t) = E_{i}F_{i}\left[\left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x} + K_{i}\frac{\partial \theta_{i}}{\partial x}\right) + f_{i}(T)\right],$$

$$M_{i}(x,t) = K_{i}E_{i}F_{i}\left[\frac{\partial u_{i}}{\partial x} + f_{i}(T)\right] + \left(B_{i} + K_{i}^{2}E_{i}F_{i}\right)K_{i}\frac{\partial \theta_{i}}{\partial x}.$$
(4.9.2)

Здесь *E_i* является оператором, а его конкретный вид берется в зависимости от механических свойств материала *i*-го стержня (например, упругий, вязкоуп-

ругий, упруго-пластический и вязкоупругопластический случаи). Функция f(T) определяет деформации стержня за счет температуры T (температура по длине каната-кабеля считается известной), K_i , B_i – коэффициенты, связанные с закрученностью стержня.

Силы взаимодействия примем в следующих видах:

а) $G_0=0$, $\Omega_0=0$ – сердцевина взаимодействует только с внешним слоем;

б)
$$G_n = -2\pi r_n \mu_n \frac{\partial u_n}{\partial t}$$
, $\Omega_n = -2\pi r_n^2 \tilde{\mu}_n \frac{\partial \theta_n}{\partial t}$ – между внешним слоем ка-

ната-кабеля и скважиной имеет место вязкое трение (r_i – внешний радиус *i*-го слоя, μ_n – коэффициент вязкого трения, n – количество слоев);

в) $G_i = 2\pi r_i L_i (u_{i+1} - u_i), \quad \Omega_i = 2\pi r_i^2 \widetilde{L}_i (\theta_{i+1} - \theta_i)$ – силы взаимодействия между соседними стержнями записаны в операторной форме, операторы L_i, τ_i могут принимать конкретные формы для упругого, вязкого, вязкоупругого, упругопластического или вязкоупругопластического случаев.

Сформулируем начальные и граничные условия. В верхнем конце каната-кабеля при x=l(t) принимаем отсутствие проскальзывания по ободу ведущего барабана:

$$\frac{\partial u_i(x,t)}{\partial t}\Big|_{x=l(t)} = v_s, \quad \theta_i(x,t)\Big|_{x=l(t)} = 0, \quad l(t) = -\int_0^t v_s(t)dt + l(0), \quad i = 1, ..., n.$$
(4.9.3)

В нижнем конце каната-кабеля при *x*=0 напишем уравнения движения поднимаемого груза *Q* с учетом внешних воздействий:

$$\begin{bmatrix} \frac{Q}{g} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sum_{i=1}^n P_i \end{bmatrix}_{x=0} = Q + \Phi(t),$$

$$\begin{bmatrix} r^2 \frac{Q}{g} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \sum_{i=1}^n M_i \end{bmatrix}_{x=0} = \Omega_n(0,t),$$

$$u_i \Big|_{x=0} = u, \ \theta_i \Big|_{x=0} = \theta, \quad i = 1,...,n.$$
(4.9.4)

Для определения начальных условий решаем задачу (4.9.1) – (4.9.4) при условии

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial t^2} = 0, \quad i = 1, ..., n.$$

Для численного решения поставленной задачи можно построить конечно-разностные схемы. Но так как область интегрирования изменяется во времени, необходимо строить разностную сетку на каждом шаге по времени, а значения перемещений и поворотов на предыдущих слоях времени можно восстанавливать интерполяционными методами. Когда воздействие является импульсным, нужно исследовать волновой процесс, для чего строится явная конечно-разностная схема. Причем шаг по координате в каждом слое стержня выбирается из условия

$$\Delta x_{v_i} = \sqrt{\frac{E_i}{\rho_i}} \Delta t, \quad \Delta x_{\theta_i} = \sqrt{\frac{B_i + K_i^2 E_i F_i}{F_i \rho_i r_{\theta_i}^2}} \Delta t.$$

Так как в схемах используются значения перемещений и углов поворотов соседних стержней, а также в выражениях для перемещений и углов поворотов встречаются значения обеих переменных, но разностные сетки не совпадают, то нужные значения переменных восстанавливаются интерполированием. Опуская промежуточные выкладки, приведем следующие явные разностные схемы для внутренних точек упругого слоистого стержня с упругими связями без бокового трения:

$$\begin{aligned} & \left(u_{i}\right)_{k}^{j+1} = \left\{\!\!\left(u_{i}\right)_{k+1}^{j} + \left(u_{i}\right)_{k-1}^{j} - \left(u_{i}\right)_{k}^{j-1} + K_{i}\left[\!\left(\overline{\theta_{i}}\right)_{k+1}^{j} - 2\left(\overline{\theta_{i}}\right)_{k}^{j} + \left(\overline{\theta_{i}}\right)_{k-1}^{j}\right] + \right. \\ & \left. + C_{1i}^{2}\Delta t^{2}f_{ix}'(T) + g\Delta t^{2} + \frac{2\pi r_{i}L_{i}\Delta t^{2}}{F_{i}\rho_{i}}\left[\left(\overline{u_{i+1}}\right)_{k}^{j} - \frac{2\left(u_{i}\right)_{k}^{j} + \left(u_{i}\right)_{k}^{j-1}}{4}\right] - \right. \\ & \left. - \frac{2\pi r_{i-1}L_{i-1}\Delta t^{2}}{F_{i}\rho_{i}}\left[\frac{2\left(u_{i}\right)_{k}^{j} + \left(u_{i}\right)_{k}^{j-1}}{4} - \left(\overline{u_{i-1}}\right)_{k}^{j}}\right]\right\} \times \frac{1}{1 + \frac{\pi\Delta t^{2}}{F_{i}\rho_{i}}\left(r_{i}L_{i} + r_{i-1}L_{i-1}\right)}, \end{aligned}$$

$$\begin{split} & \left(\theta_{i}\right)_{m}^{j+1} = \left\{\!\!\left(\theta_{i}\right)_{m+1}^{j} + \left(\theta_{i}\right)_{m-1}^{j} - \left(\theta_{i}\right)_{m}^{j-1} + \\ & + \frac{K_{i}E_{i}}{r_{0i}^{2}\rho_{i}c_{2i}^{2}} \!\left[\left(\overline{u}_{i}\right)_{m+1}^{j} - 2\left(\overline{u}_{i}\right)_{m}^{j} + \left(\overline{u}_{i}\right)_{m-1}^{j} + C_{2i}^{2}\Delta t^{2}f_{ix}'(T)\right]\!+ \\ & + \frac{2\pi r_{i}^{2}\widetilde{L}_{i}\Delta t^{2}}{r_{0i}^{2}F_{i}\rho_{i}} \!\left[\left(\overline{\theta}_{i+1}\right)_{m}^{j} - \frac{2\left(\theta_{i}\right)_{m}^{j} + \left(\theta_{i}\right)_{m}^{j-1}}{4}\right] - \frac{2\pi r_{i-1}^{2}\widetilde{L}_{i-1}\Delta t^{2}}{r_{0i}^{2}F_{i}\rho_{i}} \!\left[\frac{2\left(\theta_{i}\right)_{m}^{j} + \left(\theta_{i}\right)_{m}^{j-1}}{4} - \left(\overline{\theta}_{i-1}\right)_{m}^{j}}\right]\right\} \times \\ & \times \frac{1}{1 + \frac{\pi\Delta t^{2}}{2r_{0i}^{2}F_{i}\rho_{i}}} \left(r_{i}^{2}\widetilde{L}_{i} + r_{i-1}^{2}\widetilde{L}_{i-1}\right), \\ & \left(\overline{u}_{i}\right)_{m}^{j} = \left(u_{i}\right)_{k}^{j} + \frac{x_{\theta_{im}} - x_{u_{ik}}}{\Delta x_{u_{i}}} \left[\left(u_{i}\right)_{k+1}^{j} - \left(u_{i}\right)_{k}^{j}\right], \qquad x_{u_{ik}} \leq x_{\theta_{im}} \leq x_{u_{i(k+1)}}; \\ & \left(\overline{\theta}_{i}\right)_{k}^{j} = \left(\overline{\theta}_{i}\right)_{m}^{j} + \frac{x_{u_{ik}} - x_{\theta_{im}}}{\Delta x_{\theta_{i}}} \left[\left(u_{i}\right)_{m+1}^{j} - \left(\theta_{i}\right)_{m}^{j}\right], \qquad x_{u_{ik}} \leq x_{u_{ik}} \leq x_{u_{i(k+1)}}; \\ & \left(\overline{\theta}_{i\pm1}\right)_{k}^{j} = \left(\overline{u}_{i\pm1}\right)_{m}^{j} + \frac{x_{u_{ik}} - x_{u_{(i\pm1)m}}}{\Delta x_{u_{(i\pm1)}}} \left[\left(u_{i\pm1}\right)_{m+1}^{j} - \left(\theta_{i\pm1}\right)_{m}^{j}\right], \qquad x_{u_{(i\pm1)m}} \leq x_{u_{ik}} \leq x_{u_{(i\pm1)(m+1)}}; \\ & \left(\overline{\theta}_{i\pm1}\right)_{m}^{j} = \left(\theta_{i\pm1}\right)_{k}^{j} + \frac{x_{\theta_{im}} - x_{\theta_{(i\pm1)m}}}{\Delta x_{\theta_{(i\pm1)}}} \left[\left(\theta_{i\pm1}\right)_{k+1}^{j} - \left(\theta_{i\pm1}\right)_{k}^{j}\right], \qquad x_{\theta_{(i\pm1)k}} \leq x_{\theta_{im}} \leq x_{\theta_{(i\pm1)(k+1)}}; \\ & \left(\overline{\theta}_{i\pm1}\right)_{m}^{j} = \left(\theta_{i\pm1}\right)_{k}^{j} + \frac{x_{\theta_{im}} - x_{\theta_{(i\pm1)m}}}{\Delta x_{\theta_{(i\pm1)}}} \left[\left(\theta_{i\pm1}\right)_{k+1}^{j} - \left(\theta_{i\pm1}\right)_{k}^{j}\right], \qquad x_{\theta_{(i\pm1)k}} \leq x_{\theta_{im}} \leq x_{\theta_{(i\pm1)(k+1)}}; \\ & \left(\overline{\theta}_{i\pm1}\right)_{m}^{j} = \left(\theta_{i\pm1}\right)_{k}^{j} + \frac{x_{\theta_{im}} - x_{\theta_{(i\pm1)m}}}{\Delta x_{\theta_{(i\pm1)}}} \left[\left(\theta_{i\pm1}\right)_{k+1}^{j} - \left(\theta_{i\pm1}\right)_{k}^{j}\right], \qquad x_{\theta_{(i\pm1)k}} \leq x_{\theta_{im}} \leq x_{\theta_{(i\pm1)(k+1)}}; \\ & \left(\overline{\theta}_{i\pm1}\right)_{k}^{j} = \left(\overline{\theta}_{i\pm1}\right)_{k}^{j} + \frac{x_{\theta_{im}} - x_{\theta_{(i\pm1)k}}}{\Delta x_{\theta_{(i\pm1)}}} \left[\left(\theta_{i\pm1}\right)_{k+1}^{j} - \left(\theta_{i\pm1}\right)_{k}^{j}\right], \qquad x_{\theta_{i}} \leq x_{\theta_{i}} \leq x_{\theta_{i}} \leq x_{\theta_{i}} \\ & \left(\overline{\theta}_{i\pm1}\right)_{k}^{j} = \left(\overline{\theta}_{i\pm1}\right)_{k}^{j} + \frac{x_{\theta$$

$$c_{1i}^{2} = \frac{E_{i}}{\rho_{i}}, \quad c_{2i}^{2} = \frac{B_{i} + k_{i}^{2} E_{i} F_{i}}{r_{0i}^{2} F_{i} \rho_{i}}, \quad i = 1,...,n;$$

$$L_{0} = 0, \quad \widetilde{L}_{0} = 0, \quad L_{n} = 0, \quad \widetilde{L}_{n} = 0.$$

В практике расчета канатов-кабелей часто внешние воздействия являются плавно изменяющимися функциями, т.е. без резких фронтов, поэтому целесообразнее использовать неявные конечно-разностные схемы. В этом случае разностную сетку для всех слоев слоистого стержня можно взять одинаковую, но изменяющуюся во времени. Для решения получаемой системы линейных алгебраических уравнений используется метод матричной прогонки [130].

Для вычисления качественных картин распространения возмущений проведем асимптотический анализ систем уравнений [130]. Для простоты рассмотрим двухслойную модель каната-кабеля без закручивания и с упругими характеристиками

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_1^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \alpha (v - u),$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = c_2^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta (u - v), \quad 0 \le x \le \infty,$$

$$c_1^2 = \frac{E_i}{\rho_i}, \quad \alpha = \frac{2\pi r_1 G}{\delta F_1 \rho_1}, \quad \beta = \frac{2\pi r_1 G}{\delta F_2 \rho_2},$$
(4.9.5)

где G, δ – модуль сдвига и толщина материала между слоями.

Пусть в сечении *x*=0 полубесконечного слоистого стержня приложена ступенчатая нагрузка

$$P_i(0,t) = F_i \rho_i Q_i H_0(t),$$

где $H_0(t)$ – функция Хевисайда.

Исследуем асимптотику длинно- и коротковолновых возмущений подобно тому, как это проводилось в работах [126, 128].

Применение преобразования Лапласа (значок L, параметр P) и Фурье (значок F, параметр q) к системе уравнений (4.9.5) (u, v продолжаем четно на отрицательные значения x) приводит к системе

$$(c_1^2 q^2 + p^2 + \alpha) u^{LF} - \alpha v^{LF} = 2p^{-1}Q_1,$$

$$(c_2^2 q^2 + p^2 + \beta) v^{LF} - \beta u^{LF} = 2p^{-1}Q_2.$$

Отсюда находим

$$u^{LF} = 2p^{-1}Q_1(c_2^2q^2 + p^2 + \alpha_1 + \beta)A^{-1}(p,q), \quad \alpha_1 = \frac{Q_2\alpha}{Q_1},$$

$$v^{LF} = 2p^{-1}Q_2(c_1^2q^2 + p^2 + \alpha + \beta_1)A^{-1}(p,q), \quad \beta_1 = \frac{Q_1\beta}{Q_2},$$
$$A(p,q) = (c_1^2q^2 + p^2 + \alpha)(c_2^2q^2 + p^2 + \beta) - \alpha\beta,$$

где A(p,q) – дисперсионный оператор системы.

Из уравнения *A*(*icq*,*q*)=0 находим скорость распространения гармонической волны (фазовая скорость)

$$c_{\Phi}^{\pm} = \left\{ \frac{1}{2} \left[c_1^2 + c_2^2 + \frac{\alpha + \beta}{q^2} \pm \sqrt{\left(c_1^2 + c_2^2 + \frac{\alpha + \beta}{q^2} \right)^2 - 4c_1^2 c_2^2 + \frac{\alpha c_2^2 + \beta c_1^2}{q^2}} \right] \right\}^{1/2} . (4.9.6)$$

Групповую скорость волн определяем из соотношения

$$c_{\Gamma}^{\pm} = \frac{d(c_{\Phi}^{\pm}q)}{dq},$$

$$c_{\Gamma}^{\pm} = \frac{1}{2c_{\Phi}^{\pm}} \left\{ c_{1}^{2} + c_{2}^{2} \pm \frac{2\left[(c_{1}^{2} + c_{2}^{2})q^{2} + \alpha + \beta\right](c_{1}^{2} + c_{2}^{2}) - 8c_{1}^{2}c_{2}^{2}q^{2} - 4\left(\alpha c_{2}^{2} + \beta c_{1}^{2}\right)}{\sqrt{\left[(c_{1}^{2} + c_{2}^{2})q^{2} + \alpha + \beta\right]^{2} - 4\left[c_{1}^{2}c_{2}^{2}q^{4} + \left(\alpha c_{2}^{2} + \beta c_{1}^{2}\right)q^{2}\right]}} \right\}.$$

$$(4.9.7)$$

В предельных случаях длинных $(q{\rightarrow}0)$ и коротких $(q{\rightarrow}\infty)$ волн из (4.9.6) и (4.9.7) находим

$$c_{\phi}^{+} = \frac{(\alpha + \beta)^{1/2}}{q}, \qquad c_{\Gamma}^{+} = 0,$$

$$c_{\phi}^{-} = c_{\Gamma}^{-} = \left(\frac{\alpha c_{2}^{2} + \beta c_{1}^{2}}{\alpha + \beta}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{E_{1}F_{1} + E_{2}F_{2}}{\rho_{1}F_{1} + \rho_{2}F_{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \right\} (q \to 0),$$

$$c_{\phi}^{+} = c_{\Gamma}^{+} = c_{1},$$

$$c_{\phi}^{-} = c_{\Gamma}^{-} = c_{2} \right\} (q \to \infty).$$

Обращение *LF*-изображений удается легко только в частном случае, когда $c_1 = c_2$. В этом случае скорости точек стержней имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left[\frac{Q_1\beta + Q_2\alpha}{(\alpha + \beta)c_1} - \frac{(Q_2 - Q_1)\alpha}{(\alpha + \beta)c_1}J_0\left(\sqrt{\frac{\alpha + \beta}{c_1^2}(c_1^2t^2 - x^2)}\right)\right]H_0(c_1t - x),$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \left[\frac{Q_1\beta + Q_2\alpha}{(\alpha + \beta)c_1} - \frac{(Q_1 - Q_2)\beta}{(\alpha + \beta)c_1}J_0\left(\sqrt{\frac{\alpha + \beta}{c_1^2}(c_1^2t^2 - x^2)}\right)\right]H_0(c_1t - x),$$

где $J_0 - ф$ ункция Бесселя.

В малой окрестности $\varepsilon << x$ за передним фронтом $x=c_1t$ воспользуемся разложением бесселевой функции в степенной ряд, в котором оставим первые два члена. В частном случае, когда $Q_2=0$, имеем

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{Q_1}{c_1} \left(1 - \frac{\alpha}{2c_1} t \varepsilon \right),$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{Q_1 \beta}{2c_1^2} t \varepsilon.$$

В общем случае в длинноволновом приближении можно построить асимптотику решения при $t \rightarrow \infty$ обращением *LF*-изображения на луче x=c*t [128, 131]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial v}{\partial t} = \kappa \left[\frac{1}{3} - \int_{0}^{\eta_{1}} A_{i}(\eta) d\eta \right], \\ \eta_{1} &= \left(c_{*}t^{*} - x \right) \left[\frac{(\alpha + \beta)c_{*}}{3(c_{1}^{2} - c_{*}^{2})(c_{2}^{2} - c_{*}^{2})t} \right]^{\frac{1}{3}}, \\ c_{*} &= \left(\frac{E_{1}F_{1} + E_{2}F_{2}}{\rho_{1}F_{1} + \rho_{2}F_{2}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \kappa = \frac{Q_{1}\beta + Q_{2}\alpha}{(\beta + \beta)c_{*}}, \end{aligned}$$

где $A_i(\eta) - \phi$ ункция Эйри.

Итак, приходим к следующим выводам. Со скоростями c_1 и c_2 распространяются коротковолновые возмущения, которые при $q \rightarrow \infty$ движутся без дисперсии. Величина скорости на переднем фронте остается постоянной, с течением времени передний фронт вырождается в узкий пик, ширина которого стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$. Основная часть возмущений движется со скоростью c_* . При малых t за квазифронтом возмущения носят колебательный характер, по мере удаления от квазифронта амплитуда и частота колебаний уменьшаются. При больших t скорости частиц обоих слоев в квазифронте равна $\kappa/3$, за квазифронтом скорости возрастают плавно до значения κ .

На рис. 4.37 – 4.39 приведены изменения скоростей частиц в первом (пунктирная линия) и во втором слоях стержня, когда на левом торце задана скорость в виде функции Хевисайда, а на рис. 4.40 – 4.42 – при заданной скорости в виде полуволны синуса. Эти рисунки построены на основе численных результатов, полученных явной конечно-разностной схемой. Как видно из рис. 4.37 – 4.39, передний фронт волны со временем убывает, что связано с дискретизацией задачи. На рис. 4.40 – 4.42 виден процесс формирования волны, распространяющейся с приведенной скоростью.



Рис. 4.37. Скорости частиц по координате, когда фронт ступенчатой волны достиг 9 см



Рис. 4.38. Скорости частиц по координате, когда фронт ступенчатой волны достиг 19 см



Рис. 4.39. Скорости частиц по координате, когда фронт ступенчатой волны достиг 39 см





Рис. 4.40. Скорости частиц по координате, когда фронт полуволны синуса достиг 11 см





Рис. 4.42. Скорости частиц по координате, когда фронт полуволны синуса достиг 41 см

Теперь проведем качественный анализ распространения волн в периодических стержневых системах. Когда в системе все элементы являются стержнями и они соединены жестко при действии длинной волны (по отношению периода системы), применяется метод построения решения на основе разложения по малому параметру в работах [125, 132, 127]. Когда к однородному стержню присоединены распределенные амортизированные массы или сосредоточенные массы, в работах [126, 128] используется асимптотический анализ решений этих задач.

Проведем асимптотический анализ задачи, когда стержни и стыки являются упругими и конструкция представляет собой периодическую систему из стержней и стыков. Когда длина волны намного больше длины одного стержня системы, по аналогии с работой [132, 110] можно привести формулы для определения усредненных характеристик стержневой системы

$$F_0 = F, F_0 \rho_0 = F\rho, \ c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \ E_0 F_0 = \frac{kEF}{k + \frac{EF}{l}},$$
$$c_0 = \left[\frac{klE}{(EF + kl)\rho}\right]^{\frac{1}{2}},$$

где ρ , E, c – плотность, модуль упругости материала стержня и скорость распространения волны в стержне; F – площадь поперечного сечения стержня; k – жесткость стыка; ρ_0 , E_0 , c_0 – усредненные плотность, модуль упругости, скорость распространения волны.

Усредненную скорость также можно получить на основе асимптотического анализа. Пусть в сечении x=0 бесконечного волновода приложена ступенчатая нагрузка $QH_0(t)$, $H_0(t) - функция Хевисайда. Движение периодиче$ ской системы описывается уравнениями

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = 0, \quad (x \neq x_i), \tag{4.9.8}$$

$$EF \frac{\partial u_{i}}{\partial x}\Big|_{x=x_{i+1}=0} = k(u_{i+1} - u_{i})\Big|_{x=x_{i+1}},$$

$$EF \frac{\partial u_{i}}{\partial x}\Big|_{x=x_{i}=0} = k(u_{i} - u_{i-1})\Big|_{x=x_{i}} - QH_{0}(t)H_{1}(x),$$
(4.9.9)

где x_i – координата *i*-го стыка стержня *i* и *i*+1; $H_1(x)$ – функция Дирака. Начальные условия нулевые.

Преобразованные по Лапласу (с параметром *p*) уравнения (4.9.8) и (4.9.9) записываются так:

$$p^{2}u_{i}^{L} - c^{2}\frac{\partial^{2}u_{i}^{L}}{\partial x^{2}} = 0, \qquad (x \neq x_{i})$$

$$(4.9.10)$$

$$EF \frac{\partial u_{i}^{L}}{\partial x} \bigg|_{x=x_{i+1}=0} = k \Big(u_{i+1}^{L} - u_{i}^{L} \Big)_{x=x_{i+1}},$$

$$EF \frac{\partial u_{i}^{L}}{\partial x} \bigg|_{x=x_{i}=0} = k \Big(u_{i}^{L} - u_{i-1}^{L} \Big)_{x=x_{i}} - p^{-1} Q H_{1}(t).$$
(4.9.11)

Решение для u_i^L в интервале $x_i < x < x_{i+1}$ через $u_i^L \Big|_{x=x_i}$ и $u_i^L \Big|_{x=x_i+1}$ запишется следующим образом:

$$u_{i}^{L} = \frac{u_{i}^{L}\big|_{x=x_{i}+1} sh[pc^{-1}(x-x_{i})] - u_{i}^{L}\big|_{x=x_{i}} sh[pc^{-1}(x-x_{i}-l)]}{sh(pc^{-1}l)}.$$

Отсюда

$$\frac{\partial u_i^L}{\partial x}\Big|_{x=x_{i+1}=0} = \frac{u_i^L\Big|_{x=x_i+1} pch(pc^{-1}l) - u_i^L\Big|_{x=x_i} p}{csh(pc^{-1}l)},$$
$$\frac{\partial u_i^L}{\partial x}\Big|_{x=x_i+0} = \frac{u_i^L\Big|_{x=x_i+1} p - u_i^L\Big|_{x=x_i} pch(pc^{-1}l)}{csh(pc^{-1}l)}.$$

Подставляя в (4.9.11), имеем

$$\begin{split} & \left[EFc^{-1} pcth(pc^{-1}l) + k \right] u_i^L \Big|_{x=x_{i+1}} - ku_{i+1}^L \Big|_{x=x_{i+1}} - \frac{EFp}{csh(pc^{-1}l)} u_i^L \Big|_{x=x_i} = 0. \\ & \left[EFc^{-1} pcth(pc^{-1}l) + k \right] u_i^L \Big|_{x=x_i} - ku_{i-1}^L \Big|_{x=x_i} - \frac{EFp}{csh(pc^{-1}l)} u_i^L \Big|_{x=x_{i+1}} = p^{-1}QH_1(x). \end{split}$$

Применим дискретное преобразование Фурье (F_0) по x_i (с параметром q) и получим

$$\begin{bmatrix} EFc^{-1}pcth(pc^{-1}l) + k \end{bmatrix} e^{iql} u^{LF_0} - \begin{bmatrix} ke^{iql} + \frac{EFc^{-1}p}{sh(pc^{-1}l)} \end{bmatrix} v^{LF_0} = 0,$$
$$\begin{bmatrix} k + \frac{EFc^{-1}p}{sh(pc^{-1}l)} e^{iql} \end{bmatrix} u^{LF_0} - \begin{bmatrix} EFc^{-1}pcth(pc^{-1}l) + k \end{bmatrix} v^{LF_0} = -2Qlp^{-1}.$$

Дисперсионный оператор системы имеет вид

$$D(p,q) = \left[EFc^{-1}pcth(pc^{-1}l) + k \right]^2 e^{iql} - \frac{kEFc^{-1}p}{sh(pc^{-1}l)} \left(1 + e^{i2ql} \right) - k^2 e^{iql} - \left[\frac{EFc^{-1}p}{sh(pc^{-1}l)} \right]^2 e^{iql}.$$

Подставим $p=ic_0q$ и из уравнения $D(ic_0q,q)=0$ при $q\to 0$ получим скорость теоретически бесконечно длинных волн

$$c_{0} = \left[\frac{kE}{\left(\frac{EF}{l}+k\right)\rho}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{l\left(\frac{l}{EF}+\frac{1}{k}\right)^{-1}}{F\rho}\right]^{\frac{1}{2}}$$

В длинноволновом приближении асимптотика решения получается при $t \rightarrow \infty$ обращением *LF*-изображения на луче $x=c_0t$ [128]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa_1 \left[\frac{1}{3} - \int_0^{\eta_1} A_i(\eta) d\eta \right] + \frac{2Q}{\left(kF^2 \rho^2 c_0^2 t\right)^{1/3}} A_i(\eta_1),$$

где $\eta_1 = \frac{2(x-c_0t)}{c_0} \left(\frac{k^2}{F^2\rho^2c_0^2t}\right)^{\frac{1}{3}}, \kappa_1 = \frac{Q}{F\rho c_0}.$

Из этого решения следует, что величина скорости при больших t в квазифронте $x=c_0t$ остается равной $\kappa_1/3$ и поведение решения вблизи квазифронта аналогично поведению решения предыдущей задачи для слоистого стержня.

Приходим к выводу, что асимптотика решений при $t \to \infty$ задач для периодической системы жесткая масса – безынерционный упругий элемент [123], стержня с жестко и упруго периодически присоединенными массами [126], периодической системы стержень – безынерционный упругий элемент и слоистого стержня имеет одинаковый характер.
4.10. Действие волны конечной продолжительности на динамику системы «трубопровод – грунт» при нелинейном законе взаимодействия трубопровода с грунтом

Вопросы реализации на контактной поверхности деформируемого трубопровода с упругой средой линейных законов взаимодействия при действии стационарной волны бесконечной продолжительности рассмотрены в работах [115 – 117]. Изучено влияние отношения скоростей распространения волн в материале трубопровода c'_0 и грунтовой среде c_1 (число $M = c_1/c'_0$), глубины заложения, а также коэффициента жесткости связи при сдвиге трубопровода с частицами грунта на напряженное состояние системы «трубопровод и слой грунтовой среды». Установлено, что жесткость связи трубопровода с частицами грунта оказывает существенное влияние на напряженное состояние системы при M > 1. При этом показано, что уменьшение значения этого коэффициента приводит к росту периода колебаний сечений трубопровода.

Рассмотрим случай обтекания трубопровода бегущей стационарной волной конечной продолжительности, где на поверхности контакта трубопровода с грунтом реализуется нелинейный закон взаимодействия. Уравнение осевого движения частиц грунта w(r, z, t), моделируемого упругой средой, в цилиндрической системе координат (r, z) (ось Oz направлена по оси трубопровода, вдоль которой движется бегущая волна $w_0 = w_0(c_1t - z)$, ось Or - перпендикулярна к ней) записываем в виде [117]

$$\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \qquad (4.10.1)$$

где $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ и $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ – соответственно скорости распространения продольных и поперечных волн в грунте; λ и μ – постоянные Ламе. Сначала рассмотрим случай, когда контактная сила на поверхности трубопровода является линейной функцией относительного смещения сечений трубопровода. Тогда для интегрирования уравнения (4.10.1) принимаются следующие граничные условия:

$$w = w_0(Z)H(Z)$$
 при $r = R$, $\tau = \mu \frac{\partial w}{\partial r} = F(W)$ при $r=a$, (4.10.2)
 $W = w(a, Z) - U(Z)$,

где $Z = c_1t - z$; $w_0(Z)$ – закон перемещения частиц грунта за фронтом плоской волны; H(Z) – единичная функция Хевисайда; a – внешний радиус трубопровода; w(a, Z) – перемещение частиц грунта на поверхности контакта; U(Z) – продольное смещение сечений трубопровода; F(W) – функция, определяющая закон взаимодействия трубопровода с грунтом. Случай линейного закона F(W)=kW рассмотрен в работе [117], где перемещение частиц грунта U(Z) и напряжение сдвига определяются по формулам $\tau(Z)$:

$$w = \beta^{2} [\ln(r/a) \ln(R/a) [w_{0}(Z) - U(Z)] + \beta_{0} w_{0}(Z) + U(Z)],$$

$$\tau = k\beta_{0} \beta^{2} [w_{0}(Z) - U(Z)].$$

Здесь U(Z) удовлетворяет уравнению

$$U'' \pm p^2 U = \pm p^2 w_0(Z) , \qquad (4.10.3)$$

THE $p = p_0 \beta ; \ p_0 = \sqrt{\frac{2\mu}{E' |1 - M^2| (a^2 - b^2) \ln(R/a)}} ; \ \beta = \sqrt{\frac{1}{1 + \beta_0}} ; \ \beta_0 = \mu / ka \ln(R/a) ;$

 $c'_0 = \sqrt{E'/\rho'}$ — скорость распространения продольной волны в трубопроводе (стержне), *E*' и ρ' — модуль Юнга и плотность в материале стержня; *b* — внутренний радиус трубопровода. При $k \rightarrow \infty$ ($\beta_0 \rightarrow 0$) (случай жесткого защемления трубопровода с грунтом) имеем выражение $\beta=1$, которое получено в работе [115]. Рассмотрим случай *M*>1. Выбираем в уравнении (4.10.3) верхний знак и найдем его решение, удовлетворяющее условиям U(0)=U'(0)=0:

$$U = p \int_{0}^{Z} w_{0}(\xi) \sin p(Z - \xi) d\xi . \qquad (4.10.4)$$

Пусть вдоль трубопровода движется бегущая волна, за фронтом которой перемещение грунта определяется по закону

$$w_0 = 0$$
 при $Z_0 \le Z < \infty$, (4.10.5)

$$w_0 = w_0(c_1t - z)$$
 при $0 \le Z \le Z_0$, (4.10.6)

$$w_0 = 0 \quad \text{при} \quad -\infty < Z_0 \le 0. \tag{4.10.7}$$

Здесь Z_0 – длина участка на поверхности контакта трубопровода с грунтом, где частицы грунта перемещаются по закону (4.10.5) – (4.10.7). Учитывая зависимость (4.10.2) при r=a, далее получаем ($\overline{F} = F(W)/k$)

$$\overline{F}(W) + \beta_0 W = \beta_0 (w_0 - U) . \tag{4.10.8}$$

Равенство (4.10.8) устанавливает функциональную связь между неизвестными функциями *W* и *U*, где функция *U*(*Z*) удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 U}{dZ^2} = p^2 \,\overline{F}(W) / \beta_0 \,. \tag{4.10.9}$$

Исключив из равенств (4.10.8) и (4.10.9) функцию U(Z), можно получить одно нелинейное уравнение для определения W(Z). В качестве примера рассмотрим следующий вид функции:

$$\overline{F} = W + k_0 W^3, \tag{4.10.10}$$

где k_0 – коэффициент нелинейности. При положительном и отрицательном знаках коэффициента k_0 зависимость (4.10.10) соответственно определяет законы взаимодействия с жесткими и мягкими характеристиками. Пользуясь равенством (4.10.8), можно составить уравнение первого порядка относительно функции *W*

$$\frac{dW}{dZ} = \frac{\beta_0 (w'_0 - U')}{1 + \beta_0 + 3k_0 W^2},$$

которое совместно с (4.10.9) образует систему нелинейных уравнений для определения функций U(Z) и W(Z).

Перемещение частиц грунта за волной изменяется по закону

$$w_0 = A_0 \sin \omega_n Z$$
,

где $\omega_n = \pi n / Z_0$; n – целое число.

На рис. 4.43 – 4.45 представлены кривые зависимости безразмерного напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / \sigma_0 \ (\sigma_0 = \pi n A_0 E'/Z_0))$ от подвижной координаты Z для n=1 и различных значениях параметров $k_0 (M^{-2})$ и $\omega_1 (M^{-1})$. В расчетах принято: $A_0 = 0.02$ м, p=2, $\beta_9 = 50$, $c_1 = 1000$ м/с. Время действия волны было равно периоду колебания частиц в невозмущенной части грунта. Согласно работе [117], имеем $Z_0 = \pi / \omega_1$. При этом период колебания частиц грунта будет равен $T=2Z_0/c_1$.



Рис. 4.43. Изменение безразмерного напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / \sigma_0$ от координаты Z для $\omega_1 = 1/2$ (Z₀=6.28 м, T=0.0125 с) и двух значений коэффициента нелинейности k_0 (м²)



Рис. 4.44. Изменение безразмерного напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / \sigma_0$ от координаты Z для $\omega_1 = 1/5$ (Z₀=15.7 м, T=0.0314 с) и двух значений коэффициента нелинейности k_0 (м²)



Рис. 4.45. Изменение безразмерного напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / \sigma_0$ от координаты Z для $\omega_1 = 1/15$ (Z₀=47.1 м, T=0.0942 с) и двух значений коэффициента нелинейности k_0 (м²)

Анализ результатов показывает, что на динамику трубопровода параметр нелинейности влияет при действии волн с короткими периодами. В рассматриваемом примере при T>0.1 с коэффициент нелинейности со значением $k_0=5000 \text{ м}^{-2}$ практически не влияет на распределение напряжения по длине трубопровода. При этом при малых значениях периода колебания грунта (T=0.0125 с) наличие нелинейности приводит к росту как частоты, так и амплитуды колебания сечения трубопровода. С ростом периода T нелинейность, в основном, влияет на частотный состав колебания.

Глава 5. Распространение поверхностных и граничных волн в грунтовой среде и ее взаимодействие с подземными сооружениями

5.1. Действие поверхностной волны Рэлея на подземный трубопровод

В работах [133, 134] предложена аналитическая модель описания движения удлиненных подземных трубопроводов при воздействии продольных и поверхностных волн. Рассмотрены механизмы взаимодействия одиночного и системы непрерывно соединенных цилиндрических трубопроводов с поверхностными сейсмическими волнами на примере землетрясений Michoacan (1985) [135, 136]. Рассмотрим действие стационарной поверхностной волны на подземный трубопровод, ось которого параллельной свободной поверхности упругого полупространства (рис. 5.1). Установим начало координат на сводной поверхности в точке O_1 . Направим ось Ox_1 перпендикулярной к фронту распространения волны, ось Oz_1 , перпендикулярная к ней сверху вниз, ось Oy, перпендикулярная к этим осям.



Рис. 5.1. Схема взаимодействия фронта волны Рэлея с подземным трубопроводом

Согласно работе [136], при распространении поверхностной волны, фронт которой перпендикулярен к оси Ox, в упругом полупространстве отличными от нуля будут перемещения вдоль осей Ox_1 и Oz_1 , которые соответственно обозначим через $u(x_1, z_1, t)$ и $w(x_1, z_1, t)$. Используя обозначения, принятые в работе [136], выражения этих перемещений записываем в виде

$$u_{x_1} = -A\xi_R [\exp(-\xi_R z_1 \sqrt{1-qs}) - 0.5(1-s)\exp(-\xi_R z_1 \sqrt{1-s})]\sin\xi_R (c_R t - x_1)$$

$$u_{z_1} = A\xi_R \sqrt{1-qs} \left[\exp(-\xi_R z_1 \sqrt{1-qs}) - 2(2-s)^{-1} \exp(-\xi_R z_1 \sqrt{1-s}) \right] \cos \xi_R (c_R t - x_1),$$

где A – постоянная величина; $q = (c_2/c_1)^2$, $s = (c_R/c_2)^2$, $\xi_R = \omega/c_R = 2\pi/\lambda_R$ – волновое число; λ_R – длина волны Рэлея; c_R – скорость распространения поверхностной волны Рэлея, которая определяется из уравнения

$$(c_R^2/c_2^2-2)^2-4\sqrt{1-c_R^2/c_1^2}\sqrt{1-c_R^2/c_2^2}=0,$$

где $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорости распространения объемных и сдвиговых волн; λ и μ – постоянные Ламе; ρ – плотность среды.

Полагая $u_{0z} = u_{z_1}(0)$, согласно работе [136], получаем

$$A\xi_{R} = \frac{u_{0z}}{[1 - 2(2 - s)^{-1}]\sqrt{1 - qs}}$$

Вводим полярные координаты с центром в точке $O = R \sin \theta$, $y = R \cos \theta$ (рис. 5.1, б) и, полагая $z_1 = R + a \sin \theta$, усредним по внешнему контуру сечения трубопровода (окружности радиуса а) перемещения частиц среды

$$w_0 = 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} u_x d\theta = A_0 \sin \xi_R (c_R t - x_1), \qquad (5.1.1)$$

$$A_0 = -2A\xi_R \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\left[-\sqrt{1-qs}\xi_R(R+a\sin\theta) \right] d\theta - 0.5(1-s) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp\left[-\sqrt{1-s} \right] \xi_R(R+a\sin\theta) d\theta \right].$$

Уравнение движения сечения трубопровода представим в виде [133]

$$ES\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} - \rho S\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -k(w_0 - U) - \eta(\frac{\partial w_0}{\partial t} - \frac{\partial U}{\partial t}), \qquad (5.1.2)$$

где U(x,t) – перемещение сечений трубы; Е и ρ – модуль Юнга и плотность материала трубы; S - площадь поперечного сечения трубы; k и $\eta -$ коэффициенты взаимодействия окружающей среды с трубопроводом, определяемые опытным путем.

Уравнение (5.1.2) в переменной $x=c_Rt-x_1$ с учетом выражения (5.1.1) для перемещения *w*₀ записываем в виде

$$\frac{d^2U}{dx^2} \pm 2n\frac{dU}{dx} \pm p^2 U = \pm 2nA_0\xi_R \cos\xi_R x \pm p^2 A_0 \sin\xi_R x, \qquad (5.1.3)$$

где
$$p = \sqrt{\frac{k}{ES|1-M^2|}}$$
, $2n = \frac{\eta}{ES|1-M^2|}$, $M = c_R/c_0$ – число Маха; $c_0 = \sqrt{E/\rho}$ –

скорость распространения продольных волн в трубопроводе. Верхние знаки принимаются в уравнении (5.1.3) при M > 1, а нижние – при M < 1. M > 1 и M < 1называются соответственно сверхзвуковое и дозвуковое обтекание волной трубопровода. Решение уравнения (5.1.3) при числе Maxa M>1 удовлетворяет условиям U(0)=U'(0)=0, тогда получаем

$$\begin{split} U &= \frac{(k_2C_2 + \xi_RC_1)e^{-k_1x} - (k_1C_2 + \xi_RC_1)e^{-k_2x}}{k_1 - k_2} + C_1 \sin \xi_R x + C_2 \cos \xi_R x \text{ при } n > p, \\ U &= C_1 \sin \xi_R x + C_2 \cos \xi_R x - \frac{e^{-nx}}{\beta} [(C_1\xi_R + nC_2) \sin \beta x + \beta C_2 \cos \beta x], \\ C_1 &= A_0 \frac{p^2(p^2 - \xi_R^2) + 4n^2 \xi_R^2}{(p^2 - \xi_R^2)^2 + 4n^2 \xi_R^2}, C_2 &= -\frac{2n\xi_R^3 A_0}{(p^2 - \xi_R^2)^2 + 4n^2 \xi_R^2}, k_1 = -n + \sqrt{n^2 - p^2}, \\ k_2 &= -n - \sqrt{n^2 - p^2}. \end{split}$$

При M<1 рассмотрим две зоны трубопровода. Решение уравнения (5.1.3) в зоне x<0 обозначим через $U_1(x)$, во второй зоне x>0 – через $U_2(x)$. При этом функция $U_1(x)$ ограничена при $x \to -\infty$ и $U_2(x) \to 0$ при $x \to -\infty$. Кроме того, функции $U_1(x)$ и $U_2(x)$ удовлетворяют условиям непрерывности

$$U_1(0) = U_2(0), U_1'(0) = U_2'(0).$$

Тогда для этих функций получаем следующие выражения:

$$U_{1} = \frac{\xi_{R}D_{1} - s_{0}D_{2}}{s_{0} + k_{0}}e^{-k_{0}x} + D_{1}\sin\xi_{R}x + D_{2}\cos\xi_{R}x,$$

$$U_{2} = \frac{D_{1}\xi_{R} + k_{0}D_{2}}{s_{0} + k_{0}}e^{s_{0}x}, \quad k_{0} = \sqrt{n^{2} + p^{2}} - n, \quad s_{0} = \sqrt{n^{2} + p^{2}} + n,$$

$$D_{1} = A_{0}\frac{p^{2}(p^{2} + \xi_{R}^{2}) + 4n^{2}\xi_{R}^{2}}{(\xi_{r}^{2} + p^{2})^{2} + 4n^{2}\xi_{R}^{2}}, \quad D_{2} = \frac{2n\xi_{r}^{3}}{(\xi_{r}^{2} + p^{2})^{2} + 4n^{2}\xi_{R}^{2}}.$$

На рис.5.2 и 5.3 представлены изменения приведенного напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / Ev_0 \xi_R$ по длине трубопровода для *n*=0.1 различных значений коэффициента Пуассона *v* параметра *p*.





Рис. 5.2. Распределение приведенного напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / EA_0 \xi_R$ по длине трубопровода при *M*=1.5, *n*=0.1 (м⁻¹) и для различных значений коэффициента Пуассона *v* и параметра *p* (м⁻¹): *1* – *p*=0.1; *2* – *p*=0.3; *3* – *p*=0.6; *4* – *p*=1



Рис. 5.3. Распределение приведенного напряжения $\overline{\sigma} = \sigma/E_0 A_0 \xi_R$ по длине трубопровода при *M*=0.5, *n*=0.1 (м⁻¹) и для различных значений коэффициента Пуассона *v* и параметра p (м⁻¹): l - p=0.1; 2 - p=0.5; 3 - p=1; 4 - p=3

Анализ кривых показывает, что наличие вязких свойств в законе взаимодействия трубы с окружающей средой при M>1 приводит к появлению резонансного явления вблизи фронта волны, где с ростом значения параметра pамплитуда колебания также увеличивается. При этом частота колебания напряжения с ростом коэффициента Пуассона уменьшается. При M<1 в колебательном процессе напряжений в сечениях трубопровода резонансные явления отсутствуют.

5.2. Действие распространяющихся с «кажущейся скоростью» стационарных продольных и поверхностных волн на подземный трубопровод

В работах [133, 134] рассмотрены задачи об обтекании заглубленного в цилиндрическом слое грунте трубопровода (стержня) плоской волной, фронт которой перпендикулярен к оси трубопровода. При этом установлено, что характер распределения напряжений вдоль трубопровода существенно зависит от отношения скорости обтекания волны («кажущейся скорости») и скорости распространения продольной волны в материале трубопровода. Установлена возможность возникновения резонансного явления в колебательном процессе, что приводит к параметрическому возбуждению сечений трубопровода. В поведении подземного трубопровода и сети трубопроводов при сейсмических воздействиях не меньшее значение имеет тип распространяющейся сейсмической волны. Для понимания механизма воздействия волн Рэлея на подземный трубопровод в работах [134] предложена аналитическая модель описания движения удлиненных подземных трубопроводов при воздействии поверхностной волны. Показано, что из- за наличия низкой скорости фазы (волнового числа) поверхностных волн характер распределения напряжения в трубопроводе в значительной степени отличается от напряжения в грунтовой среде за фронтом волны. При этом установлена возможность разрушения в местах стыка отдельных частей трубопроводов при достижении напряжения максимального значения. Это обстоятельство требует отдельного рассмотрения вопросов контактного взаимодействия трубопроводов с грунтом при обтекании их поверхностными волнами.

Найдем решение этой задачи в случае обтекания волной длинного трубопровода с «кажущейся скоростью». Установим начало координат на сводной поверхности в точке O (рис. 5.4, a). Направим ось Oz_1 вдоль оси трубопровода, которая образует с фронтом распространяющейся волной угол α , ось Ox перпендикулярна к ней сверху вниз, а ось Oy перпендикулярна к этим осям.



Рис. 5.4. Схема расположения подземного трубопровода в упругом полупространстве, обтекаемого стационарной плоской волной

Уравнение продольного движения частиц грунта $w(r, ct - z_1)$ ($c - \ll wa-$ жущаяся скорость» распространения волны), моделируемого упругой средой, в цилиндрическом слое по направлению оси трубопровода Oz_1 в приближении, принятом в работах [133], имеет вид

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - m^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \qquad (a < r < R, -\infty < z < \infty), \qquad (5.2.1)$$

где
$$z = ct - z_1; m = \sqrt{\frac{c^2 - c_1^2}{c_2^2}}; c_1 = \sqrt{(2\mu + \lambda)/\rho}$$
 и $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорости про-

дольной и поперечной волн в среде; μ , λ и ρ – коэффициенты Ламе и плотность упругой среды; R – глубина заложения трубы (стержня). В дальнейшем считаем $c \ge c_1$. Уравнение (5.2.1) интегрируется при условиях

w = U(z) при r = a, (5.2.2)

$$w = w_0(z)$$
 при $r = R$, (5.2.3)

где $w_0(z)$ – перемещение частиц среды за падающую волну.

Введем новую функцию по формуле

$$u = w(r, z) - \frac{\ln(r/a)}{\ln(R/a)} [w_0(z) - U(z)] + U(z), \qquad (5.2.4)$$

удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - m^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{m^2 \ln \frac{r}{a}}{\ln(R/a)} [w_0'' - U''] + m^2 U''$$
(5.2.5)

и граничным условиям

$$u(R) = 0, u(a) = 0.$$
 (5.2.6)

Полагаем $c=c_1/\sin\alpha$ (0< $\alpha<\pi/2$), где α – угол наклона между фронтом волны и осью трубопровода. Решение краевой задачи (5.2.6) для уравнения (5.2.5) получим методом Фурье

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z) R_n(r), \qquad (5.2.7)$$

где $R_n = J_0(\lambda_n a)N_0(\lambda_n r) - J_0(\lambda_n r)N_0(\lambda_n a)$; λ_n – корни уравнения

$$J_0(\lambda_n a)N_0(\lambda_n R) - J_0(\lambda_n R)N_0(\lambda_n a) = 0.$$

Функции $Z_n(z)$ удовлетворяют уравнениям

$$Z_n'' + \overline{\lambda_n^2} Z_n = w_0'' a_n + U'' b_n, \qquad (5.2.8)$$

где
$$\overline{\lambda_n} = \frac{\lambda_n}{m}, \ a_n = \frac{1}{\|R_n\| \ln \frac{R}{a}} \int_a^R r \ln \frac{r}{a} R_n(r) dr, \ b_n = \frac{1}{\|R_n\|} \int_a^R r [1 - \frac{\ln(r/a)}{\ln(R/a)}] R_n(r) dr,$$

$$\left\|R_{n}\right\| = \int_{a}^{R} r R_{n}^{2}(r) dr$$

Уравнение продольного движения сечений трубопровода (стержня) *U*(*z*) представим в виде

$$(M^{2}-1)\frac{d^{2}U}{dz^{2}} = \frac{2a\mu}{(a^{2}-b^{2})E}\frac{\partial w(a,z)}{\partial r}.$$
 (5.2.9)

Пользуясь решением (5.2.7), уравнение (5.2.9) приведем к виду

$$U'' = \pm p^2 \left[w_0 - U + \ln \frac{R}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n a Z_n(z) R'(\lambda_n a) \right].$$

Учитывая равенство $R'_n(\lambda_n a) = -J_0(\lambda_n a)N_1(\lambda_n a) + J_1(\lambda_n a)N_0(\lambda_n a) = 2/\pi\lambda_n a$, имеем

$$U'' = \pm p^2 \left[w_0(z) - U(z) + 2/\pi \ln \frac{R}{a} \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z) \right].$$
 (5.2.10)

Подставляя выражение U" из (5.2.10) в (5.2.8), получаем

$$Z_n'' = -\overline{\lambda_n^2} Z_n \pm p^2 b_n \left[w_0(z) - U(z) + 2/\pi \ln \frac{R}{a} \sum_{n=1}^{\infty} Z_n \right] + a_n w_0''.$$
 (5.2.11)

Выражения (5.2.8) и (5.2.11) образуют бесконечную систему дифференциальных уравнений второго порядка для определения неизвестных функций $Z_n(z)$ и U(z), которую можно решить методом усечения.

Из системы уравнений (5.2.8) и (5.2.11) можно получить

$$Z_n'' + \overline{\lambda}_n^2 Z_n = a_n w_0'' + b_n U''.$$

Рассмотрим случай M > 1. Учитывая условия $Z_n(0) = 0$, $Z'_n(0) = 0$, имеем

$$Z_{n} = \int_{0}^{z} a_{n} w_{0}''(\xi) \sin \overline{\lambda}_{n}(z-\xi) d\xi + b_{n} \int_{0}^{z} g(z-\xi) U(\xi) d\xi , \qquad (5.2.12)$$

где $g(\zeta) = [(\zeta - \overline{\lambda}_n^{-1} \sin \overline{\lambda}_n \zeta) \sin \overline{\lambda}_n \zeta] / \overline{\lambda}_n^2.$

Подставляя выражения Z_n из (5.2.12) в уравнение (5.2.10), получаем

$$U'' + p^{2}U = p^{2}w_{0} + p^{2}\frac{2}{\pi}\ln\frac{R}{a}\left[\sum_{n=1}^{\infty}a_{n}\int_{0}^{z}w_{o}''(\xi)\sin\overline{\lambda}_{n}(z-\xi)d\xi + \sum_{n=1}^{\infty}b_{n}\int_{0}^{z}g_{n}(z-\xi)U(\xi)d\xi\right].$$
(5.2.13)

Уравнение (5.2.13) является интегродифференциальным уравнением для определения функции *U*(*z*).

Рассмотрим теперь действие стационарной поверхностной волны на подземный трубопровод. Согласно работе [136], при распространении поверхностной волны, фронт которой составляет с осью Oz_1 угол α , в упругом полупространстве отличными от нуля будут перемещения вдоль осей Ox и Oz_1 , которые соответственно обозначим через $u(x, z_1, t)$ и $w(x, z_1, t)$. Используя

обозначения, принятые в работе [136], выражения этих перемещений записываем в виде

$$u = \frac{\Pr}{h^2} \left[e^{-rx_1} - \frac{2f^2}{s^2 + f^2} e^{-sx_1} \right] e^{i(pt - fz_1)}, \quad w = \frac{\Pr}{h^2} \left[e^{-rx_1} - \frac{2sr}{s^2 + f^2} e^{-sx_1} \right] e^{i(pt - fz_1 - \pi/2)}.$$

Здесь $x_1 = x + R$, $h^2 = \frac{P}{c_1^2}$, $\kappa^2 = \frac{P}{c_2^2}$, $r = \sqrt{f^2 - h^2}$, $s = \sqrt{f^2 - \kappa^2}$, где *f* – волновое число; *P* – постоянное, определяющее объемной деформации за фронтом волны; $p/f=c_R$ – скорость распространения поверхностной волны Рэлея, которая определяется из уравнения

$$(c_R^2/c_2^2-2)^2-4\sqrt{1-c_R^2/c_1^2}\sqrt{1-c_R^2/c_2^2}=0.$$

Вводим полярные координаты с центром в точке $O = R \sin\theta$, $y = R \cos\theta$ (рис. 5.4, δ) и, полагая $x_1 = R(1 + \sin\theta)$, усредним по контуру сечения внешнего цилиндрического слоя (окружности радиуса *R*) перемещения частиц среды

$$w_0 = 2 \operatorname{Re} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} w d\theta = A \sin f(c_R t - z_1), \qquad (5.2.14)$$

$$A = \frac{2fP}{h^2} \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp[-Rr(1+\sin\theta)] d\theta - \frac{2sr}{s^2 + f^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp[-Rs(1+\sin\theta)] d\theta \right].$$

Из выражения (5.2.14) заметим, что действующая на трубопровод волна также имеет плоский фронт, распространяющийся со скоростью c_R по гармоническому закону с амплитудой A и волновым числом f, если принять cза «видимую скорость» волны, то следует принять $c=c_R/\sin\beta$, где β – угол наклона фронта поверхностной волны к оси трубопровода. Если далее требовать при действии двух волн число m одинаковым, то между углами α и β имеет место связь $\beta=\arcsin(c_R\sin\alpha/c_1)$.

На рис. 5.5 представлены кривые распределения осевых напряжений в трубопроводе, отнесенных к $S_0 = -A_0 E' \omega_1$ по переменной z для различных значений параметра m. В расчётах принято [133]: R=1.5 м, a=0.3 м, p=1.5 (бетонный трубопровод), $\omega_1=1/15$ м. Анализ кривых показывает, что с ростом параметра m происходят изменения амплитуды колебательного процесса по длине трубопровода, а также частотного состава колебаний. При этом существует значение числа $m=m_k$, при котором могут реализоваться параметрические колебания сечений трубопровода. В табл. 5.1 представлены значения m_k для различных значений числа p.Видно, что с ростом параметра p значение числа m_k сначала быстро падает, далее (p>2) практически остается без изменений.



Рис.5.5. Кривые распределения приведенных напряжений $\vec{\sigma} = \sigma / S_0$ по длине трубопровода для различных значений параметра *m*

Таблица 5.1

	1 050110	includic 51		nosia m n				
<i>р</i> , м ⁻¹	0.9	1.1	1.3	1.5	1.8	2.0	2.2	2.4
m_k	1.592	1.422	1.396	1.202	1.165	1.012	0.954	0.911

Резонансные значения числа $m = m_k$ в зависимости от числа p

Таблица 5.2

Значения угла наклона α (град.) при $m=m_k$ для различных значений коэффициента Пуассона v и числа p

unenta riyaccona v n incha p									
v	0	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45
<i>р</i> =1 м ⁻¹	47	42	40	37	34	30.5	27	22	16
<i>р</i> =1.5 м ⁻	40.4	35	33.5	31	28	25	22	18	12.5
<i>р</i> =2 м ⁻¹	32.5	28.5	26	24	22	19.5	17	13.5	10.5

В табл. 5.1 представлены значения параметра *m*, при котором возникает параметрическое возбуждение, в табл. 5.2 – соответствующие значения угла

наклона α (град.) для различных значений параметра p и коэффициента Пуассона v.



Рис. 5.6. Зависимости коэффициента $\overline{A} = fA/P$ от глубины залегания трубопровода R (м) при различных значениях коэффициента Пуассона грунтовой (упругой) среды

На рис. 5.6 представлены кривые зависимости безразмерного коэффициента $\overline{A} = fA/P$ от глубины залегания трубопровода R для различных значений коэффициента Пуассона v. Видно, что этот коэффициент практически по глубине уменьшается по линейному закону, причем с ростом коэффициента Пуассона v интенсивно падает и наибольшее значение имеет при v=0.



Рис. 5.7. Кривые распределения приведенных напряжений $\vec{\sigma}$ по длине трубопровода для различных значений глубины залегания *R*

На рис.5.7 показаны кривые распределения приведенных напряжений $\vec{\sigma} = \overline{A} \, dU/dz$ по длине трубопровода при различных значениях глубины залегания R(M). В расчетах дополнительно принято: v=0.2, $f=\omega_1=1/15$ M⁻¹, $p_{00} = p\sqrt{\ln(R/a)} = 0.2$, $\beta=25^0$.

Из анализа кривых следует, что распределение напряжения по длине трубопровода имеет периодический характер, причем с ростом глубины заложения наблюдается снижение амплитуды приведенного напряжения и увеличение периода колебания. При этом установлено, что при некоторой глубине залегания трубопровода, далее называемой критической, возможен переход периодического закона изменения напряжения в условиях параметрического возбуждения сечений трубопровода.

В табл. 5.3 представлены значения критической глубины залегания трубопровода $R_k(M)$ для различных данных параметра $p_{00}(M^{-1})$, при котором происходит резонансное явление Видно, что значительный рост критической глубины залегания наблюдается при больших значениях параметра p_{00} .

Таблица 5.3

Зависимость критической глубины залегания трубопровода *R_k* от параметра *p*₀₀

$p_{00},{ m M}^{-1}$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
<i>R</i> _{<i>k</i>} , м	0.372	0.45	0.552	0.705	0.846	1.125	1.275	1.548	1.845	2.214

Из расчетов следует, что при сверхзвуковом обтекании трубопровода распространяющейся продольной волной существует значение числа $m=m_k$, зависящего от угла α и коэффициента Пуассона v контактирующей с трубопроводом грунтовой среды, при котором, в зависимости от характерного волнового числа р сечения трубопровода совершают колебания в режиме резонанса. Резонансное значение параметра *m* сначала с ростом числа *p* интенсивно растет, и далее при $p > 2.5 \text{ м}^{-1}$ практически остается постоянным (см. табл. 5.1). Установлено также, что изменение волнового числа ω_1 практически не влияет на параметры колебательного процесса. Степень воздействия поверхностной волны на трубопровод в значительной степени зависит от угла наклона фронта волны к оси трубопровода и глубины залегания его в грунтовой среде. С ростом глубины залегания амплитуда уменьшается, а период увеличивается. В случае M>1 и расчетного значения угла наклона $\beta=25^{\circ}$ для каждого значения волнового числа p_{00} может существовать критическая глубина залегания трубопровода, при которой сечения трубопровода по переменной $z=z_1 - v_0 t$ совершают колебания в резонансном режиме.

5.3. Действие граничных волн Стоунли на длинный подземный трубопровод

Пусть плоская упругая (продольная или поперечная) волна падает на границу из верхнего полупространства. Волновые уравнения (продольных и поперечных волн) для верхнего и нижнего полупространств записываются в виде

$$\Delta \varphi + k^2 \varphi = 0, \quad \Delta \psi + \kappa^2 \psi = 0, \quad (5.3.1)$$

$$\Delta \varphi_1 + k_1^2 \varphi_1 = 0, \quad \Delta \psi_1 + \kappa_1^2 \psi_1 = 0,$$

где φ , ψ – соответственно потенциалы продольных и поперечных волн для сред верхнего полупространства; φ_1 , ψ_1 – аналогичные потенциалы для среды нижнего полупространства;

$$k = \frac{\omega}{a}, \ \kappa = \frac{\omega}{b}, \ k_1 = \frac{\omega}{a_1}, \ \kappa_1 = \frac{\omega}{b_1} \ a = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}, \ a_1 = \sqrt{(\lambda_1 + 2\mu_1/\rho_1)}, \ b = \sqrt{\mu/\rho}, \ b_1 = \sqrt{\mu_1/\rho_1};$$

 $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \ \xi - \text{горизонтальная компонента волнового числа; } \omega - \text{частота;} \\ \lambda, \mu, \lambda_1, \mu_1 - \text{коэффициенты Ламе для сред соответственно верхнего и нижнего полупространств; } \rho и \rho_1 - их плотности. Ось$ *Ох*направлена вдоль границы контакта полупространств; Ось*Оz*– перпендикулярно к плоскости контакта.

Решения уравнений (5.3.1) без учета фактора $\exp i(\xi x - \omega t)$ представим в виде [136]

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi' e^{i\alpha z} + \varphi'' e^{-i\alpha z}, \qquad z > 0, \\ \psi &= \psi' e^{i\beta z} + \psi'' e^{-i\beta z}, \end{aligned}$$
 (5.3.2)

$$\varphi_{1} = \varphi_{1}'' e^{-i\alpha_{1}z},$$

$$\psi_{1} = \psi_{1}'' e^{-i\beta_{1}z},$$
(5.3.3)

Здесь $\alpha = \sqrt{k_1^2 - \xi^2}$, $\beta = \sqrt{\kappa_1^2 - \xi^2}$, $\alpha_1 = \sqrt{k_2^2 - \xi^2}$, $\beta_1 = \sqrt{\kappa_2^2 - \xi^2}$,

где φ'', ψ'' и $\varphi', \psi' -$ соответственно постоянные для падающих и отраженных волн верхнего полупространства; $\varphi_1'', \psi_1'', -$ для проходящих волн для нижнего полупространства Для определения постоянных $\varphi', \psi', \varphi'', \psi''$ используем условия непрерывности на границе полупространства:

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zz}^{(1)}, \ \sigma_{yz} = \sigma_{yz}^{(1)}, \ u_x = u_x^{(1)}, \ u_z = u_z^{(1)},$$
(5.3.4)

$$\sigma_{zz} = \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \sigma_{zz}^{(1)} = \lambda_1 \left(\frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial z} \right) + 2\mu_1 \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

$$\sigma_{yz} = \mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right), \quad \sigma_{yz}^{(1)} = \mu_1 \left(\frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial x} \right),$$
(5.3.5)

где u_x , u_z , $u_x^{(1)}$ и $u_z^{(1)}$ – горизонтальные и вертикальные перемещения соответственно для верхнего и нижнего полупространств, которые выражаются через потенциалы по формулам

$$u_{x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad u_{z} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad u_{x}^{(1)} = \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial x} - \frac{\partial \psi_{1}}{\partial z}, \quad u_{z}^{(1)} = \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial z} + \frac{\partial \psi_{1}}{\partial x}.$$
(5.3.6)

Граничные условия (5.3.4) с учетом (5.3.5) и (5.3.6) относительно потенциалов записываются в виде [136]:

$$\mu[\beta(\psi' - \psi'') - p(\varphi' + \varphi'')] = -\mu_1(\beta_1\psi_1'' + p_1\varphi_1''),$$

$$\mu[\alpha(\varphi' - \varphi'') - p(\psi' + \psi'')] = \mu_1(-\alpha_1\varphi_1'' + p_1\psi''),$$

$$\beta(\psi' - \psi'') - \xi(\varphi' + \varphi'') = -\beta_1\psi_1'' - \xi\varphi_1''',$$

$$\alpha(\varphi' - \varphi'') + \xi(\psi' + \psi'') = -\alpha_1\varphi_1'' + \xi\psi_1''',$$
(5.3.7)

где $p = (2\xi^2 - \kappa^2)/2\xi$, $p_1 = (2\xi^2 - \kappa_1^2)/2\xi$.

Уравнения (5.3.7) приводятся к виду [136]:

$$\frac{\kappa_{1}^{2}}{2\xi^{2}}(\varphi'+\varphi'') = A_{1}\varphi_{1}''+B_{1}\psi_{1}'',
\frac{\kappa_{1}^{2}}{2\xi^{2}}(\varphi'-\varphi'') = A_{2}\varphi_{1}''+B_{2}\psi_{1}'',
\frac{\kappa_{1}^{2}}{2\xi^{2}}(\varphi'-\varphi'') = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{\alpha_{1}B_{1}}{\beta_{1}}\varphi_{1}''-A_{2}\psi_{1}''\right),
\frac{\kappa_{1}^{2}}{2\xi^{2}}(\varphi'+\psi'') = \frac{-\alpha_{1}B_{1}}{\beta_{1}}\varphi_{1}''+A_{1}\psi_{1}'',
A_{1} = (n^{2}-mp_{1})/\xi, \quad A_{2} = (n^{2}p-mp_{1})/\beta,
B_{1} = (n^{2}-m)\beta_{1}/\xi, \quad B_{2} = \beta_{1}(n^{2}p/\xi-m)/\beta,$$
(5.3.8)
 $m = \rho_{1}/\rho, \quad n = b/b_{1}.$

Рассмотрим несколько случаев падения продольных и поперечных волн на границе полупространств.

1. На границу падает продольная волна, т.е. полагаем $\psi''=0$. Тогда $V_{ll} = \varphi''/\varphi'$ будет коэффициентом отражения продольной волны, $V_{lt} = \psi'/\varphi'' -$ коэффициентом трансформации продольной волны в поперечную при отражении, $W_{ll} = \varphi_1''/\varphi'' -$ коэффициентом прозрачности для продольной волны, $W_{lt} = \psi_1''/\varphi'' -$ коэффициентом трансформации продольной волны в поперечную волны в поперечний системы (5.3.7):

$$\Delta \cdot W_{ll} = A_1^2 - \beta A_2^2 / \alpha + (\alpha_1 / \beta_1) (B_1^2 - \beta B_2^2 / \alpha) + m(\beta_1 / \beta - \alpha_1 / \alpha) (\kappa_1^4 / 4\xi^4),$$

где $\Delta = A_1^2 + \beta A_2^2 / \alpha + (\alpha_1 / \beta_1) (B_1^2 + \beta B_2^2 / \alpha) + m(\alpha_1 / \alpha + \beta_1 / \beta) (\kappa_1^4 / 4\xi^4),$ (5.3.9)

$$\frac{-\Delta}{2}V_{lt} = A_1A_2 + (\alpha_1/\beta_1)B_1B_2, \Delta \cdot W_{ll} = (\kappa_1^2/\xi^2)(A_1 - B_1), \Delta \cdot W_{lt} = (\kappa_1^2/\xi^2)(A_2 + \alpha_1B_1/\beta_1)$$

2. Если на границу падает поперечная волна, то следует полагать $\varphi''=0$, $\psi'/\psi''=V_{tt}$, $\varphi'/\psi''=V_{tt}$, $\psi'_1/\psi''=W_{tt}$, $\varphi''_1/\psi''=W_{tt}$.

При этом коэффициенты вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{split} \Delta \cdot V_{tt} &= (\alpha_{1}/\beta_{1}) (B_{1}^{2} - \beta B_{2}^{2}/\alpha) + A_{1}^{2} - \beta A_{2}^{2}/\alpha + m(\alpha_{1}/\alpha - \beta_{1}/\beta) (\kappa_{1}^{4}/4\xi^{4}), \\ \Delta \cdot V_{tl} &= -(2\beta/\alpha) V_{tt}, \\ \Delta \cdot W_{tt} &= (\kappa_{1}^{2}/\xi^{2}) (A_{1} - \alpha_{1}\beta B_{2}/\alpha\beta_{1}), \\ \Delta \cdot W_{tt} &= -(\kappa_{1}^{2}/\xi^{2}) (\beta A_{2}/\alpha + B_{1}). \end{split}$$

По определению поверхностные волны Стоунли на границе двух упругих сред при падении продольной волны могут существовать на границе при отсутствии падающей волны, следовательно, систему потенциалов получим из (5.3.8), где полагается $\varphi'' = \varphi'_1 = \psi''_1 = \psi'' = 0$. Таким образом, потенциалы отраженных и проходящих волн представляются в виде

$$\varphi = \varphi' \exp(i\alpha z), \ \varphi_1 = \varphi_1'' \exp(-i\alpha_1 z), \ \psi = \psi' \exp(i\beta z), \ \psi_1 = \psi_1'' \exp(-i\alpha_1 z).$$

При этом потенциалы $\varphi', \varphi''_1, \psi', \psi''_1$, согласно (5.3.8), удовлетворяют однородной системе уравнений. При отсутствии нулевого решения определитель этой системы $\Delta = \Delta(\xi)$ обращается в нуль, действительный корень которого определяет величину горизонтального волнового числа $\xi = \xi_c$. Амплитуды отраженных и прошедших волн будут отличны от нуля при нулевой амплитуде падающей волны. Для вещественной ξ_c , при которой α , β – положительные мнимые, α_1 и β_1 – отрицательные мнимые величины, такое решение и будет соответствовать поверхностной волне. О существовании такого решения впервые было указано Стоунли [136]. При выполнении вышеуказанных условий потенциалы $\varphi', \psi', \psi''_1$ выражаются через потенциал φ''_1 по формулам

$$\begin{split} \varphi' &= 2(A_{\rm I}\varphi_{\rm I}'' - i\overline{B}_{\rm I}\psi_{\rm I}'')/s , \ \psi' = 2(-i\overline{\alpha}_{\rm I}\varphi_{\rm I}'\overline{B}_{\rm I} + A_{\rm I}\psi_{\rm I}'', \ \psi_{\rm I}'' = -i\frac{\overline{\alpha}\overline{\beta}_{\rm I}A_{\rm I} - \overline{\beta}\overline{\alpha}_{\rm I}B_{\rm 2}}{\overline{\beta}_{\rm I}(\overline{\beta}\overline{A}_{\rm 2} + \overline{B}_{\rm I})} \,. \end{split}$$
Здесь $A_{\rm I} = [2n^2 - m(2-s)]/2 \,. \ A_{\rm 2} = -i\overline{A}_{\rm 2} \,, \ B_{\rm I} = i\overline{B}_{\rm 1} \,, \ B_{\rm 2} = -\frac{\overline{\beta}_{\rm I} \left[n^2(2-r_bs)-2m\right]}{2\overline{\beta}} \,,$

$$\overline{A}_{\rm 2} = \frac{n^2(2-r_bs)-m(2-s)}{2\overline{\beta}} \,, \ \overline{B}_{\rm I} = (n^2 = m)\overline{\beta}_{\rm I} \,, \ \overline{\alpha} = \sqrt{1-rs} \,, \\ \overline{\beta} = \sqrt{1-sr_b} \,\,\overline{\beta}_{\rm I} = \sqrt{1-s} \,, \ \overline{\alpha}_{\rm I} = \sqrt{1-qs} \,, \\ \Gamma \not\equiv e \,\, r_b = (b_{\rm I}/b)^2 \,; \ s -$$
корни уравнения

$$4A_1^2 - \overline{\beta} \cdot \overline{A}_2^2 / \overline{\alpha} - \overline{\alpha}_1 (\overline{B}_1^2 + \overline{\beta} B_2^2 / \overline{\alpha}) / \overline{\beta}_1 - ms^2 (\overline{\alpha}_1 / \overline{\alpha} + \overline{\beta}_1 / \overline{\beta}) = 0$$

Перемещения частиц упругой среды для нижнего полупространства с учетом фактора $\exp i(\xi x - \omega t)$ определяются по формулам ($\xi_c = \omega/v_c$)

$$u_{z}^{(1)} = \varphi_{1}''\xi_{C}[\overline{\alpha}_{1}\exp(\xi_{C}z\overline{\alpha}_{1}) + C(s)\exp(\xi_{C}z\overline{\beta}_{1})]\exp(\xi_{c}z - \omega t),$$

$$u_{x}^{(1)} = \varphi_{1}''\xi_{C}[\exp(\xi_{C}z\overline{\alpha}_{1}) + C(s)\overline{\beta}_{1}\exp(\xi_{C}z\overline{\beta}_{1})]\exp(\xi_{C}z - \omega t + \pi/2),$$

где $\xi_{C} = \kappa_{1} / \sqrt{s} = 2\pi / \lambda_{C}, \ \lambda_{c}$ – длина волны Стоунли.

Величину φ_1'' определяем из условия $u_z^{(1)} = u_0 \sin(\xi_C x - \omega t)$ при z = 0, которое дает

$$\varphi_1'' = \frac{u_0}{\xi_C[C(s) + \overline{\alpha}_1(s)]}.$$

Выделяя вещественную часть последних формул, находим компоненты смещения среды для нижнего полупространства

$$u_{z}^{(1)} = U_{z}(z)\sin(\xi_{C}x - \omega t),$$
$$u_{x}^{(1)} = U_{x}(z)\cos(\xi_{C}z - \omega t + \pi/2),$$
$$rge \ U_{z} = \frac{u_{0}}{C(s) + \overline{\alpha}_{1}(s)} \Big[\overline{\alpha}_{1}\exp(\xi_{C}z\overline{\alpha}_{1}) + C(s)\exp(\xi_{C}z\overline{\beta}_{1})\Big];$$
$$U_{x} = \frac{u_{0}}{C(s) + \overline{\alpha}_{1}} \Big[\exp(\xi_{C}z\overline{\alpha}_{1}) + C(s)\overline{\beta}_{1}\exp(\xi_{C}z\overline{\beta}_{1})\Big].$$

На рис. 5.8 представлены кривые зависимостей перемещений U_z/u_0 и U_x/u_0 от переменной *z* для различных значений длины волны λ_c . В расчетах принято *v*=0.2, *v*₁=0.3,

c=1500 м/с, $c_1=800$ м/с, $\rho=2500$ кг/м³, $\rho_1=2000$ кг/м³.

Из анализа представленных кривых следует, что с ростом длины волны Стоунли темп падения амплитуд перемещений частиц среды U_x и U_z падает. Это указывает на возможность более существенного влияния длинных волн на поведение подземных конструкций.



Рис. 5.8. Зависимости перемещений U_z/u_0 и U_x/u_0 от глубины *z* для различных значений длины волны λ_c , м: $1 - \lambda_c = 50$; $2 - \lambda_c = 75$; $3 - \lambda_c = 100$; $4 - \lambda_c = 150$

Вводим полярные координаты $z=R+a\sin\theta$ и $y=a\cos\theta$. На рис. 5.9 представлены кривые изменения компонентов перемещения частиц грунта на поверхности трубопровода по переменной θ .



Рис.5.9. Распределение компоненты перемещений частиц грунта по контуру сечения трубопровода для различных значений длины волны Стоунли λ_c , м: $1 - \lambda_c = 50; 2 - \lambda_c = 75; 3 - \lambda_c = 100; 4 - \lambda_c = 150$

Оценим влияние длины волн Стоунли на напряженное состояние сечений длинного трубопровода по методу, изложенному в пункте 5.2. Перемещение частиц грунта за скользящим фронтом по границе контакта двух сред определяем по формуле

$$w_0 = 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} u_x d\theta = A_0 \sin \xi_R (c_R t - x_1), \qquad (5.3.10)$$

$$A_0 = A \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp[-\overline{\alpha}_1 (R + a\sin\theta)] d\theta + C(s) \overline{\beta}_1 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp[\overline{\beta}_1 \xi_R (R + a\sin\theta)] d\theta \right].$$

Здесь $A = \frac{u_0}{C(s) + \overline{\alpha_1}}$.

На рис. 5.10 представлены кривые изменения параметра A_0/u_0 от длины волны Стоунли для двух значений коэффициента Пуассона v_1 .



Рис. 5.10. Зависимости параметра *A*₀/*u*₀ от длины волны для двух значений коэффициента при *v*=0.2 и двух значениях *v*₁

Из анализа кривых, представленных на рис. 5.10, следует, что рост коэффициента Пуассона в нижней среде, а это относится к более податливой среде, приводит к снижению (в 1.5 – 2 раза) величины, осредненной по контуру сечения трубопровода перемещения частиц грунта.

5.4. Разновидности представления уравнения динамики протяженных подземных трубопроводов и их конечноразностные аппроксимации

Уравнения динамики протяженных подземных трубопроводов представим в форме

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \frac{\pi D}{F} \eta_x (v - v_g) - \frac{\pi D}{F} k_x (u - u_g),$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = E \frac{\partial v}{\partial x}$$
(5.4.1)

с начальными условиями

$$u\Big|_{t=0} = 0 \, \mathrm{i} v \Big|_{t=0} = 0,$$

а граничные условия приведем позже, где E, ρ – модуль упругости и плотность материала трубопровода; σ , v, u – осевые напряжение, скорость и перемещение частиц по оси трубопровода; v_g , u_g – скорость и перемещение частиц грунта по оси трубопровода; D, F – диаметр и площадь поперечного сечения трубопровода; k_x , η_x – коэффициенты упругого и вязкого взаимодействия поверхности трубопровода с грунтом.

Разобьем трубопровод длиной *l* на отрезки размером Δx на *m* частей $l=m\cdot\Delta x$. По переменной *t* определим шаг по времени $\Delta t=\Delta x/c$, являющийся предельным условием устойчивости Куранта для явной конечно-разностной схемы. Здесь $c = \sqrt{E/\rho}$ – скорость распространения волны в трубопроводе.

Введем следующие обозначения: $k_u = \frac{\pi D}{F} k_x$; $k_v = \frac{\pi D}{F} \eta_x$.

Дискретные значения напряжения возьмем на концах отрезков Δx , а скорости частиц – в середине отрезков Δx . По времени дискретные значения напряжения возьмем в середине шага, а скорости частиц – на каждом шаге по времени.

Представим уравнения (5.4.1) их конечно-разностной аппроксимацией первого порядка точности по Δx и Δt :

$$\rho \frac{v_{i+1/2}^{j+1} - v_{i+1/2}^{j}}{\Delta t} = \frac{\sigma_{i+1}^{j+1/2} - \sigma_{i}^{j+1/2}}{\Delta x} - k_{v} \left(\frac{v_{i+1/2}^{j+1} + v_{i+1/2}^{j}}{2} - \frac{v_{g_{i+1/2}}^{j+1} + v_{g_{i+1/2}}^{j}}{2} \right) - k_{u} \left(\frac{u_{i+1/2}^{j+1} + u_{i+1/2}^{j}}{2} - \frac{u_{g_{i+1/2}}^{j+1} + u_{g_{i+1/2}}^{j}}{2} \right); \qquad (5.4.2)$$

$$\frac{\sigma_{i+1}^{j+1/2} - \sigma_{i}^{j-1/2}}{\Delta t} = E \frac{v_{i+1/2}^{j} - v_{i-1/2}^{j}}{\Delta x};$$

$$u_{i+1/2}^{j+1} = u_{i+1/2}^{j} + \Delta t \ v_{i+1/2}^{j+1},$$

где нижний индекс соответствует координате, а верхний – времени.

Тогда из (5.4.2) определяем

$$\sigma_{i}^{j+1/2} = \sigma_{i}^{j-1/2} + c\rho \left(v_{i+1/2}^{j} - v_{i-1/2}^{j} \right);$$

$$v_{i+1/2}^{j+1} = \left[\frac{1}{c\rho} \left(\sigma_{i+1}^{j+1/2} - \sigma_{i}^{j+1/2} \right) + \left(1 - \frac{k_{v}\Delta t}{2\rho} \right) v_{i+1/2}^{j} + \frac{k_{v}\Delta t}{2\rho} \left(v_{g_{i+1/2}}^{j+1} + v_{g_{i+1/2}}^{j} \right) - \frac{k_{u}\Delta t}{2\rho} \left(2u_{i+1/2}^{j} - u_{g_{i+1/2}}^{j+1} - u_{g_{i+1/2}}^{j} \right) \right] \times \frac{1}{1 + \frac{k_{v}\Delta t}{2\rho} + \frac{k_{u}(\Delta t)^{2}}{2\rho}};$$

$$u_{i+1/2}^{j+1} = u_{i-1/2}^{j} + \Delta t \, v_{i+1/2}^{j+1}.$$
(5.4.3)

Дополнительным условием устойчивости разностной схемы (5.4.2) является следующее условие:

$$\frac{k_v \Delta t}{2\rho} << 1$$

Теперь рассмотрим различные виды граничных условий:

1. Торцы трубопровода жестко закреплены:

$$u\Big|_{x=0} = 0; \quad u\Big|_{x=l} = 0,$$
 (5.4.4)

тогда $v|_{x=0} = 0; v|_{x=l} = 0,$

в разностной схеме $v_{0+1/2}^{j+1} = 0; \quad v_{m+1/2}^{j+1} = 0.$

2. Торцы трубопровода движутся вместе с грунтом, т.е. перемещения торцов трубопровода равны перемещениям частиц грунта в этих точках:

$$u\Big|_{x=0} = u_g\Big|_{x=0}; \ u\Big|_{x=l} = u_g\Big|_{x=l},$$
 (5.4.5)

тогда $v\Big|_{x=0} = v_g\Big|_{x=0}; v\Big|_{x=l} = v_g\Big|_{x=l};$

в разностной форме $v_{0+1/2}^{j+1} = v_g^{j+1}_{0+1/2}; \quad v_{m+1/2}^{j+1} = v_g^{j+1}_{m+1/2}.$

3. Торцы трубопровода вязкоупруго закреплены к неподвижному жест-кому объекту:

$$F\sigma|_{x=0} = k_1 u|_{x=0} + k_2 v|_{x=0};$$
(5.4.6)

$$F\sigma|_{x=l} = -k_3 u|_{x=l} - k_4 v|_{x=l};$$
(5.4.7)

в разностной форме

$$\sigma_{0}^{j+1/2} = \frac{k_{1}}{F} u_{0+1/2}^{j} + \frac{k_{2}}{F} v_{0+1/2}^{j};$$

$$\sigma_{m}^{j+1/2} = \frac{-k_{3}}{F} u_{m-1/2}^{j} - \frac{k_{4}}{F} v_{m-1/2}^{j}.$$

4. Торцы трубопровода вязкоупруго закреплены с грунтом:

$$F\sigma|_{x=0} = k_1 (u - u_g)|_{x=0} + k_2 (v - v_g)|_{x=0};$$
(5.4.8)

$$F\sigma|_{x=l} = k_3 (u_g - u)|_{x=l} + k_4 (v_g - v)|_{x=l};$$
(5.4.9)

в разностной форме

$$\sigma_{0}^{j+1/2} = \frac{k_{1}}{F} \left(u_{0+1/2}^{j} - u_{g 0+1/2}^{j} \right) + \frac{k_{2}}{F} \left(v_{0+1/2}^{j} - v_{g 0+1/2}^{j} \right);$$

$$\sigma_{m}^{j+1/2} = \frac{k_{3}}{F} \left(u_{g m-1/2}^{j} - u_{m-1/2}^{j} \right) + \frac{k_{4}}{F} \left(v_{g m-1/2}^{j} - v_{m-1/2}^{j} \right).$$

Таким образом, на каждом шаге по времени можем вычислять напряжения и скорости частиц в дискретных точках по длине трубопровода.

Если в точке m+1/2 расположена дополнительно точечная масс M, тогда в этой точке используется разностная схема

$$\begin{split} & \left(F\rho\Delta x+M\right)\frac{v_{i+1/2}^{j+1}-v_{i+1/2}^{j}}{\Delta t} = F\left(\sigma_{i+1}^{j+1/2}-\sigma_{i}^{j+1/2}\right) - \left(F\Delta xk_{v}+k_{mv}\right)\times \\ & \times \left(\frac{v_{i+1/2}^{j+1}+v_{i+1/2}^{j}}{2}-\frac{v_{g_{i+1/2}}^{j+1}+v_{g_{i+1/2}}^{j}}{2}\right) - \left(F\Delta xk_{u}+k_{mu}\right)\left(\frac{u_{i+1/2}^{j+1}+u_{i+1/2}^{j}}{2}-\frac{u_{g_{i+1/2}}^{j+1}+u_{g_{i+1/2}}^{j}}{2}\right); \\ v_{i+1/2}^{j+1} = \left\{F\Delta t\left(\sigma_{i+1}^{j+1/2}-\sigma_{i}^{j+1/2}\right) + \left[Fc(\Delta t)^{2}k_{v}+\Delta tk_{mv}\right]\frac{v_{g_{i+1/2}}^{j+1}+v_{g_{i+1/2}}^{j}}{2} - \left[Fc(\Delta t)^{2}k_{u}+\Delta tk_{mu}\right]\times \\ & \times \left(u_{i+1/2}^{j}-\frac{u_{g_{i+1/2}}^{j+1}+u_{g_{i+1/2}}^{j}}{2}\right)\left[Fc\rho\Delta t+M-Fc(\Delta t)^{2}k_{v}-\Delta tk_{mv}\right]v_{i+1/2}^{j}\right)\times \\ & \times \frac{1}{Fc\rho\Delta t+M+\frac{Fc(\Delta t)^{2}k_{v}+\Delta tk_{mv}}{2}+\frac{Fc(\Delta t)^{2}k_{u}+\Delta tk_{mu}}{2}}, \end{split}$$

где k_{mv} , k_{mu} – коэффициенты вязкого и упругого взаимодействия поверхности массы M с грунтом.

Уравнение динамики протяженных подземных трубопроводов в перемещениях имеет вид

$$F\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = FE \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \pi Dk_x \left(u_g - u \right) + \pi D\eta_x \left(\frac{\partial u_g}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$
(5.4.10)

с начальными условиями $u\Big|_{t=0} = 0$ и $\frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0$.

Уравнение (5.4.10) аппроксимируем конечно-разностной схемой второго порядка точности по Δx и Δt

$$F\rho \frac{u_i^{j+1} - 2u_i^j + u_i^{j-1}}{(\Delta t)^2} = FE \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j}{(\Delta x)^2} + \pi Dk_x \left(\frac{u_{g_i}^{j+1} + 2u_{g_i}^j + u_{g_i}^{j-1}}{4} - \frac{u_i^{j+1} + 2u_i^j + u_i^{j-1}}{4}\right) + \pi D\eta_x \left(\frac{u_{g_i}^{j+1} + 2u_{g_i}^j - u_{g_i}^{j+1} + u_i^{j-1}}{2\Delta t}\right),$$

отсюда находим при $\Delta x = c \Delta t$

$$u_{i}^{j+1} = \frac{u_{i+1}^{j} + u_{i-1}^{j} - u_{i}^{j-1} + \frac{\pi D k_{x} (\Delta t)^{2}}{4F\rho} \left(u_{g_{i}}^{j+1} + 2u_{g_{i}}^{j} + u_{g_{i}}^{j-1} - 2u_{i}^{j} - u_{i}^{j-1} \right) + \frac{\pi D \eta_{x} \Delta t}{2F\rho} \left(u_{g_{i}}^{j+1} - u_{g_{i}}^{j-1} + u_{i}^{j-1} \right)}{1 + \frac{\pi D k_{x} (\Delta t)^{2}}{4F\rho} + \frac{\pi D \eta_{x} \Delta t}{2F\rho}}$$

Если граничные условия на торцах трубопровода заданы в перемещениях, тогда на торцевых точках перемещения вычисляются по заданной функции.

Если левый торец свободен от напряжений, тогда для получения разностной схемы в этой точке разлагаем u_{i+1}^{j} в ряд Тейлора и отбрасываем члены выше второго порядка точности

$$u_1^j = u_0^j + \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0}^j \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\Big|_0^j (\Delta x)^2.$$
 (5.4.11)

Так как $\sigma_0^j = 0$, то $\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0}^j = 0$, а в (5.4.11) вместо $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\Big|_0^j$ подставим из

уравнения (5.4.10)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\pi D k_x}{EF} \left(u_g - u \right) - \frac{\pi D \eta_x}{EF} \left(\frac{\partial u_g}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \right),$$

и получим

$$2\frac{u_{1}^{j}-u_{0}^{j}}{(\Delta x)^{2}} = \frac{\rho}{E}\frac{u_{0}^{j+1}-2u_{0}^{j}+u_{0}^{j-1}}{(\Delta t)^{2}} - \frac{\pi Dk_{x}}{EF}\left(\frac{u_{g_{0}}^{j+1}+2u_{g_{0}}^{j}+u_{g_{0}}^{j-1}}{4} - \frac{u_{0}^{j+1}+2u_{0}^{j}+u_{0}^{j-1}}{4}\right) - \frac{\pi D\eta_{x}}{EF}\left(\frac{u_{g_{0}}^{j+1}-u_{g_{0}}^{j-1}}{2\Delta t} - \frac{u_{0}^{j+1}-u_{0}^{j-1}}{2\Delta t}\right).$$

Отсюда находим u_0^{j+1}

$$u_{0}^{j+1} = \frac{2u_{1}^{j} - u_{0}^{j-1} + \frac{\pi Dk_{x}(\Delta t)^{2}}{4F\rho} \left(u_{g_{0}}^{j+1} + 2u_{g_{0}}^{j} + u_{g_{0}}^{j-1} - 2u_{0}^{j} - u_{0}^{j-1}\right) - \frac{\pi D\eta_{x}\Delta t}{2F\rho} \left(u_{g_{0}}^{j+1} - u_{g_{0}}^{j-1} + u_{0}^{j-1}\right)}{1 + \frac{\pi Dk_{x}(\Delta t)^{2}}{4F\rho} + \frac{\pi D\eta_{x}\Delta t}{2F\rho}}$$

Таким же образом получим разностную схему для правого торца, свободного от напряжения

$$u_{m}^{j+1} = \frac{2u_{m-1}^{j} - u_{m}^{j-1} + \frac{\pi Dk_{x}(\Delta t)^{2}}{4F\rho} \left(u_{g_{m}}^{j+1} + 2u_{g_{m}}^{j} + u_{g_{m}}^{j-1} - 2u_{m}^{j} - u_{m}^{j-1}\right) - \frac{\pi D\eta_{x}\Delta t}{2F\rho} \left(u_{g_{m}}^{j+1} - u_{g_{m}}^{j-1} + u_{m}^{j-1}\right)}{1 + \frac{\pi Dk_{x}(\Delta t)^{2}}{4F\rho} + \frac{\pi D\eta_{x}\Delta t}{2F\rho}}$$

Так как начальные условия нулевые на нулевом и первом шагах по времени, перемещения нужно взять равными нулю, а внешнее воздействие задавать с третьего шага по времени. В этом случае нет необходимости строить разностную схему для вычисления перемещения на первом шаге по времени.

Если на торцах трубопровода заданы условия вязкоупругого взаимодействия с грунтом, тогда в разложении (5.4.11) вместо $\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0}$ подставим следующее:

$$\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0} = \frac{1}{EF} \left[k_1 \left(u - u_g \right) \Big|_{x=0} + k_2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u_g}{\partial t} \right) \Big|_{x=0} \right].$$

После подстановок и аппроксимации по времени получим

$$\begin{split} u_{0}^{j+1} = & \left\{ 2u_{1}^{j} - u_{0}^{j-1} + \frac{\Delta t}{4Fc\rho} \left[k_{1} \left(2u_{0}^{j} + u_{0}^{j-1} - u_{g_{0}}^{j+1} - 2u_{g_{0}}^{j} - u_{g_{0}}^{j-1} \right) + \frac{2k_{2}}{\Delta t} \left(-u_{0}^{j-1} - u_{g_{0}}^{j+1} + u_{g_{0}}^{j-1} \right) \right] + \\ & + \frac{\pi Dk_{x} \left(\Delta t \right)^{2}}{4F\rho} \left(u_{g_{0}}^{j+1} + 2u_{g_{0}}^{j} + u_{g_{0}}^{j-1} - 2u_{0}^{j} - u_{0}^{j-1} \right) + \frac{\pi D\eta_{x} \Delta t}{2F\rho} \left(u_{g_{0}}^{j+1} - u_{g_{0}}^{j-1} + u_{0}^{j-1} \right) \right\} \times \\ & \times \frac{1}{1 + \frac{\pi Dk_{x} \left(\Delta t \right)^{2}}{4F\rho} + \frac{\pi D\eta_{x} \Delta t}{2F\rho} + \frac{k_{1} \Delta t}{4Fc\rho} + \frac{k_{2}}{2Fc\rho}}. \end{split}$$

Таким же образом для правого торца

$$\begin{split} u_{m}^{j+1} = & \left\{ 2u_{m-1}^{j} - u_{m}^{j-1} - \frac{\Delta t}{4Fc\rho} \bigg[k_{1} \Big(2u_{m}^{j} + u_{m}^{j-1} - u_{g_{m}}^{j+1} - 2u_{g_{m}}^{j} - u_{g_{m}}^{j-1} \Big) + \frac{2k_{2}}{\Delta t} \Big(-u_{m}^{j-1} - u_{g_{m}}^{j+1} + u_{g_{m}}^{j-1} \Big) \bigg] + \\ & + \frac{\pi Dk_{x} (\Delta t)^{2}}{4F\rho} \Big(u_{g_{m}}^{j+1} + 2u_{g_{m}}^{j} + u_{g_{m}}^{j-1} - 2u_{m}^{j} - u_{m}^{j-1} \Big) + \frac{\pi D\eta_{x} \Delta t}{2F\rho} \Big(u_{g_{m}}^{j+1} - u_{g_{m}}^{j-1} + u_{m}^{j-1} \Big) \bigg\} \times \\ & \times \frac{1}{1 + \frac{\pi Dk_{x} (\Delta t)^{2}}{4F\rho} + \frac{\pi D\eta_{x} \Delta t}{2F\rho} + \frac{k_{1} \Delta t}{4Fc\rho} + \frac{k_{2}}{2Fc\rho}}. \end{split}$$

Итак, шаг за шагом можем вычислять перемещения в дискретных точках, а затем по ним – скорость частиц, деформацию и напряжение.

При этом скорость частиц, деформация и напряжение вычисляются с первым порядком точности. Чтобы повысить точность вычислений, необходимо написать уравнение движения подземного трубопровода в деформациях или в скоростях частиц. Для этого уравнения (5.4.10) необходимо продифференцировать по x или по t, тогда вид уравнения не изменится, а вместо u будет стоять ε и вместо u_g будет ε_g или вместо u будет v и вместо u_g будет v_g . Здесь ε_g и v_g – заданные функции координаты и времени. Тогда подобным образом можно построить явную конечно-разностную схему для вычисления деформации и скорости частиц с вторым порядком точности.

5.5. Численное исследование формирования продольной волны деформации в подземном магистральном трубопроводе

В работе представлен анализ динамического отклика подземной магистральной трубы при действии волны в грунте. Предполагается, что упругая труба имеет конечную длину и рассматривается упругая модель взаимодействия системы «труба – грунт», уравнение движения которой приведено в [110, 137]. Тщательные численные вычисления выполняются для предотвращения нежелательных колебаний вблизи разрыва (фронт волны деформации) [138, 139].

Продольную волну в грунте, параллельную трубе, представим в виде

$$u_{0} = \begin{cases} A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{C_{p}} \right), \text{ если } t > \frac{x}{C_{p}}, \\ 0, \text{ если } t \le \frac{x}{C_{p}}, \end{cases}$$
(5.5.1)

где A – амплитуда движения грунта; ω – частота колебаний сейсмической волны, определяемая по формуле: $\omega = 2\pi/T$; C_p – «кажущаяся скорость» распространения волны (далее будем это использовать под названием «скорость распространения волны в грунте»). «Кажущаяся скорость» распространения

волны в грунте может быть большей за счёт угла падения волны к оси трубопровода или за счёт податливых стыков трубопровода.

Если ограничения на обоих концах трубы таковы, что предотвращают все относительные смещения между конструкцией на концах трубопровода (колодцах, насосных станциях или резких поворотах подземных труб) и трубой (зафиксированные концы), то примем, что эти концы закреплены к грунту, и получим

$$u(0,t) = A\sin\omega t, \quad \text{для } \mathbf{x} = 0, t > 0,$$
$$u(L,t) = \begin{cases} A\sin\omega \left(t - \frac{L}{C_p}\right), \text{ если } t > \frac{L}{C_p}, \\ 0, \qquad \text{ если } t \le \frac{L}{C_p}. \end{cases}$$
(5.5.2)

Начальные условия нулевые

$$u\Big|_{t=0} = 0, \ \dot{u}\Big|_{t=0} = 0.$$
 (5.5.3)

Характеристики стальной трубы: модуль упругости $E = 2.1 \cdot 10^{11}$ H/м², внешний диаметр D_E =0.6 м, толщина *s*=0.0095 м, масса на единицу длины *m*=141.1 кг/м.

Характеристики грунта: коэффициент взаимодействия $k_x=10^7$ H/м³, скорость распространения волны $C_p=500$ м/с, период гармонической волны T=0.2 с, амплитуда волны A=0.11 м.

Волна в грунте представлена в виде синуса, тогда скорость частиц грунта в волне будет меняться по косинусу. Поэтому на фронте волны перемещение грунта равно нулю, а скорость частиц имеет скачок. Реальные записи сильных землетрясений перемещения, скорости и ускорения частиц грунта на фронте волны не имеют разрыва [1]. Это является недостатком представления волны в грунте в виде синуса. Для получения результатов ближе к достоверности было бы разумно пользоваться реальными записями землетрясений. Однако имеется ряд исследований по воздействию стационарных волн на подземный трубопровод. В связи с этим рассмотрим влияние нестационарности процессов и выход к стационарному режиму.

Скорость распространения волны в стальном трубопроводе примем равной 5120 м/с, а в грунте эта скорость зависит от его типа. Допустим, волна в грунте движется со скоростью 500 м/с. На рис. 5.11 показано изменение деформации в магистральном трубопроводе длиной 500 м, когда его оба торца закреплены к грунту. Здесь приблизительно на расстоянии 400 м от левого торца виден разрыв деформации, а за фронтом волны заметно «колебание» деформации, вызванное взаимодействием волны в трубопроводе с грунтом. Затухание величины разрыва деформации на фронте волны связано с дискретизацией задачи. Так как скорость распространения волны в трубопроводе больше скорости распространения волны в грунте, то грунт, до прихода волны в грунте в рассматриваемой точке, пытается остановить движение сечений трубопровода. Непосредственно за фронтом волны в трубопроводе грунт сопротивляется так, что деформация на определенном расстоянии за фронтом меняет знак и постепенно, по мере удаления от фронта волны, колебания деформации затухают. Вместе с тем волна в грунте действует через боковую поверхность трубопровода и возбуждает волну в трубопроводе.



Рис. 5.11. Изменение деформации по координате (оба торца магистрального трубопровода закреплены к грунту): *1* – волна в грунте; *2* – волна в трубопроводе

На рис. 5.12 можем наблюдать выход к стационарному режиму на расстоянии от 0 до 400 м, а на рис. 5.13 это происходит на расстоянии от 0 до 250 м.



Рис. 5.12. Изменение деформации по координате (оба торца магистрального трубопровода закреплены к грунту): *1* – волна в грунте; *2* – волна в трубопроводе



Рис. 5.13. Изменение деформации по координате (оба торца магистрального трубопровода закреплены к грунту): *1* – волна в грунте; *2* – волна в трубопроводе

На рис. 5.14 сравнены деформации в трубопроводе при разных скоростях волны в грунте.



Рис. 5.14. Изменение деформации по координате (оба торца магистрального трубопровода закреплены к грунту)

На рис. 5.15 показан случай, когда скорость распространения волны в грунте больше скорости распространения волны в трубопроводе. В этом случае грунт инициирует движение сечений трубопровода до прихода разрывного фронта волны в трубопроводе на расстоянии 694м. На этом участке опять же происходит изменение деформации за счёт взаимодействия сечений трубопровода и грунта.



Рис. 5.15. Изменение деформации по координате:

1 – волна в трубопроводе с закрепленными к грунту концами; 2 – волна в грунте;
 3 – волна в трубопроводе со свободными концами



Рис. 5.16. Изменение деформации по координате: *1* – волна в трубопроводе с закрепленными концами; *2* – волна в трубопроводе со свободными концами

На рис. 5.16 сравнены случаи возникновения волны деформации при закреплении левого торца трубопровода к грунту и при свободном от напряжения. При закрепленном торце от действия волны в грунте на торец трубопровода возникает волна с разрывным фронтом, а при свободном торце от напряжения формируется волна от действия только по боковой поверхности трубопровода и разрывной фронт волны не возникает.



Рис. 5.17. Изменение деформации по координате магистрального трубопровода длиной 1000 м (оба торца магистрального трубопровода закреплены к грунту): *I* – волна в трубопроводе при $k_x=10^7$ H/м³; *2* – волна в грунте; *3* – волна в трубопроводе при $k_x=3\cdot10^7$ H/м³

На рис. 5.17 показано влияние значения коэффициента k_x на нестационарную волну деформации. Как и следовало ожидать, чем больше k_x , тем больше деформация трубопровода на участке распространения волны в грунте, а на участке за передним фронтом волны в трубопроводе, наоборот, величина деформации сравнительно больше при меньшем значении k_x .



Рис. 5.18. Изменение деформации по координате магистрального трубопровода длиной 1000 м (оба торца магистрального трубопровода закреплены к грунту): *1* – волна в трубопроводе при *k*_x=10⁷ H/м³; *2* – волна в грунте; *3* – волна в трубопроводе при *k*_x=3·10⁷ H/м³

На рис. 5.18 показано изменение деформации для двух разных значений k_x , когда скорость распространения волны в грунте больше скорости распространения волны в трубопроводе. Всплеск на расстоянии 694 м связан с разрывным фронтом волны деформации в трубе. Так как за фронтом волны в грунте сечения трубопровода приводятся в движение за счет действия волны в грунте, значение k_x влияет только на картину волн, при этом на максимальное значение почти не влияет. Максимальное значение модуля деформации может достигать значения чуть более чем двух раз по сравнению с максимальной деформацией грунта.

Итак, полученные результаты показывают и подтверждают выводы, сформулированные в работе [110] для случая исследования стационарной задачи.

5.6. Действие волны синусоидальной формы на протяженный подземный трубопровод, контактирующий с грунтом по вязкоупругому закону

Исследование динамических процессов в подземных сооружениях, происходящих вследствие воздействия на них сейсмических волн, можно проводить с использованием гипотез, уравнений и методов механики деформируемого твердого тела. На подземное сооружение, расположенное вблизи от поверхности земли и на определенном расстоянии от эпицентра землетрясения, воздействует волна Рэлея, которая приводит в движение приповерхностный слой земли с экспоненциальным затуханием амплитуды волны по глубине и слабым затуханием её с расстоянием от эпицентра землетрясения. На современном этапе развития вычислительных методов и при наличии мощных компьютеров имеется возможность решения задач в трехмерной постановке в ограниченном пространстве и с условиями на границах расчетной области неотражения волн. Однако сейсмические волны имеют сложный характер, они не стационарны, отличаются спектром частот и максимальными амплитудами колебаний, а также длительностью воздействия (от десятков секунд до нескольких минут). Получение результатов решения и их анализ на основе нескольких реальных или искусственных записей землетрясений требует огромных ресурсов. Поэтому, исходя из определенных предположений, уместных для рассматриваемых случаев, целесообразно упрощать размерность задачи и методы их решения. Подземные трубопроводы и тоннели метрополитена имеют характерные размеры, в удлиненном направлении их размер намного превышает размеры в поперечном направлении. С другой стороны, характерные длины отдельных периодов колебаний сейсмических волн от землетрясений, несущих основную часть энергии, намного превышают поперечные размеры сооружения. В этом случае есть основание принять, что поперечное сечение сооружения мгновенно охватывается внешним воздействием в рассматриваемый момент времени, и тогда сооружение в поперечном сечении испытывает деформации от внешнего воздействия без учета относительного ускорения. Это даёт возможность перейти к одномерной математической модели сооружения.

В исследованиях продольных колебаний трубопровода [110] внешнюю среду заменяют безынерционным вязкоупругим элементом, а коэффициенты взаимодействия определяют из лабораторных экспериментов. Уравнение

движения трубопровода для продольных колебаний по модели упругого стержня имеет вид [110, 140]

$$m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - EF\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \pi D\left[k_x(u-u_0) + \eta_x\left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial u_0}{\partial t}\right)\right] = 0,$$

где u – осевое перемещение трубы; m – масса на единицу длины; E – модуль Юнга материала трубы; $F=\pi/4(D^2 - (D - s)^2)$ – площадь поперечного сечения трубы (s и D – толщина и внешний диаметр трубы соответственно); u_0 – перемещение грунта по оси трубы; k_x – коэффициент упругого взаимодействия в системе «труба – грунт», который зависит от свойств грунта, способа укладки, давления, в том числе динамического, грунта на трубопровод [110]; η_x – коэффициент вязкого взаимодействия в системе «труба – грунт». В этом уравнении имеется член, характеризующий упругое взаимодействие, и член, описывающий волновой обмен энергией между трубопроводом и внешней средой.

Рассмотрим задачу, когда границы свободны от напряжений, а начальные условия нулевые. В качестве внешнего воздействия возьмем распространение продольной волны в грунте со скоростью c_g , перемещение $u_0(t - x/c_g)$ имеет вид полуволны синуса. Уравнение в частных производных имеет гиперболический тип и описывает распространение волн, а также продольные колебательные процессы трубопровода. Процессы распространения волн называют переходными, так как эти процессы в телах ограниченных размеров по истечении короткого времени превращаются в колебательные движения. На примерах рассмотрим, для каких соотношений длины трубопровода и длины импульса имеет смысл рассматривать волновые процессы, когда явно можно выделять отдельные волны или достаточно исследовать колебательные движения.

Рассмотрим стальную трубу с характеристиками: D=0.61м; s=0.01м; $c_T=5000$ м/с – скорость распространения волны; L=1000м – длина трубы; $\rho=7800$ кг/м³. Характеристики грунта взяты из [110, 140–142]: $k_x = 1.0 \cdot 10^4$ кH/м³; $\eta_x = 100$ кH·c/м²; $c_g = 1000$ м/с; T=0.1 с – время действия импульса; A=0.004 м – амплитуда импульса.

Задачи решались явным методом конечных разностей с предельным условием устойчивости Куранта $\Delta x = c_T \Delta t$, чтобы обеспечить достаточную точность поля деформации вблизи фронтов волн [139]. Перед аппроксимацией конечными разностями уравнение движения преобразовывается в уравнение в скоростях и деформациях. Вычисления проводились с шагом Δt =0.0001 с. На рис. 5.19 приведен график изменения деформации по длине трубопровода.

Сформированная волна деформации в трубопроводе в случае упругого взаимодействия трубопровода с грунтом имеет симметричную форму и до достижения правого торца трубопровода она сохраняет свою форму. В момент времени *t*=0.2с возмущение, возникшее вблизи от левого торца трубопровода, достигает правого его торца, но по сравнению с максимальной амплитудой волны деформации в грунте амплитуды деформации вне основной сформированной волны очень малы.



Рис. 5.19. Деформации грунта и трубопровода в момент времени t=0.2с при наличии вязкости взаимодействия

При учете вязкости взаимодействия длина волны деформации увеличивается, при этом возмущение на участке перед разрывным фронтом волны деформации в грунте имеет меньшую длину, а за задним фронтом – большую длину (рис. 5.20). Так же сформированная волна сохраняет свою форму. Если из-за граничных условий в трубопроводе возникают разрывы деформации, тогда учет вязкости взаимодействия приводит к их быстрому затуханию.

Теперь рассмотрим вязкоупругое взаимодействие трубопровода длиной 50м, другие исходные данные, как в предыдущем примере.



Рис. 5.20. Перемещения грунта и точки *x*=12.5 м трубопровода по времени при наличии вязкости взаимодействия

По истечении 0.1 с времени импульс полностью охватывает трубопровод, а после времени *t*=0.15 с воздействие импульса завершается, перемещение трубопровода постепенно убывает и далее колеблется с затухающей амплитудой (см. рис. 5.20).

Рассмотрим этот же пример при синусоидальном воздействии.



Рис. 5.21. Перемещения грунта и точки *x*=12.5 м трубопровода по времени при наличии вязкости взаимодействия

На рис. 5.21 видно, как вовлекается в движение трубопровод при действии волны синусоидальной формы, точки трубопровода с некоторым запозданием и меньшей амплитудой повторяют движение грунта. Только в начале процесса можно заметить приход волны, затем движение точек трубопровода носит колебательный характер. Рассмотренные выше примеры показывают, что оценку деформации (напряжения) уместно проводить решением стационарных задач [110, 117].

В случае использования неявной конечно-разностной схемы на соотношение шагов по координате и времени ограничение не ставится, но для обеспечения точности вычислений необходимо требовать выполнение условия $\Delta t \leq T_0/20$, где T_0 – период составляющей сейсмической волны, имеющей достаточное влияние на напряженно-деформированное состояние подземной конструкции. Оптимальное значение Δt определяется проведением вычислительного эксперимента, в процессе которого сравниваются результаты вычислений для разных значений Δt [143]. Решение задачи о действии импульса на трубопровод показало, что при Δt =0.01с результаты явного и неявного методов совпадают с большой точностью, когда в трубопроводе не возникают разрывные фронты волны деформации.

На рис. 5.22 показано изменение перемещения по времени от воздействия сейсмической волны, распространяющейся в грунте, которая задана оцифрованной записью компоненты NS сейсмограммы Чилийского землетрясения 27 февраля 2010 г. магнитудой 8.8 (the University of Chile). Максимальные ускорение, скорость и перемещение составляют соответственно 916.625 см/с², 34.253 см/с, 3.445 см.



Рис. 5.22. Перемещения грунта в точке *x*=0 м и трубопровода в точке *x*=250 м по времени от 0 до 40 с при наличии вязкости взаимодействия

Максимальное перемещение середины трубопровода, полученное вычислениями, составило 3.406 см. Перемещение поперечного сечения трубопровода повторяет движение грунта с незначительным изменением, так как заданная сейсмическая волна является длинноволновой и успевает вовлечь в движение частиц трубопровода.

Максимальная (пиковая) деформация $\varepsilon_{пик}=3.0\cdot10^{-4}$, возникающая в момент времени 11с от начала процесса, очень быстро уменьшается, а деформация в пределах $\varepsilon_{max}=1.5\cdot10^{-4}-2.0\cdot10^{-4}$ наблюдается в большом количестве (рис. 5.23), которая, возможно, может привести к усталостному разрушению стального трубопровода. Уменьшение коэффициента упругого взаимодействия в два раза привело к $\varepsilon_{пик}=2.82 \cdot 10^{-4}$ и $\varepsilon_{max}=1.3 \cdot 10^{-4} - 1.8 \cdot 10^{-4}$. С увеличением этого коэффициента в 4 раза, т.е. при $k_x=4.0 \cdot 10^4$ кH/м³, получаем $\varepsilon_{пик}=3.29 \cdot 10^{-4}$ и $\varepsilon_{max}=2.0 \cdot 10^{-4} - 2.18 \cdot 10^{-4}$. Уменьшение скорости распространения волны в грунте в два раза при $k_x=1.0 \cdot 10^4$ кH/м³ привело к следующим результатам: $\varepsilon_{пик}=4.96 \cdot 10^{-4}$ и $\varepsilon_{max}=3.0 \cdot 10^{-4} - 3.3 \cdot 10^{-4}$.



Рис. 5.23. Деформация трубопровода в точке *x*=250 м по времени от 0 до 22 с при наличии вязкости взаимодействия

Далее рассмотрим стационарную задачу о действии поверхностной волны Рэлея на подземный трубопровод. В работе [117] исследованы связанные стационарные движения и колебания системы грунт – трубопровод при распространении продольной сейсмической волны вдоль трубопровода. Установлено, что максимальное напряжение в трубопроводе существенно зависит от отношения скорости распространения сейсмической волны к скорости продольной волны в теле трубопровода, названного числом Маха, характера взаимодействия трубопровода и окружающей его среды. В работе [135] рассмотрены механизмы взаимодействия одиночного и системы непрерывно соединенных цилиндрических трубопроводов с поверхностными сейсмическими волнами на примере землетрясений Michoacan (1985 г.). В данной работе рассматривается действие стационарной поверхностной волны на подземный трубопровод, ось которого параллельна свободной поверхности упругого полупространства. Согласно работе [136], при распространении поверхностной волны, фронт которой перпендикулярен к оси Ох, в упругом полупространстве отличными от нуля будут перемещения вдоль осей Ox_1 и Oz_1 , которые соответственно обозначим через $u(x_1,z_1,t)$ и $w(x_1,z_1,t)$. Используя обозначения,

принятые в работе [136], выражения этих перемещений записываем в виде

$$u_{x_1} = -A\xi_R [\exp(-\xi_R z_1 \sqrt{1-qs}) - 0.5(1-s)\exp(-\xi_R z_1 \sqrt{1-s})]\sin\xi_R (c_R t - x_1), (5.6.1)$$

$$u_{z_1} = A\xi_R \sqrt{1-qs} [\exp(-\xi_R z_1 \sqrt{1-qs}) - 2(2-s)^{-1} \exp(-\xi_R z_1 \sqrt{1-s})] \cos\xi_R (c_R t - x_1), \quad (5.6.2)$$

где *А* – постоянная величина; $q=(c_2/c_1)^2=(1-2\nu)/2(1+\nu)$; ν – коэффициент Пуассона; $s=(c_R/c_2)^2$, $\xi_R=\omega/c_R=2\pi/\lambda_R$ – волновое число; λ_R – длина волны Рэлея; c_R – скорость распространения поверхностной волны Рэлея, где $c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорости распространения объемных и сдвиговых волн; λ и μ –

постоянные Ламе; ρ – плотность среды. Полагая $u_{0z}=u_{z1}(0)$, из (5.6.2) получаем

$$A\xi_{R} = \frac{u_{0z}}{[1-2(2-s)^{-1}]\sqrt{1-qs}}.$$

Усредним по внешнему контуру сечения трубопровода (окружности радиуса *a*) перемещения частиц среды

$$w_{0} = 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} u_{x} d\theta = A_{0} \sin \xi_{R} (c_{R} t - x_{1}) , \qquad (5.6.3)$$
$$A_{0} = -2A\xi_{R} \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp[-\sqrt{1 - qs}\xi_{R} (R + a\sin\theta)]d\theta - 0.5(1 - s) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp[-\sqrt{1 - s}\xi_{R} (R + a\sin\theta)]d\theta \right].$$

Уравнение движения [117] в переменной $x=c_Rt-x_1$ с учетом выражения (5.6.3) для перемещения w_0 записываем в виде

$$\frac{d^2 U}{dx^2} \pm 2n \frac{dU}{dx} \pm p^2 U = \pm 2n A_0 \xi_R \cos \xi_R x \pm p^2 A_0 \sin \xi_R x,$$

где $p = \sqrt{\frac{k}{ES |1 - M^2|}}$; $2n = \frac{\eta}{ES |1 - M^2|}$; $M = c_R / c_0$ – число Маха; $c_0 = \sqrt{E / \rho}$ –

скорость распространения продольных волн в трубопроводе; U(x,t) – перемещение сечений трубы; E и ρ – модуль Юнга и плотность материала трубы; S – площадь поперечного сечения трубы: k и η – коэффициенты взаимодействия окружающей среды с трубопроводом, определяемые опытным путем.



Рис. 5.24. Распределение приведенного напряжения $\overline{\sigma} = \sigma / E_{v_0 \xi_R}$ по длине трубопровода при *n*=0.1 (м⁻¹) и для различных значений коэффициента Пуассона *v* и параметра *p*(м⁻¹): l - p=0.1; 2 - p=0.5; 3 - p=1; 4 - p=3

На рис. 5.24 представлены кривые зависимости приведенных осевых напряжений $\overline{\sigma} = \sigma / Ev_0 \xi_R$ вдоль оси трубопровода в интервале $0 < x < \lambda_R (\lambda_R - длина волны Рэлея для различных значений коэффициента Пуассона и параметра <math>p(\mathrm{M}^{-1})$) в случае M < 1. В расчетах принято $c_1 = 1500 \mathrm{ m/c}$; $R = 2 \mathrm{ m}$; $n = 2 \mathrm{ m}^{-1}$. Период колебаний грунта за фронтом волны принят $T = 0.1 \mathrm{ c}$. Видно, что с ростом параметра p сечения трубопровода вблизи фронта волны приоб-
ретают колебательный характер с увеличивающейся амплитудой. С удалением от фронта волны колебания сечений трубопровода имеют гармонический характер с периодом T=0.1 с. Рост коэффициента Пуассона приводит к уменьшению длины волны и максимального значения осевого напряжения $\overline{\sigma}$.

5.7. Действие поверхностной волны на трубопровод конечной длины, закрепленный в грунте упруговязкими элементами

Задачи о действии продольных волн на длинный трубопровод рассмотрены в работах [115, 117, 133], где установлено, что характер колебаний сечений трубопровода существенно зависит от отношения скоростей распространения продольных волн в грунте c_1 и в трубопроводе c_0 , т.е. числа $M=c_1/c_0$. При этом обнаружено, что при M>1 в трубопроводе может возникать резонансное явление, где перемещение и напряжение вблизи частоты связанных колебаний возрастают вдоль оси трубопровода по линейному закону. Характер изменений напряжений в трубопроводе определяется коротковолновой гармоникой, находящейся в составе частот падающей волны. При этом в трубопроводе не могут возникать усталостные напряжения, связанные с многоцикловым нагружением.

Действие поверхностной волны Рэлея на длинный трубопровод с «кажущейся» скоростью, большей, чем скорость продольных волн в трубопроводе, рассмотрено в работе [134], где установлена закономерность влияния глубины залегания трубы в грунте на колебательные процессы трубопровода в зависимости от числа *M*. Согласно работе [136], при распространении рэлеевской волны коэффициенты отражения волн от свободной поверхности обращаются в бесконечность. При таком угле падения можно устремить амплитуды падающих волн к нулю, сохранив амплитуды отраженных волн конечной. В результате волновой процесс вблизи границы происходит без участия падающих волн, т.е. вдоль границы распространяется только волна Рэлея.

<u>Постановка задачи.</u> Рассмотрим задачу о действии поверхностной волны на трубопровод конечной длины, взаимодействующий с грунтом по упруговязкому закону (рис. 5.25).



Рис. 5.25. Схема обтекания трубопровода конечной длины волной Рэлея

Для упрощения постановки задачи принимаем следующие упрощения:

- 1. Наличие трубопровода не влияет на волновое поле вблизи него.
- Поскольку волновое поле за фронтом поверхностной волны зависит от глубины грунтовой среды, рассмотрим осредненные смещения частиц грунтовой среды вдоль оси трубопровода.
- 3. Внешняя поверхность трубопровода контактирует с грунтом вдоль оси трубопровода по упруговязкому закону, а торцы трубопровода по упругим законам.

С учетом этих предположений уравнение продольных колебаний трубопровода и граничные условия записываются в виде

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{k_0}{E_0 F_0} (u_0 - u) + \frac{\gamma_0}{E_0 F_0} (\dot{u}_c - \dot{u}), \qquad 0 < x < L, \qquad (5.7.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{k_1}{E_0 F_0} [u - u_0(0, t)] \quad \text{при} \quad x = 0, \qquad (5.7.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{-k_2}{E_0 F_0} \left[u - u_0(0, t) \right] \qquad \text{при} \quad x = L.$$
(5.7.3)

Начальные условия нулевые, т.е.

$$u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \qquad \text{при} \quad t = 0, \qquad (5.7.4)$$

где начало координат установлено в начальном сечении трубопровода, ось *Ох* направлена вдоль его оси; u(x,t) – продольное перемещение сечений трубопровода; $c_0 = \sqrt{E_0/\rho_0}$ – скорость распространения продольных волн в трубопроводе; $u_c = u_c(x,t)$ – осредненное по контуру сечений трубопровода смещение частиц грунта за фронтом поверхностной волны $\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t}$, $\dot{u}_c = \frac{\partial u_0}{\partial t}$ – соответственно скорости сечений трубы и грунта; k_0 – коэффициент продольного взаимодействия трубы с грунтом; k_1 , k_2 – соответственно коэффициенты упругого отпора грунта в сечениях x=0 и x=l; E_0 – модуль Юнга материала трубопровода; F_0 – площадь поперечного сечения; γ_0 – коэффициент вязкого

сопротивления грунта; *L* – длина трубопровода. Сначала определим осредненное по контуру сечения трубопровода осевое смещение частиц грунта за фронтом падающей поверхностной волны. Согласно работе [136], осевые $u_x(x,z,t)$ и вертикальные $u_z(x,z,t)$ смещения частиц грунтовой среды при вертикальной поляризации распространяющейся волны определяются по формулам

$$u_{x} = -A\xi_{R} \bigg[\exp(-m_{2}\xi_{R}z) - \frac{1}{2}(2-s)\exp(-m_{1}\xi_{R}z) \bigg] \sin(\omega t - \xi_{R}x), \qquad (5.7.5)$$

$$u_{z} = A\xi_{R}m_{2} \Big[\exp(-m_{2}\xi_{R}z) - 2(2-s)^{-1} \exp(-m_{1}\xi_{R}z) \Big] \cos(\omega t - \xi_{R}x), \quad (5.7.6)$$

где $m_1 = \sqrt{1-s}; m_2 = \sqrt{1-qs}; q = \frac{1-2v}{2(1-v)}; v - коэффициент Пуассона грунто-$

вой среды; $\xi_R = \frac{\omega}{c_2 \sqrt{s}}$; ω – частота колебания частиц грунта; c_2 , c_R – соответ-

ственно скорости распространения поперечной волны и волны Рэлея в грунте; *s* – действительный корень уравнения:

$$4\sqrt{1-s}\sqrt{1-qs} - (2-s)^2 = 0.$$

Величину ξ_R также можно определить по известной длине волны Рэлея λ_R : $\xi_R = 2\pi / \lambda_R$. При этом частота колебания частиц грунта вычисляется по формуле $\omega = 2\pi c_2 \sqrt{s} / \lambda_R$. Величина *A* в формулах определяется по известному значению амплитуды колебания вертикального смещения u_z на свободной поверхности грунта, т.е.

$$u_z = |u_0| \cos \omega t$$
 при $z = 0$.

Из этого условия находим $A = \frac{|u_0|(s-2)}{\xi_R m_2 s}$. Тогда смещения u_x и u_z при-

нимают следующий вид:

$$u_{x} = U_{x}(z)\sin(\omega t - \xi_{R}x), \ u_{z} = U_{z}(z)\cos(\omega t - \xi_{R}x),$$
(5.7.7)
$$U_{x} = \frac{|u_{0}|(s-2)}{m_{2}s} \bigg[\exp(-m_{2}\xi_{R}z) - \frac{1}{2}(2-s)\exp(-m_{1}\xi_{R}z) \bigg],$$
$$U_{z} = \frac{|u_{0}|(s-2)}{s} \bigg[\exp(-m_{2}\xi_{R}z) - \frac{2}{2-s}\exp(-m_{1}\xi_{R}z) \bigg].$$

На рис. 5.26 и 5.27 представлены графические зависимости амплитуд приведенных смещений $U_x(z)/|u_0|$ и $U_z(z)$ от отношения z/λ_R для двух значений коэффициента Пуассона *v*.

Для определения осредненного по контуру поперечного сечения трубопровода смещения частиц грунта введем полярные координаты с началом в центре сечения трубопровода (см. рис. 5.25) $z=R+r\sin\theta$, $y=r\cos\theta$, тогда формулы (5.7.7) принимают вид

$$u_{x} = U_{x}(r,\theta)\sin(\omega t - \xi_{R}x), u_{z} = U_{z}(r,\theta)\sin(\omega t - \xi_{R}x), \qquad (5.7.8)$$

$$U_{x}(r,\theta) = \frac{|u_{0}|(2-s)}{m_{2}s} \bigg[e^{-m_{2}\xi_{R}(R+r\sin\theta)} - \frac{1}{2}(2-s)e^{-m_{1}\xi_{R}(R+r\sin\theta)} \bigg],$$

$$U_{z}(r,\theta) = \frac{|u_{0}|(2-s)}{s} \bigg[e^{-m_{2}\xi_{R}(R+r\sin\theta)} - 2(2-s)^{-1}e^{-m_{1}\xi_{R}(R+r\sin\theta)} \bigg].$$



Рис. 5.26. Зависимости амплитуды горизонтального смещения $U_x/|u_0|$ от отношения z/λ_R для двух значений коэффициента Пуассона v



Рис. 5.27. Зависимости амплитуды вертикального смещения $U_z/|u_0|$ от отношения z/λ_R для двух значений коэффициента Пуассона v



Рис. 5.28. Зависимости приведенных амплитуд горизонтальных $U_x/|u_0|$ и вертикальных $U_z/|u_0|$ смещений частиц от угла θ для различных значений коэффициента Пуассона v и длины волны λ_R , м: $1 - \lambda_R = 25$; $2 - \lambda_R = 50$; $3 - \lambda_R = 100$; $4 - \lambda_R = 200$

На рис. 5.28 представлены кривые зависимости отношений $\overline{U}_x = U_x / |u_0|$

и $\overline{U}_z = U_z / |u_0|$ от угла $\theta \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$ для r = a и различных значений коэф-

фициента Пуассона v и длины волны λ_R . В расчетах принято R=1.5 м, a=0.3 м, b=0.28 м (бетонный трубопровод).

Осредненное по контуру поперечного сечения трубопровода продольное смещение частиц грунта представим в виде



Рис. 5.29. Зависимости отношения $A_0/|u_0|$ от длины волны для двух значений коэффициента Пуассона *v*

На рис. 5.29 представлены кривые зависимости величины $A_0/|u_0|$ от длины волны λ_R для двух значений коэффициента Пуассона.

Вводя переменные $\xi = x/L$, $\tau = c_0 t/L$, уравнение (5.7.1), граничные условия (5.7.2) и (5.7.3) с учетом выражения для $u_{cp}(\xi, \tau)$ представим в виде

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \gamma \frac{\partial u}{\partial \tau} + \beta_0 u = A_0 \left[\beta_0 \sin \overline{\omega} (M\tau - \xi) + \overline{\gamma} \,\overline{\omega} \cos \overline{\omega} (M\tau - \xi) \right] H(M\tau - \xi)$$
(5.7.9)

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} - \beta_1 u = -\beta_1 A_0 \sin \overline{\omega} M \tau H(\tau) \, \text{при } \xi = 0, \qquad (5.7.10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} + \beta_2 u = \beta_2 A_0 \sin \overline{\omega} (M\tau - 1) H (M\tau - 1) \ при \ \xi = 1,$$
 (5.7.11)

где $M = c_R / c_0; \ \beta_0 = \frac{k_0 L^2}{E_0 F_0}; \ \beta_1 = \frac{k_1 L}{E_0 F_0}; \ \beta_2 = \frac{k_2}{E_0 F_0}; \ \overline{\gamma} = \frac{\gamma_0}{L} \frac{c_R}{E_0 F_0}; \ \overline{\omega} = \xi_R L; \ H(z) - b$

функция Хевисайда.

Введем функцию $u = \overline{u}(\xi, \tau) + u_1(\xi, \tau)$, где $u_1(\xi, \tau)$ выбирается таким образом, чтобы граничные условия (5.7.10) и (5.7.11) относительно функции $\overline{u}(\xi, \tau)$ стали однородными, т.е. выполнялись условия

$$\frac{\partial u_1}{\partial \xi} - \beta_1 u_1 = -\beta_1 A_0 \sin \overline{\omega} M \tau H(\tau) \text{ при } \xi = 0,$$
$$\frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \beta_2 u_1 = \beta_2 A_0 \sin \overline{\omega} (M\tau - 1) H(M\tau - 1) \text{ при } \xi = 1.$$

Этим условиям удовлетворяет функция

$$u_{1} = A_{0} \Big[\beta_{1} \Big(a_{0} \xi^{2} - \xi \Big) \sin \overline{\omega} M \tau H(\tau) + a_{0} \xi^{2} \sin \overline{\omega} (M \tau - 1) H(M \tau - 1) \Big], \ a_{0} = \frac{\beta_{2}}{2 + \beta_{2}} . (5.7.12)$$

Тогда для функции $\overline{u}(\xi,\tau)$ получаем уравнение

$$M^{2} \frac{\partial^{2} \overline{u}}{\partial \tau^{2}} - \frac{\partial^{2} \overline{u}}{\partial \xi^{2}} + \gamma \frac{\partial \overline{u}}{\partial \tau} + \beta_{0} \overline{u} = F_{0}(\xi, \tau)$$
(5.7.13)

Граничные условия

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial \xi} - \beta_1 \overline{u} = 0 \text{ при } \xi = 0, \qquad (5.7.14)$$

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial \xi} + \beta_2 \overline{u} = 0 \text{ при } \xi = 1 \tag{5.7.15}$$

и начальные условия

$$\overline{u}(\xi,\tau) = 0, \ \frac{\partial \overline{u}(\xi,\tau)}{\partial \tau} = F_0(\xi) \text{ при } \tau = 0,$$
(5.7.16)

где
$$F_0 = A_0 [\beta_0 \sin \overline{\omega} (M\tau - \xi) + \overline{\gamma} \,\overline{\omega} \cos \overline{\omega} (M\tau - \xi)] H(M\tau - \xi) + F_1(\xi) \sin \overline{\omega} M\tau +$$

+ $R_1(\xi) \cos \overline{\omega} M\tau + [F_2(\xi) \sin \overline{\omega} (M\tau - 1) + R_2 \cos \overline{\omega} (M\tau - 1)] H(M\tau - 1),$
 $\tau > 0, \ 0 \le \xi \le 1; \ F_1 = A_0 \beta_1 [(\overline{\omega}^2 M^2 - \beta_0) (a_0 \xi^2 - \xi) + 2a_0];$
 $F_2 = A_0 a_0 [(\overline{\omega}^2 M^2 - \beta_0) \xi^2 - 2a_0]; \ R_1 = -\overline{\gamma} \,\overline{\omega} M A_0 (a_0 \xi^2 - \xi);$
 $R_2 = -\overline{\gamma} \,\overline{\omega} M A_0 \xi^2 a_0; \ F_0 = A_0 \overline{\omega} M \beta_1 (a_0 \xi^2 - \xi).$

Решение краевой задачи (5.7.14) и (5.7.15) для уравнения (5.7.13) получим методом Фурье

$$\overline{u} = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(\xi) T_n(\tau), \qquad (5.7.17)$$

где $X_n(\xi)$ – собственные функции, удовлетворяющие уравнению

$$X_n''(\xi) = -\lambda_n^2 X_n(\xi)$$
(5.7.18)

и граничным условиям

$$X'_{n}(0) - \beta_{1}X_{n}(0) = 0, \qquad (5.7.19)$$

$$X'_{n}(1) + \beta_{2}X_{n}(1) = 0.$$
 (5.7.20)

Решение однородного уравнения (5.7.18), удовлетворяющее условиям (5.7.19) и (5.7.20), имеет вид

$$X_n = \beta_1 \sin \lambda_n \xi + \lambda_n \cos \lambda_n \xi,$$

где λ_n – корни уравнения

$$\lambda_n(\beta_1+\beta_2)\cos\lambda_n+(\beta_1-\beta_2-\lambda_n^2)\sin\lambda_n=0.$$

Подставляя выражение (5.7.17) в уравнение (5.7.13), получаем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\ddot{T}_n + \gamma \dot{T}_n + \left(\lambda_n^2 + \beta_0 \right) T_n \right] X_n(\xi) = F_0(\xi, \tau) \,. \tag{5.7.21}$$

Можно показать, что функции $X_n(\zeta)$ удовлетворяют условию ортогональности [144]

$$\int_{0}^{1} X_{n}(\xi) X_{k}(\xi) d\xi = 0 \qquad \text{при } n \neq k.$$

Пользуясь этим условием, из (5.7.21) получаем уравнение для определения функций $T_n(\tau)$

$$\ddot{T}_{n} + \gamma \dot{T}_{n} + (\lambda_{n}^{2} + \beta_{0})T_{n} = Q_{n}, \qquad (5.7.22)$$

$$\Gamma \exists e \ Q_{n} = a_{n}^{(1)} \sin \overline{\omega} \ \tau + b_{n}^{(1)} \cos \overline{\omega} \ \tau + [a_{n}^{(2)} \sin \overline{\omega} (\tau - 1) + b_{n}^{(2)} \cos \overline{\omega} (\tau - 1)]H(\tau - 1);$$

$$a_{n}^{(1)} = \frac{1}{\|X_{n}\|} \int_{0}^{1} F_{1}(\xi) X_{n}(\xi) d\xi, \quad b_{n}^{(1)} = \frac{1}{\|X_{n}\|} \int_{0}^{1} R_{1}(\xi) X_{n}(\xi) d\xi;$$

$$a_{n}^{(2)} = \frac{1}{\|X_{n}\|} \int_{0}^{1} F_{2}(\xi) X_{n}(\xi) d\xi, \quad b_{n}^{(2)} = \frac{1}{\|X_{n}\|} \int_{0}^{1} R_{2}(\xi) X_{n}(\xi) d\xi, \quad \|X_{n}\| = \int_{0}^{1} X_{n}^{2}(\xi) d\xi.$$

Решения уравнений (5.7.22), удовлетворяющие начальным условиям

$$T_n(0) = 0, \ \dot{T}_n(0) = \dot{T}_{0n} = \frac{1}{\|X_n\|} \int_0^1 F_0(\xi) X_n(\xi) d\xi,$$

имеют вид

где

$$T_n = \frac{1}{\omega_n^*} \int_0^\tau Q(\varsigma) \exp[-\bar{\gamma}(\tau-\varsigma)/2)] \sin \omega_n^*(\tau-\varsigma) d\varsigma + \frac{\dot{T}_{0n}}{\omega_n^*} \exp(-\bar{\gamma}\tau/2) \sin \omega_n^*\tau,$$
$$\omega_n^* = \sqrt{\lambda_n^2 + \beta_0 - \bar{\gamma}^2/4} \quad (\gamma < 2\sqrt{\lambda_n^2 + \beta_0}).$$

На рис. 5.30 представлены кривые зависимости напряжения $\sigma = E_0 \partial u / \partial x$ (МПа) в сечениях трубопровода от безразмерного времени $\tau = c_0 t/L$ для различных значений коэффициентов $k_1 = k_2$, коэффициента Пуассона v и длины волны λ_R . В расчетах принято L=10 м, R=1.5 м, a=0.3 м, b=0.29 м, $E_0=2\cdot 10^{10}$ Па, $\rho_0=3000$ кг/м³, $k_0=10^7$ H/м, $\gamma=400\cdot 10^3$ Hc/м.

<u>Анализ результатов.</u> Осредненное по контуру сечения продольное смещение частиц грунта с ростом длины волны уменьшается по закону, близкому экспоненциальному (см. рис. 5.29). Установлено также, что рост

коэффициента Пуассона грунтовой среды приводит к уменьшению ее значения в 1.5 – 2 раза.

Анализ кривых для осевого напряжения (см. рис. 5.30) показывает, что увеличение длины волны Рэлея и коэффициента Пуассона грунта, а также уменьшение значения коэффициента упругого отпора грунта на торцевых сечениях трубопровода приводят к снижению величины осевого напряжения в сечениях трубопровода.











Рис.5.30. Зависимости продольного напряжения $\sigma = E_0 \frac{\partial u}{\partial x}$ (МПа) от безразмерного времени $\tau = c_0 t/L$ трубопровода $\xi = x/L$: $1 - \xi = 0; 2 - \xi = 0.25; 3 - \xi = 0.5; 4 - \xi = 0.75; 5 - \xi = 1$

5.8. Действие сейсмических волн на трубопровод, сопряженный с узловыми упругими элементами

Рассмотрим задачу действия волны на трубопровод, закрепленный к узлу с помощью упругого элемента. При этом установим возможность гашения силы действия волны в зависимости от массы узла, механических характеристик упругих элементов. Уравнения движения трубопровода при наличии сопряженных упругих элементов на торцевых сечениях записывается в виде [144]. Ось *Ох* направим вдоль оси трубопровода, начало координат установим в начальном торце:

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - EF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_1 (u - u_1) \delta(x) + c_2 (u - u_2) \delta(l - x) + k (u - u_0) + \gamma (\dot{u} - \dot{u}_0) = 0, \quad (5.8.1)$$

где ρ , E – плотность и модуль Юнга материала трубопровода; F – площадь его поперечного сечения; c_1 , c_2 – коэффициенты жесткости сопряжения упругих элементов; k – коэффициент сдвиговой жесткости связи окружающего грунта с трубопроводом; γ – вязкий коэффициент взаимодействия; u_1 , u_2 – перемещения узлов, сопряженных с трубопроводом соответственно на торцах x=0 и x=l; $u_0 = u_0(c_*t - x)$ – перемещение частиц грунта за фронтом обтекаемой трубопровод волны; $\delta(z)$ – функция Дирака; c_* – скорость распространения сейсмической волны.

Перемещения *u*₁ и *u*₂ удовлетворяют уравнениям:

$$m_1 \frac{d^2 u_1}{dt^2} = c_1 [u(0,t) - u_1] + k_1 [u_0(0,t) - u_1] + \gamma_1 [\dot{u}_0(0,t) - \dot{u}_1] = 0, \qquad (5.8.2)$$

$$m_2 \frac{d^2 u_2}{dt^2} = c_2 [u(l,t) - u_2] + k_2 [u_0(l,t) - u_2] H(c_*t - l) + \gamma_2 [\dot{u}_0(l,t) - \dot{u}_1] H(c_*t - l) = 0, \qquad (5.8.3)$$

где m_1 , m_2 – массы узлов; k_1 , k_2 – коэффициенты продольной упругой связи узлов с грунтом; H(z) – функция Хевисайда; γ_1 , γ_2 – коэффициенты вязкого контакта узлов с грунтом.

Уравнения (5.8.1) – (5.8.3) образуют полную систему для определения перемещений сечений трубопровода u(x,t), перемещений узлов $u_1(t)$ и $u_2(t)$. Для решения этой системы используем метод Фурье, предложенный в работе [144]. Рассмотрим однородное уравнение

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - EF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_1 u(0,t) \delta(x) + c_2 u(l,t) \delta(l-x) + k_0 u(x,t) + \gamma_0 \dot{u}(x,t) = 0.(5.8.4)$$

Решение уравнения (5.8.4) представим в виде $u = \varphi(x)T(t)$. Тогда получаем

$$\rho F \varphi(x) \ddot{T}(t) - EF \varphi''(x) T(t) + c_1 \varphi(0) T(t) \delta(x) + c_2 \varphi(l) T(t) \delta(l-x) + k_0 \varphi(x) T(t) + \gamma_0 \varphi(x) \dot{T}(t) = 0.$$

Последнее уравнение записываем в виде

$$\frac{\rho F \ddot{T}(t)}{T} - \frac{EF \varphi'' - c_1 \varphi(0) \delta(x) - c_2 \varphi(l) \delta(l-x)}{\varphi(x)} + k_0 + \frac{\gamma_0 \dot{T}(t)}{T} = 0.$$

Полагая – $\frac{EF\varphi'' - c_1\varphi(0)\delta(x) - c_2\varphi(l)\delta(l-x)}{\varphi(x)} = \lambda^2$, получаем

$$\varphi'' + \lambda^2 \varphi - \beta_1 \varphi(0) \delta(x) - \beta_2 \varphi(l) \delta(l-x) = 0, \qquad (5.8.5)$$

где $\beta_1 = \frac{c_1}{EF}$, $\beta_2 = \frac{c_2}{EF}$.

Общее решение уравнения (5.8.5) имеет следующий вид:

$$\varphi = A\cos\lambda x + B\sin\lambda x + \frac{\varphi_1\beta_1}{\lambda}\sin\lambda x H(x) + \frac{\varphi_2\beta_2}{\lambda}\sin\lambda(l-x)H(l-x),$$

где *A*, *B* – постоянные, $\varphi_1 = \varphi(0), \varphi_2 = \varphi(l)$.

Постоянные А и В определяются из условий

$$\varphi'(-0) = 0, \ \varphi'(l+0) = 0,$$
 (5.8.6)

которые дают

$$B = \frac{1}{\lambda} \beta_2 \varphi_2 \cos \lambda l, \ A = \frac{\cos \lambda l}{\lambda \sin \lambda l} (\beta_2 \varphi_2 \cos \lambda l + \beta_1 \varphi_1).$$

Таким образом, выражение для $\varphi(x)$ приобретает вид

$$\varphi = \frac{\beta_1 \varphi_1}{\lambda \sin \lambda l} \left[\cos \lambda l \cos \lambda x + \sin \lambda l \sin \lambda x H(x) \right] + \frac{\beta_2 \varphi_2}{\lambda \sin \lambda l} \left[\cos \lambda l \cos \lambda (l-x) + \sin \lambda l \sin \lambda (l-x) H(l-x) \right].$$
(5.8.7)

Можно показать, что полученное решение (5.8.7), кроме условий (5.8.6), удовлетворяет условиям сопряжений

 $\varphi'(+0) = \beta_1 \varphi(0), \ \varphi'(l-0) = -\beta_2 \varphi(l).$

Полагая теперь $\varphi(0) = \varphi_1, \ \varphi(l) = \varphi_2,$ получаем систему однородных уравнений относительно φ_1 и φ_2

$$(\lambda \sin \lambda l + \beta_1 \cos \lambda l)\varphi_1 - \beta_2 \varphi_2 = 0, -\beta_1 \varphi_1 + (\lambda \sin \lambda l + \beta_2 \cos \lambda l)\varphi_2 = 0.$$

Приравнивая определитель этой системы нулю, составим уравнение для определения собственных чисел *λ*:

$$(\lambda \sin \lambda l + \beta_2 \cos \lambda l)(\lambda \sin \lambda l + \beta_1 \cos \lambda l) - \beta_1 \beta_2 = 0.$$
 (5.8.8)

Можно показать, что собственные функции $\varphi_i(x)$ удовлетворяют условию ортогональности

$$\int_{0}^{l} \varphi_{i} \varphi_{j} dx = 0 \qquad \text{при} \quad i \neq j.$$

Решение неоднородного уравнения (5.8.4) представлено в виде

$$u = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(x) T_i , \qquad (5.8.9)$$

$$\ddot{T}_{i} + \lambda_{i}^{2} T_{i} + \gamma_{1} \dot{T}_{i} = \frac{1}{\|\varphi_{i}\|} [\beta_{1} u_{1} + \beta_{2} u_{2} + \beta_{0} a_{i} + \gamma_{1} b_{i}], \qquad (5.8.10)$$

где
$$a_i = \int_0^l \varphi_i(x) u_0(c_*t - x) dx;$$
 $b_i = c_* \int_0^l \varphi_i(x) \dot{u}_0(c_*t - x) dx;$ $|\varphi_i| = \int_0^l \varphi_i^2(x) dx.$

Уравнения (5.8.2) и (5.8.3) с учетом (5.8.9) запишутся в виде

$$m_{1}\ddot{u}_{1} = -(c_{1}+k_{1})u_{1} + (c_{1}+k_{1})\sum_{i=1}^{\infty}\varphi_{i}(0)T_{i} - \gamma_{1}\dot{u}_{1} + \gamma_{1}\sum_{i=1}^{\infty}\varphi_{i}(0)\dot{T}_{i}, \qquad (5.8.11)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 = -(c_2 + k_2)u_2 - \gamma_2 \dot{u}_2 + (c_2 + k_2)\sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(l)T_i + \gamma_2 \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(l)\dot{T}_i.$$
(5.8.12)

Уравнения (5.8.11) – (5.8.12) образуют бесконечную систему для определения $T_i(t)$, u_1 , u_2 , которая решается методом усечения. На рис. 5.31 и 5.32 представлены графики зависимости перемещений узлов u_1 , u_2 и концевых сечений трубопровода $u(0,\tau)$, $u(1,\tau)$ от безразмерного времени и при изменении пермещения частиц грунта за фронтом волны по закону $u_0=A_0\sin\omega(c*t-x)$, где принято M=0.5 и введены безразмерные переменные $\tau=c_0t/l$, $\xi=x/l$, ($c_0 = \sqrt{E/\rho}$). Аналогичные графические зависимости для напряжений $\sigma(0,\tau)$ и $\sigma(1,\tau)$ представлены на рис. 5.33 и 5.34. В расчетах принято: $E=2\cdot10^{10}$ Па, $\rho=3000$ кг/м³, $A_0=0.02$ м, l=10 м, a=0.3 м, b=0.29 м, $k_0=2\cdot10^7$ H/м², $c_1=c_2=2\cdot10^6$ H/м, $k_1=k_2=10^7$ H/м, $m_1=m_2=500$ кг, $\gamma=2\cdot10^4$ Hc/м², $\gamma_1=\gamma_2=2\cdot10^3$ Hc/м.

На рис. 5.35 и 5.36 представлены зависимости напряжений от безразмерного времени $\tau = c_0 t/l$ в концевых сечениях трубопровода для различных значений числа *M*. Видно, что наибольшие значения пермещений и напряжений достигаются в начальный момент времени, где имеют место значительное влияние диссипативных свойств силы сопротивления грунта и вязкие свойства в законах сопряжения концевых сечений трубопровода с грунтом. С ростом времени сечения трубопровода совершают колебания практически с постоянной частотой.



Рис. 5.31. Зависимости перемещения узла u_1/A_0 и начального сечения трубопровода $u(0,\tau)/A_0$ при M=0.5 от безразмерного времени $\tau=c_0t/l$



Рис. 5.32. Зависимости напряжений $\sigma(0,\tau)$ начального сечения трубопровода при M=0.5 от безразмерного времени $\tau=c_0t/l$



Рис. 5.33. Зависимости пермещений узла u_2/A_0 и концевого сечения трубопровода $u(1,\tau)/A_0$ при M=0.5 от безразмерного времени $\tau=c_0t/l$



Рис. 5.34. Зависимости напряжения $\sigma(1,\tau)$ в концевом сечении трубопровода при M=0.5 от безразмерного времени $\tau=c_0t/l$







Рис. 5.36. Зависимости напряжений *σ*(1,*τ*) концевого сечения трубопровода от безразмерного времени *τ*=*c*₀*t*/*l* для различных значений числа *M*

Глава 6. Сплошные сейсмические барьеры

Данная глава посвящена исследованию горизонтальных и вертикальных сплошных сейсмических барьеров в качестве метода территориальной защиты. В ней описываются основные теоретические предпосылки и принятые в расчётах допущения, приводятся используемые математические модели, в графическом виде представлены полученные результаты по оценке влияния физико-механических и геометрических параметров барьера из однородного материала на его защитные свойства. На основе проведенных расчётов получены инженерные формулы для определения коэффициентов снижения амплитуд поверхностных волн при заданных характеристиках грунта основания и сплошного барьера из однородного материала.

Анализ влияния основных физико-механических и геометрических параметров сплошного барьера на снижение амплитуд поверхностных волн при прохождении ими барьера проводился в рамках теории упругости с использованием метода конечных элементов, реализованного в программном комплексе Abaqus/Explicit. Считалось, что защищаемая территория находится на достаточном удалении от эпицентра, так что можно а) рассматривать воздействие только поверхностных волн и б) проводить все расчёты для случая Рэлеевских волн с плоским фронтом.

6.1. Анализ размерности

Анализ размерности рассматриваемой задачи позволяет перейти к безразмерным величинам при её решении, существенно снизить её размерность (число неизвестных в математической модели) и время вычислений для одного расчётного случая.

6.1.1. *π*-теорема

 π -теорема теории размерностей утверждает [145, 146], что если имеется зависимость между *n* физическими величинами, не меняющая своего вида при изменении масштабов единиц в некотором классе систем единиц, то она эквивалентна зависимости между, вообще говоря, меньшим числом m=n-kбезразмерных величин, где k – наибольшее число величин с независимыми размерностями среди исходных *n* величин. Применяя π -теорему для физического и математического моделирования различных явлений в теории упругости, можно говорить о том, что если для двух природных процессов («модельного» и «натурного») безразмерные аргументы (их называют критерии подобия) в зависимости $\pi = F(\pi_1, \pi_2, \pi_m)$ совпадают, что может быть осуществлено за счет специального выбора параметров «модельного» объекта, то и безразмерные значения функции π также совпадают. Это позволяет «пересчитывать» размерные экспериментальные и численные значения параметров от «модельного» объекта к «натурному» даже если вид функции *F* неизвестен.

6.1.2. Основные и вспомогательные безразмерные комплексы

В рамках рассматриваемой задачи о защите территории от поверхностных волн с помощью сплошного барьера из однородного материала можно выделить следующие основные безразмерные комплексы (параметры, относящиеся к грунту основания, обозначаются нижним индексом «soil», а относящиеся к барьеру – нижним индексом «bar»):

$$\frac{\lambda_{R,bar}}{\lambda_{R,soil}}, \frac{H_{bar}}{\lambda_{R,soil}}, \frac{L_{bar}}{\lambda_{R,soil}}, \frac{P_{bar}}{\lambda_{R,soil}}.$$
 (6.1.1)

Здесь и далее H_{bar} – толщина барьера; L_{bar} – глубина барьера; P_{bar} – ширина зоны волновой тени за сплошным барьером; $\lambda_{R,bar}$ – толщина волны Рэлея для материала барьера; $\lambda_{R,soil}$ – толщина волны Рэлея для грунта.

В качестве вспомогательных безразмерных комплексов выступают коэффициенты Пуассона v_{bar} , v_{soil} , однако, как показывают исследования [147, 148], влияние коэффициентов Пуассона на защитные свойства барьеров отсутствует. Во всех расчётах принималось $v_{bar}=v_{soil}=0.25$.

Используя π -теорему, можно рассматривать сейсмическое воздействие с круговой частотой $\omega=1$ рад/с, а также задать модуль упругости $E_{soil}=1$ и плотность $\rho_{soil}=1$. В этом случае при скорости волны Рэлея в грунте $c_{R,soil}=0.582$ толщина волны Рэлея $\lambda_{R,soil}=3.656$. Именно эти параметры принимались в качестве расчетных в данной и следующей главах. Здесь следует отметить, что при таком выборе расчетных параметров их первоначальные размерности (и значения) уже не столь важны: важны лишь соотношения между соответствующими параметрами, определяемые безразмерными комплексами (6.1.1). Например, при модуле упругости грунта 30 МПа и модуле упругости материала барьера 150 МПа соответствующий безразмерный комплекс равен 5, но в соответствии с π -теоремой результаты расчетов будут теми же, если взять модуль упругости грунта, равным 1 МПа, а модуль упругости материала барьера – 5 МПа. Таким образом, размерность начальных параметров не существенная, важно лишь их отношение.

6.2. Математические модели сплошного барьера

В данном параграфе описываются использованные в исследованиях математические модели и оценки уровня колебаний в защищаемой зоне.

6.2.1. Геометрия математических моделей

Предполагалось, что защищаемая область располагается достаточно далеко от эпицентра, а барьер из гомогенного материала имеет очень большой размер (ширину) в направлении, перпендикулярном направлению распространения поверхностных волн. Это позволило решать задачу с учётом условия плоской деформации основания и барьера (рассматривалась модель толщиной в один конечный элемент) и, следовательно, существенно уменьшить размерность (число неизвестных) математической модели. Геометрия плоских моделей сплошных барьеров приведена на рис. 6.1.



Рис. 6.1. Геометрия плоских моделей сплошных барьеров с граничными условиями: *а* – горизонтальный барьер; *б* – вертикальный барьер

При построении модели её размеры, строго говоря, должны задаваться такими, чтобы объёмные и поверхностные волны, отраженные от барьера и границ модели, не успели дойти до точек наблюдения и не исказили картину вследствие интерференции. На рис. 6.2 показана проекция плоской модели сплошного барьера с указанием основных размеров. Принимая во внимание, что в программном комплексе Abaqus/Explicit отсутствует заданная система измерений, для основных геометрических размеров модели можно записать

$$\frac{l_3}{c_R} \le \frac{l+l_2}{c_P}, \ \frac{l_3}{c_R} \le \frac{3l_1}{c_P}, \ \frac{l_3}{c_R} \le \frac{2H-L_{bar}}{c_P}.$$
(6.2.1)

Очевидно, что время расчёта τ должно быть больше либо равно l_3/c_R .



Рис. 6.2. Эскиз плоской модели сплошного барьера. Вид сбоку

При определении базовых размеров модели целесообразно выделить в отдельные расчётные случаи варианты, когда $H_{bar}/L_{bar} < 1$, и варианты, когда $H_{bar}/L_{bar} > 1$. Барьеры, для которых выполняется первое неравенство, являются вертикальными, а для которых выполняется второе неравенство – горизонтальными (см. рис. 6.1).

Полагая $L_{bar} \leq 2\lambda_{R,soil}$, $H_{bar} \leq 2\lambda_{R,soil}$, $l_4 = P_{bar} \leq 15\lambda_{R,soil}$, из соотношений (6.2.1) можно определить: l=242, H=158, $l_1=105$, $l_2=74$, $l_3=168$, $l_4=55$, $l_5=1$. Однако строгого выполнения соотношений (6.2.1) не требуется – достаточно, чтобы влияние отраженных волн было незначительным. Ограничиваясь величиной $l_4=6\lambda_{R,soil}\approx22$, вновь полагая $L_{bar}\leq 2\lambda_{R,soil}$, $H_{bar}\leq 2\lambda_{R,soil}$ и проводя сравнительные расчёты, определили, что для плоской модели горизонтального барьера без ущерба для точности вычислений могут быть приняты следующие основные размеры:

$$l=85.0, H=40.0, l_1=25.0, l_5=1.0, (6.2.2)$$

а для плоской модели вертикального барьера:

$$l=80.0, H=40.0, l_1=25.0, l_5=1.0.$$
 (6.2.3)

Все дальнейшие расчёты, кроме необходимых для определения размера зоны волновой тени и проверки сходимости сеточных аппроксимаций, проводились на моделях с принятыми размерами (6.2.2) и (6.2.3). Для определения размера зоны волновой тени и проверки сходимости сеточных аппроксимаций использовались модели, в которых обеспечивалось строгое выполнение условий (6.2.1).

Поверхностная волна с плоским фронтом заданной частоты $\omega = 2\pi f$ ге-

нерировалась с помощью гармонической равномерно распределенной поверхностной нагрузки амплитудой *A*=0.001, *E*_{soil}=0.001, заданной в «источнике» (см. рис. 6.1, 6.2).

6.2.2. Выбор точек наблюдения в пределах защищаемой зоны

Точки наблюдения выбирались, исходя из реальных размеров защищаемых объектов. При скорости волны Рэлея $c_R \approx 250$ м/с, что имеет место, например, в глинистых грунтах, и интервале частот сейсмического воздействия f=2-10 Гц максимальная длина волны Рэлея составит $\lambda_R^{\text{max}} \approx 125$ м. При характерном размере защищаемой территории 300 - 400 м получаем примерный размер области наблюдения (значение l_4 взято с запасом для исключения интерференции с отраженными объемными волнами)

$$l_3 - l_1 - H_{bar} = l_4 \ge 3\lambda_R^{\max}.$$
 (6.2.4)

Необходимо отметить, что опасность представляют поверхностные волны, длины которых имеют тот же порядок, что и размеры сооружения в плане. Поэтому не имеет смысла рассматривать слишком прочные или слишком слабые грунты, в которых скорости и, следовательно, длины волн Рэлея будут, соответственно, или слишком большими, или слишком малыми. В табл. 6.1 приведены скорости поперечных волн c_s в грунтах и скальных породах, для которых актуален вопрос территориальной сейсмозащиты. Эти значения были определены с помощью осреднения экспериментальных данных [149 – 152]. Скорости продольных волн c_p были либо вычислены по точной формуле

$$c_{P} = \sqrt{2}c_{S}\sqrt{\frac{1-\nu}{1-2\nu}},$$
 (6.2.5)

либо получены экспериментально. Скорости волн Рэлея были вычислены по приближенной формуле Бергмана – Викторова. В табл. 6.2 указаны значения длин волн Рэлея в грунтах, приведенных в табл. 6.1, при характерных частотах 2; 5 и 10 Гц.

Таблица 6.1

Тип грунта	Плотность <i>р</i> , г/см ³	Коэффициент Пуассона v	Модуль Юнга Е, МПа	<i>с_S</i> , м/с	<i>с</i> _{<i>P</i>} , м/с	<i>с</i> _{<i>R</i>} , м/с
Рыхлый водонасыщен- ный песок	1.75	0.45	28.5	75	250	70
Илистый грунт, в том числе насыпной	1.75	0.32	26	75	145	70
Плотный неводонасы- щенный песок	2.07	0.30	53	100	185	95
Мягкие водонасыщенные глины	1.75	0.45	80	120	430	110

Физико-механические характеристики для разных грунтов [149-152]

Таблица 6.2

	a Ma	λ_R , м			
Типтрунта	$c_R, M/c$	2 Гц	5 Гц	10 Гц	
Рыхлый водонасыщенный песок	70	35	14	7	
Илистый грунт, в том числе насыпной	70	35	14	7	
Плотный неводонасыщенный песок	95	48	19	10	
Мягкие водонасыщенные глины	110	55	22	11	
Твёрдые неводонасыщенные глины	265	133	53	27	

Длины волн Рэлея для разных грунтов при различных фазовых частотах

При оценке влияния параметров барьера на его защитные свойства все расчёты на плоской модели сплошного барьера проводились при базовом значении размера $l_4=6\lambda_{R,soil}=21.936$. Наблюдения осуществлялись в шести точках, расположенных на расстоянии $\lambda_{R,soil}=3.656$ друг от друга (рис. 6.3) и имеющих на графиках индексы «P1»...«P6» (point) в соответствии с их удаленностью от барьера. Так как амплитуда волн Рэлея экспоненциально убывает с глубиной, все точки наблюдения располагались на свободной поверхности полупространства.



Рис. 6.3. Точки наблюдения (показаны красным цветом) в плоской модели сплошного барьера при базовом размере зоны наблюдения



Рис. 6.4. Расчётная модель со строгим соблюдением условий (6.2.1) и расстоянием между точками наблюдения (показаны красным цветом), равным $2\lambda_{R,soil}$

При определении размера зоны волновой тени за сплошным барьером расстояние между точками наблюдения задавались равными $\lambda_{R,soil}$, $2\lambda_{R,soil}$, и $3\lambda_{R,soil}$, так что размер зоны наблюдения был равен, соответственно, $l_4=6\lambda_{R,soil}$, $12\lambda_{R,soil}$, $18\lambda_{R,soil}$. Пример одной из моделей для данных расчётов приведен на рис. 6.4.

6.2.3. Кинематические оценки уровня колебаний в защищаемой зоне

Для оценки уровня колебаний в защищаемой зоне использовался кинематический критерий – амплитуда вектора перемещений в точках наблюдения. Амплитуда вектора перемещений в точках наблюдений определялась как корень из суммы квадратов компонент вектора перемещения:

$$U = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} . \tag{6.2.6}$$

Оценка защитной способности барьера проводилась путем сравнения амплитуды вектора перемещений в точках наблюдения при отсутствии барьера U_0 с аналогичными величинами при наличии барьера U_i (нижний индекс «*i*» меняется в зависимости от изменяемого параметра барьера). Определяя базовые и максимальные значения амплитуд перемещений в точках наблюдения, определялась величина коэффициента редукции:

$$K_{i} = \frac{U_{i,\max}}{U_{0}}.$$
 (6.2.7)

Опираясь на выделенные безразмерные комплексы (см. соотношение (6.1.1)) и используемый критерий оценки снижения уровня колебаний, можно записать:

$$U^{m} = K_{red}^{m} U_{0}^{m} = K_{\lambda,n} K_{j} K_{P}^{m} U_{0}^{m}, \qquad (6.2.8)$$

где верхний индекс m=V, H (Vertical и Horizontal) для вертикального и горизонтального барьеров соответственно; U^m – амплитуда перемещений в защищаемой зоне при наличии барьера; U_0^m – амплитуда перемещений в защищаемой зоне при отсутствии барьера; K_{red}^m – общий коэффициент снижения уровня колебаний для сплошного барьера; $K_{\lambda,n}$ – коэффициент снижения уровня колебаний вследствие изменения физико-механических характеристик материала барьера и изменения высоты (для вертикального барьера; n=L) или длины (для горизонтального барьера; n=H) сплошного барьера; K_j – коэффициент снижения уровня колебаний, учитывающий влияние длины (для вертикального барьера; j=H) или высоты (для горизонтального барьера; j=L) сплошного барьера; K_p^m – коэффициент снижения уровня колебаний, учитывающий влияние размера защищаемой зоны.

6.3. Вопросы конечноэлементных аппроксимаций

6.3.1. Выбор базисных функций

В расчётах использовалась стандартная библиотека конечных элементов (КЭ) программного комплекса Abaqus/Explicit [153, 154]. Разбиение модели сплошного барьера осуществлялось на конечные элементы типа C3D8R – восьмиузловые гексаэдральные конечные элементы сплошной среды с линейной функцией формы, редуцированной схемой интегрирования и контролем за деформациями формы с нулевой энергией в точке интегрирования.

6.3.2. Оценки сходимости сеточных аппроксимаций

Для определения максимального размера конечного элемента, при котором ещё не происходит снижение точности расчётов, были проведены сравнительные расчёты с разной точностью пространственной аппроксимации модели. Рассматривалась плоская модель вертикального барьера с основными размерами, обеспечивающими строгое выполнения условий (6.2.1), которая разбивалась на конечные элементы с характерным размером 2.0, 0.5, 0.25, 0.1 и 0.05. Принималось $E_{bar}/E_{soil}=10$, $\rho_{bar}/\rho_{soil}=10$, $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=1$, $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.05$. Для оценки сходимости сеточных аппроксимаций использовались полученные значения коэффициента редукции для каждой из шести точек наблюдения (рис. 6.5).



Рис. 6.5. Коэффициент редукции *K*_{red} в точках мониторинга при фиксированных параметрах вертикального барьера и различной точности сеточных аппроксимаций

На основании проведенных расчётов характерный размер конечного элемента при разбиении плоских моделей сплошных барьеров был принят равным 0.1. На рис. 6.6 приведены примеры разбиения плоских моделей сплошных барьеров при $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$, $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.1$ для вертикального барьера и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$, $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.1$ для горизонтального барьера. На рис. 6.7 и 6.8 даны примеры разбиения при других характерных размерах конечных элементов.



Рис. 6.6. Разбиение плоских моделей вертикального (*a*) и горизонтального (*б*) барьеров на конечные элементы, использованное для проведения всех расчётов (характерный размер элемента – 0.1)



б

Рис. 6.7. Пример разбиения плоских моделей вертикального (*a*) и горизонтального (*б*) барьеров на конечные элементы (характерный размер элемента – 0.25)





б

Рис. 6.8. Пример разбиения плоских моделей вертикального (*a*) и горизонтального (*б*) барьеров на конечные элементы (характерный размер элемента – 2.0)

6.4. Результаты расчётов для плоской модели сплошного барьера из однородного материала

Все коэффициенты *K_i*, входящие в выражение (6.2.8), определялись на плоских моделях сплошного барьера из гомогенного материала.

6.4.1. Влияние физико-механических характеристик материала барьера и его длины/высоты (горизонтальный/вертикальный барьер) на снижение уровня колебаний

При определении коэффициентов $K_{\lambda,n}$ модуль упругости материала барьера E_{bar}/E_{soil} последовательно принимался равным 0.1, 1, 10, 100, 1000 и 10000, а плотность $\rho_{bar}/\rho_{soil} - 0.1$, 1 и 10.

Толщина/глубина (горизонтальный/вертикальный барьер) барьера последовательно принималась равной 1/3, 2/3, 3/3, 4/3, 5/3 и 6/3 от $\lambda_{R,soil}$. При этом для горизонтального барьера принималось $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$, а для вертикального – $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$. В качестве значений коэффициентов $K_{\lambda,n}$ брались максимальные величины из полученных в шести точках наблюдения. Результаты для горизонтального барьера приведены в табл. 6.3 и на рис. 6.9 – 6.11, 6.15, а для вертикального барьера – в табл. 6.4 и на рис. 6.12 – 6.14, 6.16.

Таблица 6.3

	E_{bar}/E_{soil}	$H_{bar}/\lambda_{R,soil}$							
$ ho_{\textit{bar}} ho_{\textit{soil}}$		1/3	2/3	1	4/3	5/3	2		
0.1	0.1	1	1	1	1	1	1		
	1	1	1	1	1	1	1		
	10	1	1	1	1	1	1		
	100	1	0.98	0.97	0.97	0.97	0.96		
	1000	1	0.97	0.95	0.96	0.95	0.92		
	10000	1	0.97	0.95	0.96	0.95	0.91		
1	0.1	1	1	1	0.99	0.99	1		
	1	1	1	1	1	1	1		
	10	1	1	1	1	1	1		
	100	1	0.99	0.97	0.97	0.98	0.96		
	1000	1	0.97	0.94	0.95	0.95	0.91		
	10000	1	0.97	0.93	0.93	0.92	0.87		
10	0.1	0.92	0.89	0.80	0.91	0.86	0.88		
	1	0.95	0.95	0.85	0.87	0.94	0.90		
	10	0.97	1	0.89	0.88	0.93	0.93		
	100	0.96	0.94	0.89	0.89	0.88	0.94		
	1000	0.97	0.91	0.87	0.87	0.82	0.85		
	10000	0.97	0.91	0.85	0.82	0.81	0.77		

Значения коэффициента $K_{\lambda,H}$ при различных величинах E_{bar}/E_{soil} , ρ_{bar}/ρ_{soil} , $H_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$



Рис. 6.9. Изменение коэффициента $K_{\lambda,H}$ в зависимости от длины горизонтального барьера $H_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и его модуля упругости E_{bar}/E_{soil} при $\rho_{bar}/\rho_{soil}=0.1$ и $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$





Рис. 6.10. Изменение коэффициента $K_{\lambda,H}$ в зависимости от длины горизонтального барьера $H_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и его модуля упругости E_{bar}/E_{soil} при $\rho_{bar}/\rho_{soil}=1$ и $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$

Рис. 6.11. Изменение коэффициента $K_{\lambda,H}$ в зависимости от длины горизонтального барьера $H_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и его модуля упругости E_{bar}/E_{soil} при $\rho_{bar}/\rho_{soil}=10$ и $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$

Таблица 6.4

Значения коэффициента $K_{\lambda,L}$ при различных величинах E_{bar}/E_{soil} , ρ_{bar}/ρ_{soil} , $L_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$

a /a	E_{bar}/E_{soil}	$L_{bar}/\lambda_{R,soil}$						
$p_{bar'} p_{soil}$		1/3	2/3	1	4/3	5/3	2	
0.1	0.1	0.99	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	
	1	1	1	1	1	1	1	
	10	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	
	100	1	0.99	0.96	0.93	0.92	0.92	
	1000	1	0.99	0.93	0.86	0.79	0.74	
	10000	1	1	0.95	0.88	0.80	0.73	
1	0.1	0.99	0.98	0.98	0.98	0.98	0.99	
	1	1	1	1	1	1	1	
	10	1	1	1	1	0.99	1	
	100	0.99	0.98	0.95	0.93	0.91	0.91	
	1000	1	0.98	0.92	0.85	0.78	0.72	
	10000	1	0.98	0.94	0.86	0.77	0.71	
10	0.1	0.96	0.97	0.99	0.99	1	0.99	
	1	0.98	0.99	0.99	0.98	0.98	0.99	
	10	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.98	
	100	0.99	0.98	0.96	0.92	0.91	0.92	
	1000	0.98	0.98	0.93	0.86	0.78	0.72	
	10000	0.98	0.98	0.93	0.85	0.77	0.71	



Рис. 6.12. Изменение коэффициента $K_{\lambda,L}$ в зависимости от высоты вертикального барьера $L_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и его модуля упругости E_{bar}/E_{soil} при $\rho_{bar}/\rho_{soil}=0.1$ и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$



Рис. 6.13. Изменение коэффициента $K_{\lambda,L}$ в зависимости от высоты вертикального барь-

ера $L_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и его модуля упругости E_{bar}/E_{soil} при $\rho_{bar}/\rho_{soil}=1$ и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$



Рис. 6.14. Изменение коэффициента $K_{\lambda,L}$ в зависимости от высоты вертикального барьера $L_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и его модуля упругости E_{bar}/E_{soil} при $\rho_{bar}/\rho_{soil}=10$ и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$



Рис. 6.15. Изменение перемещений в точке "РЗ" во времени при: *а* – отсутствии барьера; *б* – наличии горизонтального сплошного барьера из гомогенного материала с



Рис. 6.16. Изменение перемещений в точке "Р2" во времени при: a – отсутствии барьера; δ – наличии вертикального сплошного барьера из гомогенного материала с $E_{bar}/E_{soil}=1000$, $\rho_{bar}/\rho_{soil}=10, L_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$ и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$

6.4.2. Влияние высоты/длины барьера (горизонтальный/вертикальный барьер) на снижение уровня колебаний

При определении коэффициентов K_j рассматривались только те комбинации E_{bar}/E_{soil} и ρ_{bar}/ρ_{soil} , при которых коэффициенты $K_{\lambda,n}$ были меньше единицы. При этом принималось для горизонтального барьера $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=2.0$, а для вертикального барьера – $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=2.0$. В качестве значений коэффициентов K_j брались максимальные величины из полученных в шести точках наблюдения. Результаты для горизонтального барьера приведены в табл. 6.5 и на рис. 6.17 – 6.19, 6.21, а для вертикального барьера – в табл. 6.6 и на рис. 6.20, 6.22.

Таблица 6.5

$L_{bar}/\lambda_{R,soil}$ M $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$									
	ļ.	$\rho_{bar}/ ho_{soil}=$	=0.1	$\rho_{bar}/\rho_{soil}=1$			$\rho_{bar}/\rho_{soil}=10$		
$L_{bar}/\lambda_{R,soil}$	E_{bar}/E_{soil}		E_{bar}/E_{soil}			E_{bar}/E_{soil}			
	100	1000	10000	100	1000	10000	100	1000	10000
0	1.04	1.10	1.12	1.03	1.11	1.16	1.08	1.19	1.31
0.001	1.04	1.06	1.02	1.03	1.06	1.06	1.08	1.14	1.19
0.005	1.03	1.01	1.02	1.02	1.01	1.05	1.04	1.06	1.11
0.01	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0.05	0.92	0.81	0.49	0.98	0.85	0.53	0.86	0.88	0.75
0.1	0.74	0.45	0.40	0.85	0.51	0.41	0.54	0.65	0.42

Значения коэффициента K_L при различных величинах E_{bar}/E_{soil} , ρ_{bar}/ρ_{soil} ,



Рис. 6.17. Изменение коэффициента K_L в зависимости от высоты горизонтального барьера $L_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и его модуля упругости E_{bar}/E_{soil} при $\rho_{bar}/\rho_{soil}=0.1$, $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$



Рис. 6.18. Изменение коэффициента K_L в зависимости от высоты горизонтального барьера $L_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и его модуля упругости E_{bar}/E_{soil} при $\rho_{bar}/\rho_{soil}=1$ и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$



Рис. 6.19. Изменение коэффициента K_L в зависимости от высоты горизонтального барьера $L_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и его модуля упругости E_{bar}/E_{soil} при $\rho_{bar}/\rho_{soil}=10$ и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$

Таблица 6.6

Значения коэффициента K_H при различных величинах E_{bar}/E_{soil} , ρ_{bar}/ρ_{soil} ,

$H_{bar}/\lambda_{R,soil}$ M $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$							
	$\rho_{bar}/\rho_{soil}=0.1, 1, 10$						
$H_{bar}/\lambda_{R,soil}$	E_{bar}/E_{soil}						
	100	1000	10000				
0	1.09	1.39	1.41				
0.001	1.09	1.30	1.05				
0.005	1.05	1.04	1.01				
0.01	1	1	1				
0.05	0.71	0.79	0.79				
0.1	0.47	0.56	0.52				



Рис. 6.20. Изменение коэффициента K_H в зависимости от длины вертикального барьера $H_{bar}/\lambda_{R,soil}$ и его модуля упругости E_{bar}/E_{soil} при $\rho_{bar}/\rho_{soil}=0.1, L_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$



Рис. 6.21. Изменение перемещений в точке "P4" во времени при наличии горизонтального сплошного барьера из гомогенного материала с $E_{bar}/E_{soil}=1000$, $\rho_{bar}/\rho_{soil}=10$, $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$ и: $a - L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$; $\delta - L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.1$



Рис. 6.22. Изменение перемещений в точке "Р1" во времени при наличии вертикального сплошного барьера из гомогенного материала с $E_{bar}/E_{soil}=1000$, $\rho_{bar}/\rho_{soil}=10$, $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$ и: $a - H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$; $\delta - H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.1$

6.4.3. Влияние размера защищаемой зоны на снижение уровня колебаний

При определении значений коэффициентов K_P^m использовались расчётные модели, в которых при $l_4=P_{bar}\leq 15\lambda_{R,soil}$ строго выполнялись условия (6.2.1). Результаты для вертикального барьера представлены на рис. 6.23, а для горизонтального– на рис. 6.24.



Рис. 6.23. Изменение коэффициента K_{red}^V в зависимости от размера защищаемой зоны $P_{bar}/\lambda_{R,soil}$ при $E_{bar}/E_{soil}=10$, $\rho_{bar}/\rho_{soil}=10$, $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.05$ и $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=1$



Рис. 6.24. Изменение коэффициента K_{red}^H в зависимости от размера защищаемой зоны $P_{bar}/\lambda_{R,soil}$ при $E_{bar}/E_{soil}=10$, $\rho_{bar}/\rho_{soil}=10$, $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.05$ и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=1$

Основываясь на полученных результатах, можно принимать $K_P^m = 1$ при соблюдении условий: для вертикального барьера – $P_{bar}/\lambda_{R,soil} \leq 15$, для горизонтального – $P_{bar}/\lambda_{R,soil} \leq 12$.

6.5. Инженерная методика определения коэффициентов снижения уровня колебаний в защищаемой зоне

Предлагаемая инженерная методика обобщает представленные ранее результаты исследования и является дополнением к существующим нормам. Она позволяет определять коэффициенты снижения уровня колебаний в защищаемой зоне при использовании в качестве метода защиты сплошного барьера, выполненного из однородного материала, имеющейся карты сейсмического районирования, а также результатов натурных измерений ускорений и перемещений в пределах площадки строительства во время землетрясений различной интенсивности и вычислять балльность площадки уже с учётом её территориальной защиты.

В качестве начальных данных при определении снижения уровня колебаний в защищаемой зоне выступают физико-механические характеристики грунта основания – модуль упругости E_{soil} , плотность ρ_{soil} и толщина волны Рэлея $\lambda_{R,soil}$, которую при известной частоте воздействия f можно определить с помощью следующего выражения:

$$\lambda_{R,soil} = c_{R,soil} / f . \tag{6.5.1}$$

Если при определении снижения уровня колебаний в защищаемой зоне используются кинематические характеристики сейсмического воздействия, коэффициент редукции определяется по преобразованной формуле (6.2.8):

$$\widetilde{K}_{red}^m = K_{\lambda,n}^* K_j^*. \tag{6.5.2}$$

Обозначения коэффициентов поясняются в подразделе 6.2.7. Звездочкой в верхнем индексе отмечены значения, определяемые интерполяцией по соответствующим таблицам.

Если материал барьера, его свойства (E_{pile} , ρ_{pile}) и один из геометрических параметров (толщина горизонтального барьера или глубина вертикального барьера) известны, коэффициент $K^*_{\lambda,n}$ определяется по табл. 6.3, 6.4. При промежуточных значениях аргументов E_{pile}/E_{soil} , ρ_{pile}/ρ_{soil} , $H_{bar}/\lambda_{R,soil}$, $L_{bar}/\lambda_{R,soil}$ величина коэффициента $K^*_{\lambda,n}$ определяется с помощью линейной интерполяции

Если полученное значение $K_{\lambda,n}^* = 1$, то эффективность барьера при дальнейшем изменении других параметров отсутствует и устройство такого барьера нецелесообразно.

После вычисления коэффициента $K^*_{\lambda,n}$ определяются коэффициент K^*_j , зависящий от второго геометрического параметра барьера, высоты горизонтального барьера или длины вертикального барьера:

$$K_{j}^{*} = 1 + \frac{\left(K_{j} - 1\right)\left(\frac{1}{K_{\lambda,n}^{*}} - 1\right)}{\left(\frac{1}{K_{\lambda,n}} - 1\right)}.$$
(6.5.3)

Здесь $K_{\lambda,n}$ – значение коэффициента, полученное при фактических физикомеханических параметрах барьера и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$ для горизонтального барьера или $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$ для вертикального барьера по табл. 6.3, 6.4; K_j – значение коэффициента при фактических физико-механических параметрах барьера и $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$ для вертикального барьера или $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$ для горизонтального барьера, которое определяется по табл. 6.5, 6.6.

При проектировании сплошного барьера необходимо соблюдать условие $P_{bar}/\lambda_{R,soil} \leq 15$ для вертикального барьера и $P_{bar}/\lambda_{R,soil} \leq 12$ для горизонтального барьера.

Величина $\lambda_{R,soil}$ должна соответствовать той частоте сейсмического воздействия, на которой сосредоточена большая часть энергии землетрясения. В этом случае в формулах (6.5.2), (6.5.3) можно использовать одно и то же значение $\lambda_{R,soil}$. Если энергия землетрясения равномерно распределена по частотам или её распределение неизвестно, при определении коэффициентов $K_{\lambda,n}^*$ и K_j^* величина $\lambda_{R,soil}$ должна соответствовать наименьшей значимой частоте, соответственно наибольшей длине волны Рэлея.

Пример 6.1. Рассмотрим в качестве защищаемой территории в сейсмически опасном районе Туркменистана площадку строительства, грунтовое основание которой сложено мягкими водонасыщенными глинами. Пользуясь табл. 6.1, 6.2 и, например, СП 50-101-2004 «Проектирование и устройство оснований и фундаментов зданий и сооружений», имеем следующие начальные условия: $\rho_{soil}=1750$ кг/м³, $E_{soil}\approx15$ МПа, $v_{soil}=0.25$. При частотах сейсмического воздействия f=2-10 Гц получим $\lambda_{R,soil}=55-11$ м. Предположим, что основная энергия рассматриваемого сейсмического воздействия сосредоточена на частотах, близких к $f\approx2.5$ Гц, для которой $\lambda_{R,soil}=22$ м.

А) Железобетонный вертикальный барьер. Сначала рассмотрим сплошной вертикальный барьер из железобетона, так что

$$\rho_{bar} / \rho_{soil} \approx 1.4, \quad E_{bar} / E_{soil} \approx 2000.$$

Будем использовать кинематический критерий снижения уровня колебаний в защищаемой зоне (формула (6.5.2)). Зададимся высотой барьера $L_{bar}=30$ м, так что $L_{bar}/\lambda_{R,soil}\approx4/3$. По табл. 6.4 получаем $K^*_{\lambda,L} = 0.85$. Далее, используя формулу (6.5.3) и табл. 6.6, определяем значение коэффициента K^*_H , предварительно задавшись длиной барьера $H_{bar}=1.1$ м, так что $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.05$:

$$K_{H}^{*} = 1 + \frac{\left(K_{H} - 1\right)\left(\frac{1}{K_{\lambda,L}^{*}} - 1\right)}{\left(\frac{1}{K_{\lambda,L}} - 1\right)} = 1 + \frac{\left(0.79 - 1\right)\left(\frac{1}{0.85} - 1\right)}{\left(\frac{1}{0.72} - 1\right)} = 0.9.$$

Тогда при размере защищаемой территории $P_{bar} \leq 15 \lambda_{R,soil} = 330$ м получаем

$$K_{red}^* = 0.85 \cdot 0.9 = 0.765$$
.

Б) Горизонтальный барьер из асфальтобетона. Рассматривается горизонтальный барьер из асфальтобетона, характеризуемого плотностью 2365 кг/м³ и динамическим модулем упругости 4.5 ГПа. Теперь определим коэффициент редукции для сплошного горизонтального барьера из плотного асфальтобетона:

$$\rho_{bar} / \rho_{soil} \approx 1.35, \quad E_{bar} / E_{soil} \approx 300.$$

Вновь будем использовать кинематический критерий снижения уровня колебаний в защищаемой зоне (формула (6.5.2)). Зададимся длиной барьера $H_{bar}=30$ м, так что $H_{bar}/\lambda_{R,soil}\approx4/3$. По табл. 6.3 получаем $K^*_{\lambda,H}=0.96$. Далее, используя формулу (6.5.3) и табл. 6.5, определяем значение коэффициента K^*_L , предварительно задавшись высотой барьера $L_{bar}=2.2$ м, так что $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.1$:
$$K_{L}^{*} = 1 + \frac{\left(K_{L} - 1\right)\left(\frac{1}{K_{\lambda,H}^{*}} - 1\right)}{\left(\frac{1}{K_{\lambda,H}} - 1\right)} = 1 + \frac{\left(0.77 - 1\right)\left(\frac{1}{0.96} - 1\right)}{\left(\frac{1}{0.96} - 1\right)} = 0.82.$$

Тогда при размере защищаемой территории $P_{bar} \le 12\lambda_{R,soil} = 264$ м получаем

$$K_{red}^* = 0.96 \cdot 0.82 = 0.787$$
.

Таким образом, в рассмотренных примерах с помощью вертикального и горизонтального барьеров обеспечена защита от рэлеевских волн с коэффициентами снижения уровней колебаний 0.765 и 0.787 соответственно.

6.6. Альтернативный критерий оценки снижения уровня колебаний в защищаемой зоне

При оценке уровня колебаний в защищаемой зоне альтернативой кинематическому критерию является энергетический, оцениваемый по упругой энергии.

Энергия упругих деформаций определяется в пределах плоскостей наблюдения – ограниченного объёма толщиной в два конечных элемента, шириной, равной ширине модели и заданной длине, равной, например, высоте барьера – и вычисляется в каждый момент времени по следующей формуле:

$$SE = \frac{1}{2} \int_{V} C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} dV, \qquad (6.6.1)$$

где C_{ijkl} – четырёхвалентный тензор упругости, в случае линейно упругой среды, $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$ – тензор деформаций. Суммирование в (6.6.1) осуществляется по повторяющимся индексам. Аналогично кинематическому критерию защитная способность барьера определяется путём сравнения величины упругой энергии при отсутствии барьера SE_0 с величиной упругой энергии при наличии барьера SE_i :

$$N_i = \frac{SE_{i,\max}}{SE_0}.$$
(6.6.2)

Замечание 6.1. Так как интегрирование ведётся по объёму толщиной в два конечных элемента, величина энергии упругих деформаций будет зависеть от размера конечных элементов. Поэтому сравнение друг с другом энергии упругих деформаций в двух разных сечениях допустимо, строго говоря, только если там используются одинаковые сетки и, следовательно, интегрирование осуществляется по одинаковым объёмам.

По аналогии с выражением (6.2.8) можно записать:

$$SE^{m} = N_{red}^{m} SE_{0}^{m} = N_{\lambda,n} N_{j} N_{P}^{m} SE_{0}^{m}, \qquad (6.6.3)$$

где верхний индекс m=V, H (Vertical и Horizontal) для вертикального и горизонтального барьеров соответственно; SE^m – энергия упругих деформаций в заданном сечении в защищаемой зоне при наличии барьера; SE_0^m – энергия упругих деформаций в заданном сечении в защищаемой зоне при отсутствии барьера; N_{red}^m – общий коэффициент снижения уровня колебаний для сплошного барьера; $N_{\lambda,n}$ – коэффициент снижения уровня колебаний вследствие изменения физико-механических характеристик материала барьера и изменения высоты (для вертикального барьера; n=L) или длины (для горизонтального барьера; n=H) сплошного барьера; N_j – коэффициент снижения уровня колебаний, учитывающий влияние длины (для вертикального барьера; j=H) или высоты (для горизонтального барьера; j=L) сплошного барьера; N_p^m – коэффициент снижения уровня колебаний, учитывающий влияние размера защищаемой зоны.

Для демонстрации использования энергетического критерия оценки снижения уровня колебаний в защищаемой зоне была применена та же модель вертикального барьера, на которой были получены все изложенные выше результаты. Было принято $E_{bar}/E_{soil}=1000$, $\rho_{bar}/\rho_{soil}=10$, $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$, $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$. Наблюдение осуществлялось в двух плоскостях "S3" и "S6", расположенных, соответственно, на расстоянии $3\lambda_{R,soil}$ и $6\lambda_{R,soil}$ от барьера. Графики изменения энергии упругих деформаций в плоскостях наблюдения во времени приведены на рис. 6.25, а расчётная модель с указанием плоскостей наблюдения – на рис. 6.26. По результатам расчёта получено значение коэффициента редукции $N_{red}^{V} = 0.47$.



Рис. 6.25. Изменение энергии упругих деформаций в плоскостях наблюдения "S3" и "S6" во времени при отсутствии барьера и наличии вертикального гомогенного сплошного барьера с $E_{bar}/E_{soil}=1000, \rho_{bar}/\rho_{soil}=10, L_{bar}/\lambda_{R,soil}=2$ и $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.01$



Рис. 6.26. Расчётная модель для оценки снижения уровня колебаний в защищаемой зоне посредством энергетического критерия

На основе развитой методики определения защитных свойств вертикальных и горизонтальных барьеров, плоских моделей и полученных расчетных результатов, можно сделать заключение о том, что концепция применения сплошных барьеров для защиты территории от поверхностных сейсмических волн, представляется перспективной, обеспечивая, как показывают приведенные в этой главе исследования, существенное снижение уровня колебаний, вызванных приходом рэлеевских волн.

6.7. Верификация полученных результатов с помощью пространственных моделей

6.7.1. Пространственные верификационные модели

Для того чтобы оценить точность результатов, полученных на плоских моделях, приведем верификационные данные, полученные на пространственных моделях среды и барьеров (рис. 6.27, 6.28).



Физико-механические и геометрические параметры грунта и барьеров принимались аналогичными использованным в Примере 6.1: ρ_{soil} =1750 кг/м³, E_{soil} =15 МПа, v_{soil} =0.25;

горизонтальный: ρ_{bar} =2350 кг/м³, E_{bar} =4.5 ГПа, v_{bar} =0.25; H_{bar} =30 м, L_{bar} =2.2 м; вертикальный: ρ_{bar} =2500 кг/м³, E_{bar} =30 ГПа, v_{bar} =0.25; H_{bar} =1.1 м, L_{bar} =30 м.

Частота волнового воздействия принималась равной 2.5 Гц, так что горизонтальный: $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=4/3$; $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.1$; вертикальный: $L_{bar}/\lambda_{R,soil}=4/3$; $H_{bar}/\lambda_{R,soil}=0.05$.

6.7.2. Выбор конечных элементов и задание нагрузок

Обе модели разбивались на конечные элементы с выбором гексаэдральных восьми узловых элементов (рис. 6.29). Общее число элементов в модели горизонтального барьера составляло 240 000, а в модели вертикального – 242 400 (размеры элементов варьировались). В расчетах применялись алгоритмы, основанные на явных разностных схемах.



Рис. 6.29. Схема разбивки на конечные элементы: *а* – горизонтальный барьер; *б* – вертикальный барьер

В качестве нагрузки использовалась гармоническая нагрузка, распределенная по части верхней (свободной) границы полупространства (рис. 6.30).



Рис. 6.30. Принципиальные схемы нагрузок и граничных условий: *а* – горизонтальный барьер; *б* – вертикальный барьер

Частота приложенной нагрузки выбиралась такой, чтобы обеспечить согласование по частоте с расчетами, выполненными по плоским моделям. Амплитуда нагрузки выбиралась в соответствии с рекомендациями [147] и была равна 0.001 от модуля Юнга материала грунта.

6.7.3. Результаты компьютерного моделирования

На рис. 6.31 показаны картины перемещений, наблюдаемые при взаимодействии сейсмических волн с рассматриваемыми барьерами.



Рис. 6.31. Динамические поля перемещений в пространственных моделях: *а* – горизонтальный барьер; *б* – вертикальный барьер

На приведенных рисунках обращает на себя внимание, во-первых, отсутствие красных зон больших перемещений в зонах непосредственно за барьерами, в то же время, вне барьеров (перед барьерами и сбоку от барьеров) такие зоны наблюдаются. Во-вторых, численный анализ перемещений в точках, находящихся в пределах защищаемых зон, показал, что для рассматриваемых пространственных моделей барьеров результаты по коэффициенту редукции оказываются близкими к полученным ранее по плоским моделям.

В частности, расчеты по рассматриваемой пространственной модели для горизонтального барьера дали коэффициент редукции 0.77, тогда как расчеты по методике, изложенной в разделе 6.5, дают коэффициент редукции 0.79 (различие составляет 2.5 %, что меньше обычно допустимых на 10 %).

Аналогичным образом для вертикального барьера из железобетона расчеты по пространственной модели дают коэффициент редукции 0.76, а по плоским моделям при применении методики из раздела 6.5 значение коэффициента редукции оказывается равным 0.77. Для вертикального барьера различие в коэффициентах редукции составляет 1.3 %, что также укладывается в рамки допустимой погрешности в 10 %.

Глава 7. Исследование эффективности различных виброзащитных систем, устраиваемых в грунте

7.1. Распространение вибраций от движения поездов метрополитена и виброзащитные системы

Транспортные магистрали, в том числе железнодорожные пути и линии метрополитена, являются основными источниками вибраций зданий и сооружений, расположенных в черте городской застройки. Проблема защиты зданий от вибраций, возникающих при движении поездов метрополитена, приобрела особую актуальность в последние годы, когда при строительстве новых линий метрополитена начали прокладывать, как правило, тоннели мелкого заложения. Этот способ прокладки тоннелей имеет техникоэкономические преимущества по сравнению с прокладкой тоннелей глубокого заложения и в настоящее время является основным. Во многих случаях вибрация внутри зданий значительно превышает допустимые нормы с точки зрения физиологического воздействия на людей и нормальной работы высокоточного оборудования.

Вибрация является одним из наиболее распространенных вредных производственных факторов. Вибрационная болезнь занимает 2-е место среди всех профзаболеваний. Более 30 % населения больших городов живут в условиях виброакустического дискомфорта [155].

Для выбора средств, уменьшающих нежелательные вибрации, необходимо изучить процесс распространения колебаний.

На основании результатов экспериментальных исследований можно считать, что колебания грунта, как утверждают многочисленные авторы, происходят во времени по гармоническому закону [156, 157]. Задачу можно рассматривать в линейной постановке, так как амплитуда колебаний мала. Отметим, что длина поезда, т.е. участка тоннеля, возбуждающего колебания грунта, достаточно протяженная и превышает длину обычных зданий. Следовательно, можно принять, что задача плоская. Примем прямоугольную систему координат. Ось *х* направим по свободной границе полуплоскости вправо. Ось *у* направим вглубь упругой среды (рис. 7.1), свойства которой характеризуются упругими постоянными: E – модуль Юнга; v – коэффициент Пуассона; ρ – плотность. Если ось *у* проводить через центр прямоугольника, имитирующего однопутный тоннель, то задача становится симметричной относительно оси *y*.

В полуплоскости с прямоугольным отверстием, расположенным вблизи свободной границы, распространяется волна от двух параллельных гармонических нагрузок, сосредоточенно приложенных к отверстию.

Предполагается, что полуплоскость неоднородна и обладает свойством внутреннего трения.



Рис. 7.1. Расчетная схема

Нами разработана методика, позволяющая исследовать широкий класс задач динамической теории упругости методом конечных элементов.

В случае предположения жесткого тоннеля нагрузка, передаваемая от поезда, предполагалась одинаковой по всему контуру тоннеля, а в случае учета упругих свойств тоннеля нагрузка задается только в точках, где передается воздействие от поезда к тоннелю.

Как известно, вибрация, распространяемая в грунтах от тоннеля метрополитена, гаснет в 50 м от продольной оси тоннеля [157]. Для решения задач численным методом нам необходимо выделить ограниченную область, не нарушая естественного состояния бесконечной полуплоскости. В работах [158, 159] разработаны граничные условия, так называемая стандартная вязкая граница с хорошей физической интерпретацией. Здесь реакция отброшенной части полуплоскости заменяется нормальными и касательными напряжениями на границах, т.е.

где σ и τ – нормальные и касательные напряжения; \dot{u} и \dot{v} – горизонтальная и вертикальная скорости частиц на границе; V_p и V_s – скорости p и s волн; a и b – безразмерные параметры; ρ – плотность материала.

Граничные условия (7.1.1) физически поглощают энергию волн, поступающую на границу, и тем самым интерпретируют прохождение волн через границу в бесконечность без отражения. Разобьем область на 1188 конечных элементов.

Уравнение системы, после конечно-элементного разбиения, записывается следующим образом:

$$[M]{\ddot{u}(t)} + (1 - R^*)[K]{u(t)} = {P(t)}$$
(7.1.2)

при $t=0; \{u\}=0; u\{\dot{u}\}=0,$

где R^* – интегральный оператор Вольтерра:

$$R^*u(t) = \int_0^t R(t-\tau)u(\tau)d\tau \,.$$

Здесь R(t) – ядро релаксации, имеющее слабо-сингулярную особенность типа Абеля, в частности, $R(t) = Ae^{-\beta t} \cdot t^{\alpha-1}$,

В случае установившихся колебаний получим систему комплексных алгебраических уравнений

$$\left[\overline{K}\right]\!\left\{\overline{u}\right\} = \left\{\overline{P}\right\},\tag{7.1.3}$$

где $[\overline{K}] = (1 - R_C + iR_S)[K] - 4\pi^2 f^2[M]$ – комплексная матрица жесткости.

Решая систему уравнений (7.1.3), определяем неизвестные комплексные амплитуды. На рис. 7.2 показаны изменения огибающих амплитуд вертикальных составляющих колебаний точек на свободной границе полуплоскости в зависимости от расстояния до оси симметрии тоннеля.

Пунктирными линиями обозначены результаты, когда контур тоннеля предполагается абсолютно жестким. Результаты многочисленных вычислений показали, что амплитуда колебания свободной границы полуплоскости немонотонно убывает с увеличением расстояния до источника. С увеличением частоты амплитуда колебаний уменьшается и волна быстрее затухает. Результаты имеют различие вблизи приложения источника и разница в зависимости от частоты составляет 11 – 17 %, а через некоторое расстояние эта разница исчезает.

Часто грунт бывает неоднородным, он делится на слои с различными механическими свойствами. Слоистое строение грунта служит причиной некоторых особенностей, которые нельзя объяснить, если рассматривать грунт как однородное тело.

Установлено, что при распространении поверхностных волн в слоистой среде имеет место дисперсия волн. Скорость распространения волн не постоянная, определяемая только упругими и инерционными свойствами, она зависит также от длины распространяющихся волн. Число элементарных волн в слоисто-неоднородных средах экспоненциально растет со временем *t*. Поэтому для достаточно больших значений времени представление волнового поля как суперпозиции элементарных волн, которые можно проследить от источника до точки регистрации, становится практически невозможным. Универсальность и гибкость МКЭ позволяет учитывать структурную и слоистую неоднородность полуплоскости. Необязательно, чтобы границы слоев были параллельными свободной границе полуплоскости.

Показаны результаты вычислений для трех случаев (рис. 7.3). В первом случае полуплоскость считается однородной и изменения огибающих амплитуд колебаний точек свободной границы полуплоскости показаны пунктирными линиями. Во втором – материал полуплоскости считается неоднородным по глубине и предполагается, что модуль упругости грунта постепенно

увеличивается по глубине и до 13 м в 5 раз, результаты этого случая показаны штрих-пунктирными линиями. В третьем – модуль упругости материала до 13 м глубины увеличивается в 10 раз, результаты показаны сплошными линиями.



Рис. 7.2. Изменение огибающей амплитуд колебаний точек свободной границы полуплоскости в предположениях упругого и жесткого контуров тоннеля



Рис. 7.3. Изменение огибающей амплитуд колебаний точек свободной границы полуплоскости в различных случаях неоднородности

Волна, распространяющаяся в слоисто-неоднородных грунтах, затухает медленнее, чем в однородных, когда модуль упругости материала растет по глубине. Учет слоистости полуплоскости значительно влияет на полученные результаты. При решении различных практических задач необходим учет слоистости строения грунта.

Как известно, трасса метрополитена проходит на различных расстояниях от поверхности земли в зависимости от рельефа грунтовой среды. Поэтому представляет интерес рассмотрение задачи для различных вариантов глубины заложения тоннеля, но это связано с большими преобразованиями в программе решения задачи, так как для каждого случая изменения глубины заложения тоннеля необходимо заново составить подпрограмму, в которой учитывается геометрическое расположение конечных элементов. Это объясняется тем, что для сохранения устойчивости конечно-элементной схемы одна сторона отдельного треугольного конечного элемента не должна сильно отличаться от остальных двух. Самый маленький угол треугольного конечного элемента должен быть не меньше 20^{0} .

Решение вариантов задачи о распространении вибрации от двухпутного тоннеля, когда она находится от двух до шести метров от свободной поверхности грунта. Показано, что графики сильно отличаются по численному значению и качеству. Следовательно, глубина заложения тоннеля существенно влияет на процесс распространения волн от тоннеля. Амплитуда колебаний поверхности грунта уменьшается с увеличением глубины заложения тоннеля.

7.2. Железобетонные виброзащитные системы

Проблема защиты зданий от вибраций, возникающих при движении поездов метрополитена, приобретает особую актуальность при строительстве тоннелей метрополитена мелкого заложения в таких крупных городах, как Ташкент. Спектральный состав этих вибраций находится в пределах от 5 до 100 Гц, т.е. достигает уровня, ощутимого для людей [160]. Строительство жилых зданий разрешено на расстоянии не ближе, чем в 40 м от тоннеля; при более близком расположении уровень вибраций следует определять расчетом и в случае необходимости разрабатывать виброзащитные устройства [160].

В работах [161, 162] исследованы железобетонные виброзащитные системы для защиты сооружений от поверхностных волн.

Рассмотрим защиту сооружений от вибрации, распространяющейся от тоннелей метрополитена мелкого заложения, различными бетонными преградами (рис. 7.4). Для этого необходимый участок дискретизируем на конечные элементы. Записываем уравнение равновесия для установившегося режима без временного множителя

$$\left[\overline{K}\right]\!\left\{\overline{u}\right\} = \left\{\overline{P}\right\}.$$

Гибкость метода конечных элементов позволяет формировать матрицу [κ] с учетом локальной неоднородности около тоннеля, а также железобетонного включения на пути волны.



Рис. 7.4. Схема устройства железобетонной преграды

Типы различных преград, устраиваемых в грунте, показаны на рис. 7.5.



Рис. 7.5. Предполагаемые виброзащитные системы

Задачу решаем при следующих исходных данных грунта:

 $E_T = 2.85 \cdot 10^8 \text{ Ha}$, v = 0.35.

Параметры тоннеля и железобетонной преграды принимаем

$$E_{\mathcal{H}.o} = 2 \cdot 10^{10} \, \Pi a$$
, $v = 0.15$.

1. Рассмотрим преграду типа «А» (см. рис. 7.5), т.е. вертикальную бетонную стену толщиной 1 м и высотой 7 м, уложенную в траншее параллельно боковой стене тоннеля.

На рис. 7.6, 7.7 показаны изменения огибающих максимальных значений амплитуд колебаний поверхности грунта в зависимости от расстояния до оси тоннеля при значениях частоты нагрузки: *f*=30, 40, 50 Гц. Здесь пунктирной линией показаны изменения модуля амплитуды на свободной границе полуплоскости, когда отсутствует преграда. Преграда находится в 6 м от тоннеля.



Рис. 7.6. Влияние преграды типа "А" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта

Сравнение результатов показывает, что при частоте f=30 Гц наблюдается увеличение амплитуды колебания грунта над тоннелем на 2.5 % относительно амплитуды колебаний на свободной границе полуплоскости, полученной без учета преграды. После преграды амплитуда свободной границы уменьшается на 41 %, но после прохождения расстояния 35 м эта разница почти исчезает.

При частоте *f*=40 Гц амплитуда колебания грунта над тоннелем в случае наложения преграды уменьшается на 2%, а после преграды – на 66 %. После прохождения расстояния 30 м эта разница уменьшается до 50 %.

При частоте f=50 Гц амплитуда над тоннелем опять увеличивается, а после преграды уменьшается на 56%. После прохождения 22 м волна затухает. Это явление в случае без преграды происходит в 30 м от тоннеля.

2. Рассмотрим преграду типа «Б», т.е. бетонную плиту шириной 7 м и толщиной 1 м, уложенную на горизонтальную поверхность полупространства.

На рис. 7.6, 7.7 показаны изменения амплитуды на свободной границе полуплоскости. Плита уложена, начиная с 3 м от тоннеля. В этом случае наблюдается значительное уменьшение амплитуды в месте, где уложена плита.

При частоте нагрузки f=20 Гц бетонная плита снижает амплитуду на свободной границе по всей протяженности, примерно, на 50 %. При f=30 Гц наблюдается резонансное явление, а при f=40 Гц амплитуда над тоннелем увеличивается на 18 %. В месте уложения плиты она уменьшается на 70 %, а затем изменяется более монотонно. Но после 18 м от тоннеля эффект преграды сводится к минимуму. Такое же явление можно наблюдать и при частоте нагрузки f=50 Гц.



Рис. 7.7. Влияние преграды типа "Б" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта



Рис. 7.8. Влияние преграды типа "В" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта

3.Рассмотрим случай распространения вибрации с учетом преграды типа «В».

На рис. 7.7, 7.8 приведены результаты вычислений. Детально изучать кривые изменения амплитуды на поверхности грунта мы не будем, так как этот тип преграды снижает колебание только около себя. После некоторого расстояния эффект такой преграды минимальный.

В заключение можно отметить, что наибольший эффект дает бетонная преграда типа А. С увеличением частоты нагрузки возрастает эффект бетонной стены. Бетонная преграда типа Б дает хороший эффект лишь при низких частотах. Эффект преграды типа В почти не зависит от частоты нагрузки.

7.3. Преграда – щель

Решение задачи методом конечных элементов о снижении колебаний, распространяющихся в грунтах от тоннелей метрополитена мелкого заложения, с помощью виброзащитных систем типа щелей трудности не представляет. Для этого при формировании матриц жесткости и массы необходимо при-

равнять к нулю толщину элементов, находящихся там, где предполагается щель.

Предположим, что на пути распространения волн от тоннелей вырыта траншея шириной 1 м и глубиной 7 м (тип преграды «Г», см. рис. 7.5). Траншея находится в 6.5 м от тоннеля. Результаты, полученные с учетом этой траншеи, показаны на рис. 7.9 – 7.14. Для сравнения пунктирными линиями даны изменения модуля амплитуды на поверхности грунта, полученные без учета траншеи.

При частоте f=10 Гц перед траншеей наблюдается увеличение амплитуды в 4 раза относительно амплитуды, полученной без учета траншеи. После прохождения траншеи изменение амплитуды, относительно полученной без учета траншеи, происходит на расстоянии 15 - 40 м от тоннеля, а после 40 м кривые на графике сливаются, т.е. эффект траншеи исчезает.



Рис. 7.9. Влияние преграды типа "Г" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта



Рис. 7.10. Влияние преграды типа "Г" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта

При частоте нагрузки f=15 Гц преграда-щель дает очень хороший эффект, хотя перед траншеей амплитуда грунта увеличивается за счет отраженных волн, после прохождения щели амплитуда уменьшается в 10 - 12 раз относительно амплитуды, полученной без учета траншеи.

При частоте нагрузки f=20 Гц до траншеи наблюдается явление, близкое к резонансному, а за траншеей происходит снижение амплитуды на 25 %. На расстоянии 40 м амплитуда снижается в 2 раза.

При частоте нагрузки *f*=25 Гц перед траншеей амплитуда увеличивается за счет отражения от стенки щели на 70 %, а после прохождения преграды амплитуда снижается на 65 %. На расстоянии 40 м амплитуда снижается в 6 раз.

При частоте нагрузки f=30 Гц перед траншеей амплитуда увеличивается более чем в 2 раза, а после траншеи она снижается на 73 %. На расстоянии 35 м от тоннеля колебание полностью поглощается.



Рис. 7.11. Влияние преграды типа "Г" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта

При частоте нагрузки f=35 Гц (рис. 7.11) после траншеи наблюдается снижение амплитуды колебания в 2 раза, а на расстоянии 33 м от тоннеля колебание на поверхности грунта полностью исчезает.

При частоте f=40 Гц снижение колебания составляет 50 % амплитуды, полученной без учета преграды. В 20 м от тоннеля колебание полностью поглощается. При частотах f=45 и 50 Гц преграда-щель дает примерно такой же эффект.



Рис. 7.12. Влияние преграды типа "Г" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта



Рис. 7.13. Влияние преграды типа "Г" на амплитудно-частотную характеристику точки свободной границы, находящейся на расстоянии *x*=8.5 м



Рис. 7.14. Влияние преграды типа "Г" на амплитудно-частотную характеристику точки свободной границы, находящейся на расстоянии *x*=12.5 м

Приведенные анализы показывают, что преграда-щель дает очень хороший эффект при всех частотах, кроме f=10 Гц, снижение амплитуд колебаний находится в пределах от 50 до 100 %.

Исследования показывают, что траншеи имеют большую способность по снижению вибраций от прохождения поездов метрополитена мелкого заложения. Однако траншеи не устойчивы к длительному периоду непрерывных воздействий вибрации, поэтому они не соответствуют постоянным изоляционным мероприятиям. Рассмотрим некоторые щели, закрепленные бетонными стенами.

1. Допустим, что щель запломбирована бетонной крышкой в виде буквы П, толщина крышки – 0.5 м. Изменение модуля амплитуды на свободной поверхности грунта, полученное с учетом включения П.

По результатам видно, что амплитуда снижается только около преграды, а через некоторое расстояние разница незначительная, т.е. крышка, которой мы закрепляем щель, снижает изоляционную способность щели.

2. Рассмотрим теперь закрепление щели так, как показано на схеме Д. Считается, что стенки и дно щели закреплены бетоном толщиной 0.5 м. Результаты этого случая показаны на рис. 7.15.

Сравнение модулей амплитуд, полученных с учетом преграды типа «Д» и без учета ее, показывает, что при частоте нагрузки f=30 Гц после преграды амплитуда снижается в 2 раза, но постепенно эта разница уменьшается и после прохождения 35 м от тоннеля эффект преграды не замечается.



Рис. 7.15. Влияние преграды типа "Д" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта

При частоте нагрузки *f*=40 Гц после преграды амплитуда уменьшается на 60 %, а на расстоянии 30 м от тоннеля колебание затухает.

При частоте нагрузки *f*=50 Гц (см. рис. 7.15) после 50 м за преградой амплитуда уменьшается на 66 %, и в 23 м от тоннеля колебание поглощается.

На всех графиках не наблюдались скачки перед преградой, как это имело место в случае преграды-щели без закрепления.

3. Рассмотрим вариант закрепления щели, показанный на схеме Е, т.е. закрепляются две вертикальные стены щели, а дно остается без изменения. Результаты, полученные с учетом такой преграды, показаны на рис. 7.16, 7.17. Сопоставление результатов показывает, что при частоте f=30 Гц такая преграда снижает колебание на 73 %, и оно полностью поглощается в 37 м от тоннеля.





Рис. 7.16. Влияние преграды типа "Е" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта при *f*=30 Гц

Рис. 7.17. Влияние преграды типа "Е" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта при *f*=40 Гц

При частоте f=40 Гц амплитуда колебания грунта после преграды снижается на 81 %, и колебание полностью поглощается на расстоянии 20 м от тоннеля; при частоте нагрузки f=50 Гц преграда типа «Е» снижает колебание на 94 % и оно сразу же поглощается. И в этом случае скачок амплитуды перед ней не наблюдается.

Как известно, вязкоупругие материалы имеют большую способность по поглощению энергии колебаний.

4. Рассмотрим случай заполнения щели вязкоупругим материалом (тип «Ж»). Здесь при формировании матрицы жесткости необходимо иметь в виду, что конечные элементы, находящиеся на месте щели, обладают большой вязкостью. В данном случае считаем, что коэффициент демпфирования в 100 раз больше коэффициента демпфирования грунта. На рис. 7.18 даны результаты, полученные для этого случая. Графики показывают, что эффект такой виброзащитной системы имеет локальной характер и с удалением от нее эффект становится незначительным.



Рис. 7.18. Влияние преграды типа "Ж" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта

5. Рассмотрим виброзащитную систему типа «З», т.е. щель, укрепленную с двух сторон бетонной стеной и заполненную вязкоупругим материалом. Результаты, полученные использованием такой преграды, приведены на рис. 7.18. На рис. 7.19 показано изменение модуля амплитуды на свободной границе полуплоскости при частоте нагрузки f=20 Гц. Здесь снижение амплитуды после преграды составляет 35 %, при f=30 Гц уменьшение амплитуды после преграды составляет 60 %, в остальных местах – 50 %, при f=40 Гц уменьшение амплитуды за преградой составляет 80 % от амплитуды колебания на поверхности грунта без преграды. В этом случае волна поглощается на расстоянии 31 м от тоннеля. При f=50 Гц наблюдается примерно такое же соотношение.



Рис. 7.19. Влияние преграды типа "З" на огибающую амплитуд колебаний точек поверхности грунта

Исследования показывают, что наиболее эффективна преграда типа «Е», поэтому исследуем ее несколько подробнее. Интересно узнать, при какой глубине преграда будет самой эффективной. Рассматривались случаи глубины щели от 2 до 8 м, находящейся на расстоянии 7.5 м от тоннеля, при распространении гармонической волны от однопутного тоннеля метрополитена, находящегося на глубине 9 м.

На рис. 7.20 показаны изменения амплитуды отдельных точек свободной границы полуплоскости, расположенных за преградой, в зависимости от глубины преграды и различных частот нагрузки.



Рис. 7.20. Изменение амплитуд отдельных точек на поверхности грунта в зависимости от глубины преграды

Линия со звездочками означает изменение амплитуды точки, находящейся на расстоянии от тоннеля x=8.5 м, линия с кружочками означает изменение амплитуды точки на расстоянии x=21 м, линия с треугольниками означает изменение амплитуды точки, находящейся на расстоянии x=33.5 м.

На указанных графиках наблюдается тенденция к увеличению глубины преграды, амплитуды точек уменьшаются, но очень малое изменение наблюдается от 6 до 8 м. Это приводит к выводу, что преграда типа «Е» с глубиной 6 м вполне достаточна для защиты от вибраций, возникающих от прохождения поездов в тоннеле, находящемся на глубине 9 м.

В заключение можно отметить, что преграды типа «Е» и «З» наиболее стабильно поглощают вибрации, возникающие от прохождения поездов метрополитена. С увеличением частоты и глубины преграды поглощающая способность таких преград растет. Для конкретного случая, зная глубину заложения тоннеля, можно установить эффективную глубину преграды.

7.4. Некоторые другие варианты защиты зданий от вибраций

Рассмотрим задачу для других вариантов (рис. 7.21) защиты сооружений от вибрации, распространяющейся от прохождения поездов метрополитена мелкого заложения.

Типы различных преград, устраиваемых в грунте, показаны на рис.7.21.

Задача решена при следующих исходных физико-механических и диссипативных параметрах грунта (гравийно-песчаные):

 $E_{\Gamma}=2.85\cdot10^8 \text{ Ha}; \rho_{\Gamma}=1.87\cdot10^3 \text{ H}\cdot\text{c}^2/\text{M}^4; v_{\Gamma}=0.35; A_{\Gamma}=0.01373 \beta_{\Gamma}=0.0000013 \alpha_{\Gamma}=0.2.$

Параметры железобетона, применяемого для обделки тоннеля в преградах: $E_{\infty.6}=2\cdot10^{10}$ Па; $\rho_{\infty.6}=2.45\cdot10^3$ н·c²/м⁴; $v_{\infty.6}=0.15$, его вязкоупругие характеристики: $A_{\infty.6}=0.075$ $\beta_{\infty.6}=0.00000014$ $\alpha_{\infty.6}=0.0194$.

Параметры камня, применяемого в преграде типа "АА" (разбросанные камни) и типа "Д" (с массами в ж/б элементы): $E_K=2\cdot 10^{10}$ Па; $\rho_K=2.6\cdot 10^3$ н·c²/м⁴; $v_K=0.13$.



Рис. 7.21. Различные типы виброзащитных систем

В качестве внешних воздействий рассматривается кинематическое воздействие, изменяющееся по закону

$$\vec{U}(\vec{x},t) = \vec{U}^*(\vec{x}) \exp(-i\omega t),$$

где ω -частота внешних воздействий; $\vec{U}^*(\vec{x})$ -вектор единичных перемещений.

1. Преграда типа "АА" (рис. 7.21). Засыпка грунта вокруг тоннеля метрополитена, построенного открытым способом работ, производится с одновременной наброской камней. В качестве камней могут быть использованы железобетонные элементы, непригодные к использованию по прямому назначению. Целью исследования преграды типа "АА" является изучение влияния элементов, находящихся в теле засыпаемого грунта, на колебания наземных сооружений при воздействии вибрации от проходящих поездов метрополитена мелкого заложения. Предполагается, что жесткость этих элементов в несколько раз больше, чем засыпаемый грунт. Размеры камней (элементов) приняты в форме квадрата 1×1. Порядок расположения – хаотический.

На рис. 7.22, 7.23 показано изменение амплитуды колебаний поверхности грунта A/A_1 в зависимости от расстояния L от оси тоннеля при значениях частоты воздействий f=10, 15, 20, 25 Гц. Здесь и на всех остальных графиках данного параграфа пунктирной линией обозначено изменение величины амплитуды точек поверхности грунта при отсутствии преграды, а через A_1 – заданная амплитуда вертикального смещения и A – полученная амплитуда при решении задачи. Полученные результаты показывают, что при всех рассмотренных частотах воздействий амплитуда колебаний точек поверхности грунта над тоннелем уменьшается по сравнению с амплитудой, полученной без учета преграды. Уменьшение амплитуды с преградой составляет при частоте воздействия f=10 Гц на расстоянии 10 м – 4 %, при f=15 Гц на расстоянии 10 м – 26 %, 20 м – 45 %, 30 м – 28 % и на расстоянии 40 м – 19 %; при f=20 Гц на расстоянии 10 м – 21 %, 20 м – 26 %, 30 м – 19 % и 40 м – 27 %; при f=25 Гц на расстоянии 10 м – 1 %, 20 м – 13 %, 30 м – 8 % и 40 м – 7 %.





Рис. 7.22. Изменение амплитуд колебаний точек поверхности грунта при частотах воздействия (- - - без преграды; —— – при наличии преграды) при *f*= 15 Гц



Анализ результатов показывает, что преграда типа "АА" существенно уменьшает амплитуду колебаний точек поверхности грунта при частотах воздействия f=15 - 25 Гц. При высокочастотных воздействиях влияние такого вида преграды не существенно.

2. Преграда типа "ВВ" (рис. 7.21). Пассивная виброзащитная система этого типа состоит из вертикальной бетонной стены толщиной 1 м, уложенной в траншее параллельно боковой стене тоннеля. Слой грунта шириной 1 м, примыкающий к этой стенке с левой стороны, имеет коэффициент вязкости в 3 раза больше, чем окружающий его грунт. Глубина такого вида преграды – 6.5 м.

На рис. 7.24 показано изменение амплитуд колебаний поверхности грунта в зависимости от расстояния от оси тоннеля при значениях частоты воздействия f=10, 20, 30 Гц. Преграда находится на расстоянии 5 м от оси тоннеля.



Анализ полученных результатов показывает, что эффективность преграды типа "ВВ" достигается при низких частотах f = 10 - 20 Гц.

Амплитуда колебаний точек поверхности грунта над тоннелем уменьшается по сравнению с амплитудой, полученной без учета преграды. Эта разница составляет при частоте воздействия f=10 Гц на расстоянии 10 м – 28%, 20 м – 65 %, 30 м – 81 % и 40 м – 50 %; при частоте f=20 Гц на расстоянии 10 м – 4%, 20 м – 80%, 30 м – 12% и 40 м – 19 %; при f=30 Гц на расстоянии 10 м – 17 % и на расстоянии 20 м – 65 %.

3. Преграда типа "СС" (рис. 7.21). Пассивная виброзащитная система этого типа закреплена бетонными стенами шириной 1 м и толщиной 0.5 м. Грунт, примыкающий к этим стенам (шириной 0.5 м), имеет коэффициент вязкости в 3 раза больше, чем окружающий грунт. Глубина заложения преграды составляет 6.5 м.

Результаты, полученные с учетом этой преграды, показаны на рис. 7.25 – 7.27. Преграда находится в 5.5 м от оси тоннеля. Амплитуда колебаний точек поверхности грунта над тоннелем при наличии преграды уменьшается при низких и высоких частотах воздействия f=10, 15, 40, 45 Гц и увеличивается в среднем спектре частот, т.е. при f=20, 35 Гц по сравнению с амплитудой без учета преграды. Уменьшение амплитуды с преградой составляет при частоте воздействия f=10 Гц на расстоянии 10 м – 35 %, 20 м – 65 %, 30 м – 48 % и 40 м – 34 %;

при f=15 Гц на расстоянии 10 м–59 %, 20 м – 77 %, 30 м – 35 % и 40 м – 55 %; при f=20 Гц на расстоянии 10 м–48 %, 20 м – 59 %, 30 м – 35 % и 40 м–73 %; при f=25 Гц на расстоянии 10 м – 63 %, 20 м – 70 %, 30 м – 64 % и 40 м – 52 %; при f=30 Гц на расстоянии 10 м – 50 %, 20 м – 58 %, 30 м – 66 % и 40 м – 4 %; при f=35 Гц на расстоянии 10 м – 71 %, 20 м–39 %, 30 м – 77 % и 40 м – 90 %; при f=40 Гц на расстоянии 10 м –79%, 20 м–31 %, 30 м – 73 % и 40 м – 100 %; при f=45 Гц на расстоянии 10 м – 66 %, 20 м – 40 %, 30 и 40 м – 0 %.



Рис. 7.25. Изменение амплитуд колебаний точек поверхности грунта (- - - без преграды; — – при наличии преграды)

A/A





Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что предлагаемая преграда типа "СС" снижает амплитуды колебаний точек поверхности грунта при всех рассмотренных частотах воздействия, приложенного к нижней части тоннеля метрополитена. Это доказывает ее эффективность.

4. Преграда типа "DD" (рис. 7.21). Пассивная виброзащитная система этого типа состоит из рва шириной 1 м, глубиной 6.5 м, подкрепленного железобетонными стенами шириной 0.5 м. На глубине 1.5 и 3.0 м находятся присоединенные массы m_1 и m_2 , закрепленные между стенами упругими связями с жесткостями C_1 и C_2 .

На рис. 7.28 – 7.30 показаны амплитуды колебаний поверхности грунта с учетом преграды в зависимости от расстояния от оси тоннеля. Преграда находится на расстоянии 6 м от оси тоннеля.



Рис. 7.28. Изменение амплитуд колебаний точек поверхности грунта (- - - без преграды; — – при наличии преграды)



Рис. 7.29. Изменение амплитуд колебаний точек поверхности грунта (- - - без преграды; — - при наличии преграды)



Рис. 7.30. Изменение амплитуд колебаний точек поверхности грунта (--- без преграды; —— – при наличии преграды)

Амплитуда колебаний точек поверхности грунта над тоннелем уменьшается при частотах воздействия f=40 Гц, а во всех остальных рассматриваемых частотах она увеличивается по сравнению с амплитудой без учета преграды. При частоте воздействия f=10 Гц на расстоянии 10 м она также увеличивается на 7 %. Уменьшение амплитуды с преградой составляет при частоте воздействия f=10 Гц на расстоянии 20 м – 19 %, 30 м – 42 % и 40 м – 15 %; при f=10 Гц на расстоянии 20 м – 19 %, 30 м – 42 % и 40 м – 15 %; при f=15 Гц на расстоянии 10 м – 23%, 20 м – 50%, 30 м – 20 % и 40 м – 28%; при f=20 Гц на расстоянии 10 м – 48 %, 20 м – 58 %, 30 м – 33 % и 40 м – 59%; при f=25 Гц на расстоянии 10 м – 61 %, 20 м – 50 %, 30 м – 39 % и 40 м – 63 %; при f=30 Гц на расстоянии 10 м – 61 %, 20 м – 20 %, 30 м – 42 % и 40 м – 63 %; при f=35 Гц на расстоянии 10 м – 68 %, 20 м – 26 %, 30 м – 65 % и 40 м – 65 %; при f=40 Гц на расстоянии 10 м –55 %, 20 м – 13 %, 30 м – 60 % и 40 м – 82 %.

Такая преграда типа "DD" нам представляется универсальной, так как если нам известна частота внешнего воздействия или её пределы изменения, то для уменьшения уровня вибрации устанавливаемую преграду можно настроить на эту частоту. При этом, изменяя количество массы или жесткость упругих связей этой преграды в зависимости от величины вынуждающей частоты, мы можем снизить любую вибрацию до требуемого уровня.

Полученные результаты показывают, что предлагаемая преграда типа "DD" с двумя массами m_1 и m_2 , прикрепленными к бетонным стенкам с помощью упругих связей, снижает амплитуды колебаний точек поверхности грунта почти при всех рассматриваемых частотах воздействия. Это доказывает ее эффективность.

Анализ полученных результатов по уменьшению уровня вибрации поверхности грунта при прохождении поездов метрополитена мелкого заложения показывает, что преграда типа "АА" эффективна только при низких частотах на всех рассматриваемых расстояниях. Преграда типа "BB", в основном, снижает уровень вибрации только около себя. Преграды типа "CC" и "DD" снижают уровень вибраций при всех рассматриваемых частотах и на всех расстояниях. В заключение можно отметить, что преграды типа "AA" и BB" дают наибольший эффект только при низких частотах. С увеличением частоты такой эффект уменьшается. Предлагаемые преграды типа "CC" и "DD" дают эффект при всех рассматриваемых частотах и на всех расстояниях. По нашему мнению, для экранирования зданий и сооружений применение преграды типа "CC" и "DD" наиболее эффективно. Мы рекомендуем применение такого вида преград для защиты зданий и сооружений от вредных вибраций, распространяемых от движения поездов метрополитена мелкого заложения.

7.5. Исследование эффективности различных виброзащитных систем при защите сооружения с учетом его взаимодействия с основанием

Рассматривается защита сооружений от вибрации, распространяющейся от внешнего источника. Под внешним источником подразумевается распространение вибрации от прохождения железнодорожного транспорта или трамваев, движущихся на близких расстояниях от сооружения. Решена задача о вынужденных колебаниях плоской однородной системы "сооружение – основание" с установленными преградами между источником возмущения и защищаемым объектом (рис. 7.31).



Рис. 7.31. Расчетная схема

Конкретные задачи решены при исходных данных, приведенных в §7.3.

Основываясь на результатах, приведенных в §7.3, проведено исследование преграды типа "СС", так как она оказалась более эффективной при защите зданий и сооружений от вредных вибраций, распространяющихся от движения поездов метрополитена мелкого заложения.

При исследовании эффективности пассивной виброизоляции преграда была установлена на расстояниях 2, 3, 6, 9 и 12 м от сооружения по пути распространения волны.

На рис. 7.32 показаны изменения максимальных значений амплитуд вертикальных колебаний поверхности грунта в зависимости от расстояния от источника при значениях частоты воздействия f=20, 30, 35 Гц. Эти результаты получены при установлении преграды на расстоянии 2 м от сооружения. Здесь и на всех остальных графиках данного параграфа пунктирной линией показаны изменения модуля амплитуды точек поверхности грунта при отсутствии преграды.



Рис. 7.32. Влияние преграды типа "СС", установленной на расстоянии 2 м от сооружения, на изменение вертикальных смещений поверхности грунта

Амплитуда колебаний точек поверхности грунта перед преградой увеличивается при частотах воздействия f=20, 30 и 35 Гц по сравнению с амплитудой колебаний без учета преграды. Уменьшение амплитуд вертикальных смещений точек фундамента сооружения с преградой составляет при частоте воздействия f=20 Гц в точке 1-20 %, 11-83 % и в точке 21-94 %; при f=30 Гц в точке 1-44 %, 11-31 % и в точке 21-60 %; при f=35 Гц в точке 1-43 %, 11-54 % и в точке 21-49 % относительно амплитуд колебаний без учета преграды.

Исследована эффективность пассивной виброизоляции типа "СС", установленной на расстоянии 2 м от сооружения, для уменьшения уровня вибрации в различных точках сооружения от внешнего источника.

В табл. 7.1 приводится эффективность преград (%) относительно амплитуд вертикальных смещений без учета преград для различных точек сооружения.

Таблица 7.1

Точка	Частота, Гц								
	10	15	20	25	30	35	40		
1	7.1	-100.6	22.8	-3.2	44.5	43.0	49.9		
2	-40.7	-59.9	70.7	59.0	35.9	72.2	3.7		
3	-42.8	-39.3	78.0	22.5	33.4	64.7	2.5		
4	-39.7	28.6	40.3	25.5	38.4	58.8	64.7		
5	-29.9	41.7	41.8	-8.0	57.6	45.2	39.7		
6	-38.7	-13.9	58.0	-11.4	-25.3	32.8	-39.8		
7	-66.6	-35.7	56.9	-6.7	-47.3	-39.9	40.9		
8	-66.5	-57.1	35.7	26.4	30.3	53.0	-20.0		
9	-76.6	55.7	20.9	-34.3	-54.6	3.8	9.8		
10	-78.7	67.6	17.0	-26.3	-62.0	-31.6	80.7		
11	25.5	-55.3	83.0	65.0	81.4	53.7	-8.5		
12	2.5	-87.3	73.1	22.1	57.0	86.9	50.1		
13	-8.6	-92.4	43.4	22.4	49.8	81.2	14.1		
14	-10.2	-73.1	36.0	32.6	9.4	64.9	-19.0		
15	-10.1	-74.3	35.7	79.9	61.7	71.3	-37.7		
16	-10.8	-74.5	3.3	70.1	93.5	86.5	-40.7		
17	1.7	-75.1	38.2	31.9	57.7	74.6	-39.6		
18	-5.8	-75.7	33.3	15.4	49.8	62.1	5.9		
19	-6.3	-77.1	29.9	22.3	71.6	52.0	9.8		
20	-6.4	-78.7	39.4	23.4	71.3	85.2	-7.7		
21	-10.0	6.6	93.8	25.3	60.0	48.9	5.9		
22	-27.7	-6.7	73.3	93.2	71.8	46.1	5.9		
23	-28.7	-50.7	72.9	50.4	58.7	74.0	-23.4		

Эффективность преград относительно амплитуд вертикальных смещений без учета преград, %

							···
24	-17.4	-59.9	21.0	14.2	76.2	95.6	59.6
25	-6.6	-18.8	16.4	28.3	55.1	67.7	94.8
26	-19.1	-33.3	10.4	82.1	62.1	42.5	54.9
27	-17.8	-94.8	37.5	86.7	85.2	9.7	-37.9
28	-15.9	-100.4	54.4	52.0	67.1	-20.0	-24.4
29	-1.8	-65.2	63.2	58.7	5.5	-24.7	60.6
30	0.3	-55.8	60.7	53.3	62.2	35.3	46.2

Продолжение таблицы 7.1

Анализ полученных результатов показывает, что эффективность преграды типа "СС", установленной на расстоянии 2 м от сооружения, наблюдается при больших частотах воздействия f=20, 30, 35 Гц.

На рис. 7.33 показано изменение максимальных значений амплитуд вертикальных колебаний поверхности грунта в зависимости от расстояния от источника при значениях частот воздействий f=20, 30, 35 Гц. Эти результаты получены при установлении преграды на расстоянии 3 м от сооружения.



Рис. 7.33. Влияние преграды типа "СС", установленной на расстоянии 3 м от сооружения, на изменение вертикальных смещений поверхности грунта

Амплитуда колебаний точек поверхности грунта перед преградой увеличивается при частотах воздействия f=20, 30 и 35 Гц по сравнению с амплитудой колебаний без учета преграды. Уменьшение амплитуд вертикальных смещений точек фундамента сооружения при наличии преграды по сравнению с амплитудой колебаний без учета преграды составляет при частоте воздействия f=20 Гц в точке 1 - 26 %, 11 - 84 % и в точке 21 - 93 %; при f=30Гц в точке 1 - 48 %, 11 - 78 % и в точке 21 - 62 %; при f=35 Гц в точке 1 - 52%, 11 - 55 % и в точке 21 - 52 %.

Исследована эффективность пассивной виброизоляции типа "СС", установленной на расстоянии 3 м от сооружения, для уменьшения уровня вибрации для различных точек сооружения от внешнего источника.

В табл. 7.2 приводится эффективность преград (%) относительно амплитуд вертикальных смещений без учета преград для различных точек сооружения.

Таблица 7.2

Эффективность преград относительно амплитуд вертикальных смещений без учета преград, %

Точка	Частота, Гц							
	10	15	20	25	30	35	40	
1	-4.7	-110.7	36.9	-12.6	48.2	52.3	39.4	
2	-37.2	-58.1	70.1	74.4	21.5	76.8	14.4	
3	-38.2	-35.4	77.8	33.1	19.9	66.9	18.0	
4	-37.4	32.4	45.8	16.9	1.0	61.5	51.3	
5	-30.9	31.9	12.4	-71.5	61.2	47.8	19.8	
6	-38.6	-28.2	64.3	-95.7	19.6	40.2	-47.1	
7	-48.4	-29.4	59.2	-49.5	53.5	49.2	58.4	
8	-51.5	-30.2	39.2	29.9	21.3	60.8	-5.7	
9	-61.8	59.2	25.1	-34.3	60.5	14.8	23.7	
10	-61.2	71.2	21.4	-29.3	74.5	14.4	90.0	
11	20.1	-53.9	84.4	66.1	78.1	55.4	-0.1	
12	-0.9	-26.7	74.5	15.9	57.6	81.6	54.8	
13	-10.6	-42.5	46.8	15.1	49.3	80.7	16.6	
14	-11.9	-21.2	-52.5	23.9	9.8	70.8	-15.5	
15	-11.7	-16.1	1.4	74.0	54.2	76.6	-19.3	
16	-12.2	-7.9	30.4	66.1	89.8	79.2	-19.9	
17	-0.8	-7.7	43.9	31.4	56.3	71.7	-20.0	
18	-7.8	-8.8	-63.8	17.6	40.7	70.5	-5.8	
19	-8.3	-3.1	33.9	12.2	68.7	56.9	10.1	
20	-8.4	-4.4	42.7	15.2	66.3	79.4	-14.9	
21	-12.3	7.0	93.6	38.9	62.6	52.4	16.9	
22	-28.0	-7.8	74.1	86.2	60.4	49.1	19.8	
23	-29.7	-55.2	72.8	41.7	49.7	73.7	-15.3	
24	-19.3	-64.1	22.1	7.3	73.9	97.7	49.0	
25	-9.9	-19.9	-53.6	25.9	49.3	75.1	82.4	
26	-21.2	-41.1	12.7	70.3	63.4	49.2	51.7	
27	-93.8	-51.2	43.7	87.2	74.6	17.2	-13.3	
28	-4.3	-62.6	57.5	54.2	57.4	18.3	-7.0	
29	8.1	-65.8	65.3	48.5	32.7	41.6	77.6	
30	10.0	-55.4	63.2	43.9	75.8	65.9	23.8	

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что предлагаемая преграда типа "СС", установленная на расстоянии 3 м от сооружения, снижает уровни вибраций в различных точках сооружения только при высокочастотном воздействии f=30, 35, 45 Гц.

На рис. 7.34 показаны результаты исследований установления преграды типа "СС" на расстоянии 6 м от сооружения при частотах воздействия f=20, 30, 35 Гц. Амплитуды колебаний точек поверхности грунта перед преградой увеличиваются при частотах воздействия f=20, 30 и 35 Гц по сравнению с амплитудой колебаний без учета преграды. Уменьшение амплитуд вертикальных смещений точек фундамента сооружения при наличии преграды по сравнению с амплитудами колебаний без учета преграды составляет при частоте воздействия f=20 Гц в точке 1-9%, 11-69% и в точке 21-74%; при f=30 Гц в точке 1-45%, 11-68% и в точке 21-72%; при f=35 Гц в точке 1-38%, 11-83% и в точке 21-49%.



Рис. 7.34. Влияние преграды типа "СС", установленной на расстоянии 6 м от сооружения, на изменение вертикальных смещений поверхности грунта

В табл. 7.3 приводится эффективность преграды (%) типа "СС", установленной на расстоянии 6 м от сооружения, относительно амплитуд вертикальных смещений без учета преград для различных точек сооружения.

Таблица 7.3

Эффективность преграды типа "СС" относительно амплитуд вертикальных смещений без учета преград, %

Точка	Частота, Гц							
	10	15	20	25	30	35	40	
1	-20.2	-88.4	8.7	25.4	45.6	38.3	40.6	
2	-31.3	-16.9	60.0	76.2	-27.1	82.8	43.9	
3	-30.3	-3.1	83.3	53.9	-5.1	38.0	46.4	
4	-35.9	34.3	61.7	49.0	-14.3	65.4	65.9	
5	-38.5	63.0	22.0	27.5	17.6	34.6	55.8	
6	-43.9	38.5	57.7	10.0	-21.2	37.3	55.6	
7	-46.9	-4.7	73.5	32.6	-47.9	48.4	55.3	
8	-72.5	-38.4	66.9	70.8	-13.7	24.8	24.7	
9	-78.2	58.3	54.9	-98.6	-82.3	19.1	55.2	
10	-82.4	65.8	51.1	-58.0	-47.4	52.8	76.8	
11	-2.5	-11.1	69.4	65.2	67.6	83.4	39.9	
12	-16.7	-13.2	61.1	61.5	18.3	26.3	71.1	
13	-22.6	-21.8	27.5	59.6	7.0	50.4	5.5	
14	-23.1	-90.0	-33.5	58.8	18.7	43.7	20.2	
15	-22.9	-89.0	40.9	81.6	67.4	60.7	16.2	
16	-23.2	-38.7	46.8	86.3	79.1	15.8	18.8	
17	-14.9	-35.2	65.6	75.4	16.1	34.3	16.4	

Точка	Частота, Гц							
18	-20.3	-45.7	-33.0	70.4	6.1	9.4	5.7	
19	-20.6	-19.2	67.6	31.5	35.1	16.2	26.0	
20	-20.7	-20.3	77.1	-36.4	71.2	30.8	29.1	
21	-26.2	24.1	73.7	59.1	71.9	48.9	38.0	
22	-36.5	14.2	74.7	92.7	14.3	26.2	48.8	
23	-37.7	-12.9	73.1	72.9	31.7	52.6	12.6	
24	-31.7	-22.5	15.6	56.8	45.2	54.2	61.0	
25	-25.9	4.0	-32.7	75.5	31.7	44.0	74.6	
26	-33.7	9.3	46.3	82.8	-76.4	67.3	55.2	
27	-52.3	-12.3	47.9	89.2	42.6	20.5	48.3	
28	13.4	-14.3	73.3	82.1	24.2	91.3	37.0	
29	18.0	-24.4	96.4	75.8	-79.9	71.1	81.9	
30	18.7	-18.7	89.2	74.1	-83.6	62.6	72.7	

Продолжение таблицы 7.3

Полученные результаты показывают, что установка преграды типа "СС" на расстоянии 6 м от сооружения по сравнению с установкой её на близком расстоянии (2 и 3 м) даёт положительный эффект и для низких частот воздействия (f=20-35 Гц).

На рис. 7.35 показаны результаты исследований установления преграды типа СС на расстоянии 9 м от сооружения при частотах воздействия f=20, 30, 35 Гц.



Рис. 7.35. Влияние преграды типа "СС", установленной на расстоянии 9 м от сооружения, на изменение вертикальных смещений поверхности грунта

Амплитуды колебаний точек поверхности грунта перед преградой уменьшаются при частотах воздействия f=30, 35 Гц и увеличиваются при f=20 Гц по сравнению с амплитудой колебаний без учета преграды. Уменьшение амплитуд вертикальных смещений точек фундамента сооружения с преградой составляет при частоте воздействия f=20 Гц в точке 1-26 %, 11-30 % и в точке 21-47 %; при f=30 Гц в точке 1-79 %, 11-45 % и в точке 21-48 %; при f=35 Гц в точке 1-78 %, 11-67 % и в точке 21-60 %.

В табл. 7.4 приводится эффективность преграды (%) типа "СС", установленной на расстоянии 9 м от сооружения, на амплитуды вертикальных смещений для различных точек сооружения.

Таблица 7.4

Эффективность преграды типа "СС" на амплитуды вертикальных смещений, %

Точка	Частота, Гц						
	10	15	20	25	30	35	40
1	-22.6	-74.8	-25.7	46.0	79.4	77.6	-45.1
2	-20.5	-10.8	24.8	35.0	17.9	82.9	68.5
3	-18.7	2.6	59.7	49.6	20.2	33.6	39.6
4	-26.7	31.9	92.5	76.7	54.1	33.7	-20.6
5	-33.5	57.6	26.3	18.6	54.9	38.6	-55.8
6	-38.4	46.2	26.1	4.6	75.3	32.5	-26.4
7	-80.8	16.2	25.2	41.5	20.2	76.6	41.7
8	-88.9	-7.8	66.8	-13.9	1.0	62.1	31.1
9	-89.0	56.9	84.1	-24.3	10.8	66.2	53.3
10	-87.2	61.5	73.3	-82.1	29.2	0.7	18.7
11	-7.8	-4.2	29.9	-14.5	45.4	67.5	24.0
12	-17.0	-9.8	26.1	69.4	40.2	23.7	43.5
13	-20.6	-14.7	2.5	82.2	34.9	48.0	-53.2
14	-20.8	-45.9	9.8	94.4	85.5	49.8	-87.9
15	-20.6	-69.5	60.0	46.9	87.0	29.1	-27.1
16	-20.7	-27.2	72.0	-11.5	75.8	20.8	-21.2
17	-14.8	-25.0	92.8	28.7	40.8	25.9	-30.5
18	-18.8	-33.6	37.2	4.1	20.9	15.6	-94.0
19	-19.1	-58.5	75.4	1.6	38.0	15.8	-83.7
20	-19.1	-12.2	69.5	-14.3	87.4	30.4	-29.1
21	-26.1	32.8	47.4	58.2	48.4	59.8	38.4
22	-33.9	23.3	57.3	50.6	14.0	26.1	63.9
23	-35.1	22.0	59.1	64.6	23.9	38.6	-11.8
24	-30.8	8.8	24.5	88.1	60.7	47.2	-17.4
25	-26.7	8.9	36.1	51.7	60.4	51.2	8.6
26	-32.7	17.7	50.3	80.1	52.4	83.9	-11.4
27	-25.0	9.8	43.8	53.3	34.2	71.6	-13.0
28	20.8	-10.4	38.2	7.6	25.5	65.6	53.2
29	20.8	-14.8	45.8	-13.7	31.9	47.2	53.4
30	20.9	-10.6	45.1	-18.2	42.7	31.3	29.9

Из табл. 7.4 видно, что преграда типа "СС", установленная на расстоянии 9 м от сооружения, снижает уровень вибрации для различных точек сооружения при частотах воздействия f=20, 25, 30, 35 Гц.

На рис. 7.36 – 7.37 показаны результаты исследований установления преграды типа "СС" на расстоянии 12 м от сооружения при частотах воздействия f=10, 15, 20, 30, 35, 40 Гц. Амплитуды колебаний точек поверхности грунта перед преградой уменьшаются при частотах воздействия f=20-40 Гц и увеличиваются при f=10, 15 Гц по сравнению с амплитудой колебаний без учета преграды. Уменьшение амплитуд вертикальных смещений точек фундамента сооружения с преградой составляет при частоте воздействия f=10 Гц в точке 1 − 6 %, 11 − 9 % и в точке 21 − 6 %; при *f*=15 Гц в точке 1 − 8 %, 11 − 15 % и в точке 21 – 19 %; при *f*=20 Гц в точке 1 – 5 %, 11 – 46 % и в точке 21 - 51 %; при f= 30 Гц в точке 1 - 43 %, 11 - 54 % и в точке 21 - 47 %; при f=35 Γц точке 1 68 %. В 11 – 78 % и в точке 21 – 49 %; при *f*=40 Гц в точке 1 – 31 %, 11 – 53 % и в точке 21 – 93 %.



Рис. 7.36. Влияние преграды типа "СС", установленной на расстоянии 12 м от сооружения, на изменение вертикальных смещений поверхности грунта



Рис. 7.37. Влияние преграды типа "СС", установленной на расстоянии 12 м от сооружения, на изменение вертикальных смещений поверхности грунта.

В табл. 7.5 приводится эффективность преграды (%) типа "СС", установленной на расстоянии 12 м от сооружения, на амплитуды вертикальных смещений для различных точек сооружения.

Таблица 7.5

Эффективность преградытипа "СС" на амплитуды вертикальных смещений, %

Точка	Частота, Гц							
	10	15	20	25	30	35	40	
1	6.0	8.3	5.3	45.7	43.4	68.6	31.4	
2	4.5	4.5	43.5	37.0	31.6	80.4	52.1	
3	4.2	4.3	57.8	41.0	12.4	45.6	76.7	
4	3.0	17.1	70.5	86.4	49.3	34.8	5.7	
5	2.7	15.2	94.9	49.3	71.0	40.8	38.0	
6	2.1	1.7	49.7	15.0	63.2	24.6	67.2	
7	2.5	23.5	41.6	33.0	63.8	7.9	74.6	
8	2.8	17.2	55.9	68.0	23.3	36.0	33.4	
9	2.7	36.6	76.0	98.8	19.6	93.2	47.4	
10	2.8	36.2	80.7	96.1	37.9	40.9	24.0	
11	9.3	14.9	45.9	42.3	54.4	78.1	52.9	
12	6.7	60.9	47.7	87.2	76.1	55.2	47.5	
13	6.0	59.7	21.6	81.7	71.4	68.2	7.8	
14	6.2	12.8	28.3	88.8	8.5	53.0	5.2	
15	6.3	15.8	32.5	59.1	39.8	51.9	27.5	
16	6.3	12.6	76.0	41.1	78.0	54.2	53.9	
17	8.2	14.5	65.3	61.5	69.8	45.3	39.3	
18	7.0	16.9	-9.7	58.7	40.8	22.0	31.9	
19	6.8	9.2	57.7	71.7	67.7	3.5	52.9	
20	6.9	18.8	61.3	49.6	53.0	55.5	77.6	
21	6.5	18.6	51.5	40.4	47.1	49.5	93.4	
22	5.3	18.6	63.6	55.2	44.3	36.0	57.8	
23	5.0	9.4	62.9	74.2	31.9	46.9	2.9	
24	5.7	2.1	56.6	82.7	74.9	49.8	3.4	
25	6.4	7.3	68.0	44.6	55.5	76.4	22.9	
26	5.0	13.3	96.8	69.9	55.4	89.3	41.4	
27	0.8	29.1	65.8	61.5	53.9	34.0	63.1	
28	11.1	17.7	70.0	41.9	49.4	10.8	80.2	
29	11.8	9.6	53.9	34.3	34.8	13.2	54.8	
30	11.9	8.3	50.4	29.9	8.6	45.8	43.5	

Из табл. 7.5 видно, что преграда типа "СС", установленная на расстоянии 12 м от сооружения, снижает уровень вибрации для различных точек сооружения при всех рассмотренных частотах воздействия.

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод о том, что предлагаемая преграда типа "СС" снижает уровень вибрации, если она устанавливается на расстоянии 6 м от источника возмущения. При этом преграда находилась от сооружения на расстоянии 12 м. Таким образом, показана эффективность преграды типа "СС" и рекомендуется ее установка с целью виброзащиты сооружений от вредных вибраций, возникающих от прохождения наземного и подземного транспорта.

Наиболее эффективная из исследуемых виброзащитных систем типа "СС" сопоставлена с преградой, представляющей собой ров, закрепленный бетонными стенами, который предложен в работах [163, 164].

Анализ результатов показал, что для защиты зданий и сооружений от вибрации, возникающей от движения подземного и наземного транспорта, применение преград типа "СС" и "DD", представляющих собой закрепленные бетонными стенами рвы с гасителями или вязкоупругой прослойкой, наиболее эффективно.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Chopra A.K. Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, 4th Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs. New Jersey, 2012. – 994 p.
- 2. Strutt J.W. On wave propagating along the plane surface of an elastic solid // Proceedings of the London Mathematical Society. Vol. 17. 1885. P. 4 11.
- Lim T.C., Farnell G.W. Search for forbidden directions of elastic surface-wave propagation in anisotropic crystals // Journal of Applied Physics. Vol. 39. 1968. No. 9. P. 4319 – 4325.
- Lim T.C., Farnell G.W. Character of pseudo surface waves on anisotropic crystals // Journal of the Acoustical Society of America. Vol. 45. 1969. No. 4. P. 845 – 851.
- Farnell G.W. Properties of elastic surface waves // Acoustical Physics. Vol. 6. 1970. P. 109 – 166.
- 6. Stoneley R. Elastic waves at the surface of separation of two solids // Proceedings of the Royal Society. Vol. 106. 1924. P. 416 – 428.
- Sezawa K., Kanai K. The range of possible existence of Stoneley waves and some related problems // Bulletin of the Earthquake Research Institute. Vol. 17. 1939. P. 1 – 8.
- 8. Scholte J.G. The range of existence of Rayleigh and Stoneley waves // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. Vol. 5. 1947. P. 120 126.
- Chadwick P., Borejko P. Existence and uniqueness of Stoneley waves // Geophysical Journal International. Vol. 118. 1994. No. 2. P. 279 – 284.
- 10.Sengupta P.R., Nath S. Surface waves in fiber-reinforced anisotropic elastic media // Sadhana. Vol. 26. 2001. P. 363 370.
- 11.Buhan P. De, Mangiavacchi R., Nova R., Pellegrini G., Salencon J. Yield design of reinforced earth walls by a homogenization method // G'eotechnique. Vol. 39. 1989. No. 2. P. 189 201.
- 12.Eiksund G., Hoff I., Perkins S. Cyclic triaxial tests on reinforced base course material // Proceedings of the EuroGeo3. DGGT, Munich, Germany. Vol. 2. 2004. P. 619 – 624.
- 13.Herle V. Long-term performance of reinforced soil structure // Proceedings of the 13th Danube-Conference on Geotechnical Engineering. Slovenian Geotechnical Society. Vol. 2. 2006. P. 251 256.
- 14. Takahashi A., Takemura J., Shimodaira T. Seismic performance of reinforced earth wall with geogrid // Proceedings of the 15th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Istanbul, Turkey, 2001. P. 1265 1268.
- 15.Kennett B.L.N. Approximations for surface-wave propagation in laterally varying media // Geophysical Journal International. Vol. 122. 1995. P. 470 – 478.
- 16.Kennett B.L.N. Guided waves in 3-dimensional structures // Geophysical Journal International. Vol. 133. 1998. P. 159 174.
- 17.Mal A.K. Attenuation of Love wave in the low period range near Volcanic Island margin // Geophys.P.E. Appl. Vol. 51. 1962. P. 47 58.

- 18.Simons F., Zielhuis A., van de Hilst. The deep structure of the Australian continent from surface wave tomography // Lithos. Vol. 48. 1999. Pp. 17–43.
- 19.Love A.E.H. Some Problems of Geodynamics. Cambridge University Press, Cambridge 1911. P. 165 178.
- 20.Kuznetsov S.V. Love waves in monoclinic media // Prikladnaya Matematika i Mekhanika, Vol. 70. 2006. P. 141 154.
- 21.Kuznetsov S.V. SH-waves in laminated plates // Quarterly of Applied Mathematics. Vol.64. 2006. No. 1. P. 153 165.
- 22. Thomson W.T. Transmission of elastic waves through a stratified solidmedium // Journal of Applied Physics. Vol. 21. 1950. No. 2. P. 89 – 93.
- 23.Haskell N.A. Dispersion of surface waves on multilayered media // Bulletin of the Seismological Society of America. Vol. 43. 1953. No. 1. P. 17 34.
- 24.Knopoff L. A matrix method for elastic wave problems // Bulletin of the Seismological Society of America. Vol. 54. 1964. No. 1. P. 431 – 438.
- 25.Agnew D.C. History of seismology // International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology. Vol. 81. 2002. P. 3 11.
- 26.Braitenberg C., Zadro M. Comparative analysis of the free oscillations generated by the Sumatra-Andaman Islands 2004 and the Chile 1960 earthquakes // Bulletin of the Seismological Society of America. Vol. 97. 2007. Supplement 1. P. S6 – S17.
- 27.Lamb H. On waves in an elastic plate // Proceedings of the Royal Society A. Vol. 93. 1917. P. 114 128.
- 28.Lin W., Keer L.M. A study of Lamb waves in anisotropic plates // Journal of the Acoustical Society of America. Vol. 92. 1992. No. 2. P. 888 894.
- 29. Ting T.C.T. Anisotropic Elasticity: Theory and Applications, Oxford University Press, New York; NY; USA, 1996.
- 30. Ting T.C.T. An explicit secular equation for surface waves in an elastic material of general anisotropy // Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. Vol. 55. 2002. No. 2. P. 297 311.
- 31.Djeran-Maigre I., Kuznetsov S.V. Solitary SH waves in two layered traction free plates. Comptes Rendus Acad Sci, Paris, Ser. Mecanique. Vol. 336. 2008. P. 102 – 107.
- 32. Айзенберг Я.М. Сейсмоизоляция зданий в России и СНГ // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 1998. № 1.
- 33.КМК 2.01.03 96. Строительство в сейсмических районах / Госкомархитекстрой Республики Узбекистан. Ташкент, 1996. – 65 с.
- 34.Шишков Ю.А. Сейсмоизоляция фундаментов с учетом основных причин и характера разрушений зданий при землетрясениях // Проектирование и строительство в Сибири. 2003. № 2.
- 35.Поляков В.С., Килимник Л.Ш., Черкашин А.В. Современные методы сейсмозащиты зданий. М.: Стройиздат, 1989. 320 с.
- 36. Арутунян А.Р. Современные методы сейсмоизоляции зданий и сооружений // Инженерно-строительный журнал. № 3. 2010. С. 56 60.
- 37.Курзанов А.М., Складнев Н.Н., Пшеничко Л.П., Короткова В.М. Натурные исследования фрагмента крупнопанельного здания на сборных
сейсмоизолирующих фундаментах // Строительная механика и расчет сооружений, 1989.

- 38. Черепинский Ю.Д. Исследование сейсмостойкости зданий на кинематических податливых опорах: Дис. ... канд. техн. наук. М.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 1972.
- 39.Лапин В.А., Ержанов С.Е., Даугавет В.П. Сравнительный анализ эффекта сейсмоизоляции с использованием инструментальных записей станций инженерно-сейсмометрической службы // Проблемы механики. 2018. № 4. С. 14 18.
- 40.Doifosse G. Protection contre les soismes: Le susteme GAPES // Construction. 1979. V. 16. P. 16 22.
- 41.Scinner R.I. Basc isolated structuries in Now Sooland. // Prok. Sth. Wed. Conf. on.Earthg. Vol. V. Engineering. San Francisko. USA. 1984.
- 42.Мкртычев О.В., Бунов А.А. Особенности расчета сейсмоизолированного здания по перемещениям // Вестник МГСУ. 2014. № 6. С. 63 70.
- 43.Рашидов Т.Р., Кондратьев В.А., Фахриддинов У.Ф. Исследования, практика и перспективы развития систем активной сейсмозащиты зданий и сооружений в условиях Узбекистана // Проблемы механики. 2008. № 2 – 3. С. 23 – 31.
- 44.Смирнов С.Б. Решение проблемы надежной сейсмозащиты зданий и сооружений // ПГС. 1999. № 10.
- 45.Сапарлиев Х.М. Сейсмические барьеры: обзор методов и конструктивных решений // Сейсмоизоляция и другие инновационные технологии сейсмозащиты. С. 1 – 6.
- 46. Chadwick P., Smith G.D. Foundations of the theory of surface waves in anisotropic elastic materials. Adv. Appl. Mech. Vol. 17. 1977. P. 303 – 376.
- 47.Kuznetsov S.V., Nafasov A.E. Horizontal acoustic barriers for protection from seismic waves // Advances in Acoustics and Vibration. 2011. P. 1 − 8.
- 48.Kuznetsov S.V. Seismic Waves and Seismic Barriers // Acoustical Physics. Vol. 57. 2011. No. 3. P. 420 426.
- 49.Кузнецов С.В., Нафасов А.Э. Горизонтальные акустические барьеры для защиты от вибрационных и сейсмических воздействий // Вестник МГСУ. М., 2010. № 4. С. 230 234.
- 50. Нафасов А.Э. Сейсмические барьеры для защиты уникальных и исторических зданий и сооружений: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2012.
- 51.Douglas P. Taylor. Seismic protection with fluid viscous dampers for the Torre Mayor, A 57-story office tower in Mexico city, Mexico. P. 1 17.
- 52.Haupt R., Liberman V., Rothschild M. Earth seismic barrier protection of critical infrastructure from earthquakes // Journal of geophysical research solid. P. 1 12.
- 53. Маковецкий О.А. Анализ изменения сейсмической жесткости основания в системе грунтобетонных геотехнических барьеров // Транспорт. Транспортные сооружения. Экология. 2017. № 3. С. 121 138.

- 54.Kuznetsov S.V. A new principle for protection from seismic waves // Proceedings of the International conference on performance-baced design in earthquake geotechnical engineering. Tokyo. Japan, 2009. P. 463 – 468.
- 55.Мкртычев О.В., Джинчвелавили Г.А. Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения). М.: МГСУ, 2014. 192 с.
- 56.Орехов В.В., Негахдар Х. Эффективность барьеров при защите сооружений от динамических воздействий и изучение напряженнодеформированного состояния грунтов на основании моделей механического упрочнения и упругого деформирования // Вестник МГСУ. 2013. № 3. С. 105 – 113.
- 57.Орехов В.В., Негахдар Х. Некоторые аспекты изучения применения траншейных барьеров для уменьшения энергии поверхностных волн в грунте // Вестник МГСУ. 2013. № 3. С. 98 – 104.
- 58.Kusakabe O., Takemura J., Takahashi A., Izawa J., Shibayama S. Physical modeling of seismic responses of underground structures // Proceedings of the 12th International Conference of Inter-national Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics, Goa, India, 2008. P. 1459 – 1474.
- 59.Motamed R., Itoh K., Hirose S., Takahashi A., Kusakabe O. Evaluation of Wave Barriers on Ground Vibration Reduction through Numerical Modeling in ABAQUS, Proceedings of SIMULIA Customer Conference 2009, London, UK, 2008. P. 402 – 441.
- 60.Bo Qiu, Limam A., Djeran-Maigre I. Numerical study of wave barrier and its optimization de-sign // Finite Elements in Analysis and Design. Vol. 84. 2014. P. 1 13.
- 61.Blondeau F. Fondations profondes cours dem'ecanique des sols de l'E.N.P.C. // Techniques de l'Ing'erieur, chapitre C. 1989. P. 248.
- 62.Maradudin A., Mills D.L. Scattering and absorption of electromagnetic radiation by a semiinfinite medium in the Presence of surface roughness // Physical Review B. 1975. Vol. 11. P. 1392.
- 63.Maradudin A., Mills D.L. Attenuation of Rayleigh surface waves by surface roughness // Applied Physics Letters. Vol. 28. 1976. N. 10. P. 573 575.
- 64. Maradudin A.A., Shen J. Multiple scattering of waves from random rough surfaces // Physical Review B. Vol. 22. 1980. N. 9. P. 4234 4240.
- 65.Pecker A. A seismic foundation design process Lessons learned from two major projects: the Vasco da Gama and the Rion-Antirion bridges In: Proc. Fifth ACI International Conference on Seismic Bridge Design and Retrofit for Earthquake Resistance, La Jolla, California, 2003.
- 66.Pecker A., Pender M. Earthquake resistant design of foundations: new constructions. Vol. 1. 2000. P. 313 332.
- 67. Moseley M.P. et al. Ground improvement. London, 2004. 440 p.
- 68. Ильичев В.А. и др. Изменение сейсмических свойств лессовых грунтов при инженерной подготовке территории // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1989. № 3. С. 13 – 15.

- 69. Ильичев В.А. К оценке коэффициента демпфирования основания фундаментов, совершающих вертикальные колебания // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1981. № 4. С. 22 – 26.
- 70.Ильичев В.А., Лиховцев В.М., Курдюк А.Ю. Методика оценки сейсмичности искусственного водонасыщенного основания на основе конечноэлементных исследований // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1990. № 1. С. 7 – 9.
- 71.Ma G., Sheng P. Acoustic metamaterials: From local resonances to broad horizons // Science Advances. Vol. 2. 2016.
- 72.May T.W., Bolt B.A. The effectiveness of trenches in reducing seismic motion
 // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol 10. 1982. P. 195 210.
- 73.Brule S., Javelaud E.H., Enoch S., Genneau S. Experiments on seismic metamaterials: Modeling surface waves // Physical Review Letters. Vol. 112. 2014.
- 74.Kim S.H., Das M.P. Artificial seismic shadow zone by acoustic metamaterials // Modern Physics Letters B. Vol. 27. 2013.
- 75.Krödel S., Thome N., Daraio C. Wide band-gap seismic metastructures // Extreme Mechanics Letters. Vol. 4. 2015. P. 111 117.
- 76.Colombi A.P., Guenneau S., Gueguen P., Craster R.V. Forests as a natural seismic metamaterial: Rayleigh wave bandgaps induced by local resonances // Scientific Reports. Vol. 6. 2016. P. 19238.
- 77. Пржемницкий Е.С. Матричный метод исследования конструкции на основе подструктур // Ракетная техника и космонавтика. 1963. № 1. С. 12 23.
- 78.Мейснер К. Алгоритм многосвязного объединения для метода жесткостей структурного анализа // Ракетная техника и космонавтика. 1968. № 11. С. 123 135.
- 79.Найфе А.Х., Хефзи М.С. Континуальное моделирование механических и тепловых свойств больших структурных конструкций // Ракетная техника и космонавтика. 1981. № 8. С. 109 118.
- 80.Образцов И.П., Вольмир А.С., Терских В.Н. Метод суперэлементов в динамике сложных конструкций // ДАН СССР. 1980. Т. 255. № 1. С. 59 61.
- 81.Вороненок Е.Я., Палий О.М., Сочинский С.В. Метод редуцированных элементов для расчета конструкций. Л.: Судостроение, 1990.
- 82.Немчинов М.И., Фролов А.В. Расчет зданий и сооружений методом пространственных конечных элементов. Строительная механика и расчет сооружений. 1981. №5. С. 29 – 33.
- 83.Постнов В.А., Тарануха К.А. Метод модуль-элементов в расчетах судовых конструкций. Л.: Судостроение, 1990. 320 с.
- 84.КМК 2.01.03-95 Строительство в сейсмических районах. Госкомархитектстрой РУз. Ташкент, 1996.
- 85.СП 14.13330.2011 Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81*.
- 86.Смирнов В.И. Обеспечение комплексной сейсмостойкости сооружений в России. Эксперимент, теория, практика. ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 2015.

- 87.Zienkiewicz O.C. Three-dimensional analysis of buldings composed of floor and panel // Proc.Int.of Civil Engineers. Vol. 49. 1971. P. 319 332.
- 88.Макеев В.Б. Статический расчет зданий из объемных блоков методом конечных элементов: Дис. ... канд. техн. наук. МИСИ им. Куйбышева, 1975. – 140 с.
- 89.Шамсиев У.Ш., Мушеев Р.Н. Динамический анализ и оценка сейсмостойкости коробчатых сооружений с локально присоединенной массой // Изв.АН РУз. 1981. № 5. С. 32 – 37.
- 90.Uniform Building Code. International conference of building officials. Whittier; California, USA, 1997. – 1079 p.
- 91.Зенкевич О., Морган А. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986. 318 с.
- 92.Мирзаев И., Юлдашев Л.У., Гайназаров С.М. Комплексный расчет пространственных составных конструкций методом конечных элементов. ТашГУ, 1989. – 16 с.
- 93.Мирзаев И., Юлдашев Л.У., Гайназаров С.М. Пакет программ расчета сооружений на сейсмические воздействия // Механика сплошной среды. Тезисы докладов республиканской конференции, посвященной памяти академика АН УзССР Х.А. Рахматулина. Ташкент: Фан, 1989. – 79 с.
- 94. Арипов К.М. Программное обеспечение численного моделирования динамических процессов в наземных сооружениях. Ташкент: ТашГУ, 1992. – 26 с.
- 95. Арипов К.М., Мирзаев И. Пакет программ на ПЭВМ для исследования статики и динамики пространственных составных конструкций // Тезисы докл. межд. научной конференции "Механика и ее применение". Ташкент, 1993. С. 109 110.
- 96. Арипов К.М., Мирзаев И. Идеи метода суперэлементов при решении задач колебаний с локальной нелинейностью. Сборник трудов международной конференции, посвященный 600-летию со дня рождения Мирзо Улугбека. Ташкент, 1994. С. 123 134.
- 97.Костарев В., Васильев П., Навроцкий П. Инновационная система полной сейсмоизоляции АЭС с реакторами ВВЭР, возводимых в районах умеренной и большой сейсмичности до 10 баллов по шкале МСК-64 // 4-я Научно-техническая конференция СРО атомной отрасли «АТОМСТРОЙ-СТАНДАРТ 2017». Спб., 2017.
- 98.Шапошников Н.Н., Тарабасов А.Д., Петров В.В., Мяченков В.И. Расчёт машиностроительных конструкций на прочность и жесткость. М.: Машиностроение, 1984. –264 с.
- 99. Мяченков В.И., Мальцев В.Г., Майборода В.П. и др. Расчёт машиностроительных конструкций методом конечных элементов: Справочник / Под общ. ред. Мяченкова В.И. М.: Машиностроение, 1989. – 520 с.
- 100. Каландарбеков И. И. Численное моделирование зданий с учётом сейсмоизоляции: Дис. ... канд. техн. наук. Душанбе, 2019.

- 101. Омаров Х. М. Оптимальные параметры систем активной сейсмозащиты сооружений с резинометаллическими опорами: Дис. ... канд. техн. наук. Махачкала, 2015.
- 102. Островская Н. В. Метод расчета и оптимизации параметров пластических демпферов в системах сейсмоизоляции: Дис. ... канд. техн. наук. Спб., 2015.
- 103. Поляков С.В. Сейсмостойкие конструкции зданий. М.: Высшая школа, 1983. 304 с.
- 104. Рашидов Т.Р., Шамсиев У.Ш., Мушеев Р.Н., Бовшовер А.З. Сейсмодинамика пространственных систем. Ташкент: Фан, 1992. – 152 с.
- 105. Разработка и расчетное обоснование новых конструктивных решений сейсмостойких зданий с элементами активной сейсмозащиты. Отчет о научно-исслед. работе за 1997 – 1999 гг. по ГНТП № 16.3.7. / Государственный Комитет по науке и технике РУз; МВиССО РУз; СамГАСИ. Проблемная научно-исследовательская лаборатория (ПНИЛ); Компьютеризация исследований и проектирования строительных конструкций зданий и сооружений. Самарканд: СамГАСИ. 1999. В двух частях: Ч. I. – 150 с.; Ч. 2. – 72 с.
- 106. Newmark N.M. Problems in wave propagation in soil and rock // Proc. of the Intern. symp. on wave propagation and dynamic properties of Earth materials, New Mexico (USA), 1967. 23-25 Aug.University of New Mexico Press, 1967. P. 7 26.
- 107. Sakurai A., Takahashi T. Dynamic stresses of underground pipe lines during earthquakes // Proc. of the 4th World conf. on earthquake eng., Santiago (Chile), 1969. 13-18 Jan. Vol. II. Santiago: Universidad de Chile. 1969. P. 81 – 95.
- 108. Никитин Л.В. Статика и динамика твердых тел с внешним сухим трением. М.: Моск. лицей, 1998. 272 с.
- 109. Ильюшин А.А., Рашидов Т.Р. О действии сейсмической волны на подземный трубопровод // Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук. 1971. № 1.
- 110. Рашидов Т. Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. Ташкент: Фан, 1973.
- 111. Рашидов Т., Хожметов Г., Мардонов Б. Колебания сооружений, взаимодействующих с грунтом. Ташкент: Фан, 1975. – 176 с.
- 112. Ципенюк И.Ф., Проскурина С.Ф., Мардонов Б.М., Мубараков Я.Н., Каюмов А.К. Сейсмические воздействия на здания и заглубленные сооружения. Ташкент: Фан, 1986. 296 с.
- 113. Рашидов Т. и др. Сейсмостойкость тоннельных конструкций метрополитена. М.: Транспорт, 1975.
- 114. Мубараков Я.Н. К вопросу сейсмодинамики элементов подземного метрополитена. Ташкент, 1975.
- 115. Исраилов М.Ш. Сейсмодинамика подземного трубопровода // Проблемы механики. Ташкент. 2012. № 3. С. 18 24.
- 116. Рашидов Т.Р., Исраилов М.Ш., Мардонов Б.М. Исследование установившихся волновых процессов в системе «грунт – трубопровод» при раз-

личных законах взаимодействия трубопровода с грунтом // Проблемы механики. Ташкент. 2013. № 3 – 4. С. 36 – 40.

- 117. Исраилов М.Ш., Мардонов Б., Рашидов Т.Р. Сейсмодинамика подземного трубопровода при неидеальном контакте с грунтом; влияние проскальзывания на динамические напряжения // ПМТФ. Т. 57. № 6. С. 189 – 197.
- 118. Кузнецов Е.А., Гороховский Г.А. Фрикционное взаимодействие тел с позиций механики твердого тела // Трение и износ. Т. 1. № 4. 1980. С. 638 – 649.
- 119. Голдсмит В., Ли П.Я., Сакман Дж.Л. Распространение волн в прямых круговых упругих трубах // Прикладная механика. Труды Американского общества инженеров- механиков . 1972. № 4. С. 155 163.
- 120. Бекмирзаев Д.А. Численный метод решения сейсмодинамики подземных трубопроводов. Ташкент: «Fan va texnologiya», 2018. 148 с.
- 121. Рашидов Т., Мирзаев И., Юлдашев Т., Бекмирзаев Д. Численное решение задач сейсмодинамики пространственной системы подземных трубопроводов // "Вестник" Международной ассоциации экспертов по сейсмостой-кому строительству. Бишкек. 2018. № 1. С. 131 136.
- 122. Рашидов Т.Р., Мардонов Б., Мирзаев И. О колебаниях подземных трубопроводов под действием сейсмических волн // Проблемы механики. 2018. № 4. С. 19 – 23.
- 123. Слепян Л.И. Нестационарные упругие волны. Л.: Судостроение, 1972. 376 с.
- 124. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 336 с.
- 125. Бахвалов Н.С. Осреднение процесса распространения коротких волн в периодических средах // Теория кубатурных формул и вычислительная математика. М.: Наука, 1980. С. 3 11.
- 126. Пинчукова Н.И., Степаненко М.В. Распространение нестационарных волн в упругой цилиндрической системе с присоединенными массами // Физ.-техн. побл. Разраб. Полезн. Ископаемых. 1978. № 4. С. 32 49.
- 127. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М.: МГУ, 1984. 336 с.
- 128. Слепян Л.И., Царева О.В. О резонансных явлениях в полуограниченных упругих системах // ДАН СССР, 1988. Т. 301. № 2. С. 301 305.
- 129. Савин Г.Н., Горошко О.А. Динамика нити переменной длины. Киев: Изд-во АН УзССР, 1962. 332 с.
- 130. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971. 552 с.
- 131. Степаненко М.В., Тусубекова Н.А. Продольные волны в трехслойной пластине с заполнителем // Теория распространения волн в упругих и упругопластических средах. Новосибирск: ИГД СО ССР, 1987. С. 32 36.
- 132. Бахвалов Н.С. Осреднение уравнений с частными производными с быстроосциллирующими коэффициентами // Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука, 1982. С. 38 – 47.

- 133. Рашидов Т.Р., Исраилов М.Ш., Мардонов Б. Стационарное движение системы «трубопровод грунтовый слой» при действии сейсмических волн // Проблемы механики. Ташкент, 2016. № 3. С. 61 65.
- 134. Мардонов Б.М. Действие распространяющихся с «кажущейся скоростью стационарных продольных и поверхностных волн на подземный трубо-провод // Сб. докладов для Республиканской научно-технической конференции на тему «Механика деформируемого твердого тела». Ташкент, 2018, 25 октября. С. 20 29.
- 135. O'Rourke, T.D., Wang Y., Shi P. Advances in Lifeline Earthquake Engineering . Proceedings of 13th World Conference on Earthquake Engineering // Vancouver. British Columbia. Canada Aug. 2004. No 5003.
- 136. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
- 137. Virginia Corrado, Berardino D'Acunto, Nicola Fontana, and Maurizio Giugni. Inertial Effects on Finite Length Pipe Seismic Response // MPE. 2012. P. 14.
- 138. Мирзаев И. Передача импульса в системе неидеально-упругих стержней: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 1975. 13 с.
- 139. Никифировский В.С., Шемякин Е.И. Динамичекое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979. 272 с.
- 140. Маткаримов А.Х. Вопросы сейсмодинамики подземных сооружений с учётом вязкоупругих свойств сооружений и контакта их с грунтом: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Ташкент, 1974. 20 с.
- 141. Баркан Д.Д. Динамика оснований и фундаментов. М.: Стройвоениздат, 1948.
- 142. Sato K., Hamada M., Doi M. An Experimental Study of Effects of Laterally Flowing Ground on In-Ground Structures // Proceedings of the Fifth U.S.-Japan Workshop on Liquefaction, Large Ground Deformation and Their Effects on Lifelines, Snowbird, Utah, Technical Report NCEER-94-0026, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo. New York, 1994. P. 405 – 414.
- 143. Мирзаев И., Бекмирзаев Д. Комплекс программ для исследования сейсмодинамики пространственных систем подземных трубопроводов // Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство № DGU 20180605. 17.07.2018 г.
- 144. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Дрофа, 2004. 591 с.
- 145. Truesdell C., Toupin R. The classical field theories // Handbuch der Physik. Vol. III/1, ed. by S. Flügge, Springer, 1960.
- 146. Ericksen J.L Tensor Fields // Handbuch der Physik. Vol. III/1, ed. by S. Flügge, Springer, 1960.
- 147. Kuznetsov S.V. Seismic waves and seismic barriers // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. Vol. 8 (1). 2012. P. 87 95.
- 148. Kuznetsov S.V. Seismic waves and seismic barriers // Acoustical Physics. 2011. T. 57. № 3. C. 420 426.
- 149. Bourbie T., Coussy O., Zinszner B. Acoustics of porous media. Gulf Pub., 1987.

- 150. Trautmann C.H., Kulhawy F.H. CU-FAD A computer program for compress and uplift foundation analysis and design. Report EL-4540-CMM. Vol. 16. Electrical Power and Research Institute, 1987.
- 151. Das B.M. Advanced soil mechanics, 2nd edition. Taylor & Francis, Washington, DC, 1997. P. 401.
- 152. Bourdeau C., Billauxand D., Chraibi A.F. Thermo-hydro-mechanical analysis of a DAM using FLAC3D software. FKAC/DEM, Minneapolis, 2008.
- 153. Abaqus Theory Manual. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2011.
- 154. Abaqus Analysis User's Manual. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2011.
- 155. Борисов Е.К., Алимов С.Г., Усов А.Г. и др. Экспериментальная динамика сооружений. Мониторинг транспортной вибрации. Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2007. – 128 с.
- 156. Рашидов Т.Р., Ишанходжаев А.А., Юлдашев Ш.С. Распространение в грунте вибраций, возникающих от прохождения поездов метрополитена, при учете перемещения тоннеля относительно грунта // ДАН УзССР. 1984. № 5. С. 15 16.
- 157. Ильичев В.А., Шехтер О.Я. Определение динамических напряжений и перемещений в упругой полуплоскости от внутреннего источника, имитирующего воздействие тоннеля метрополитена мелкого заложения // Динамика и сейсмостойкость оснований и фундаментов. М.: Стройиздат, 1976. С. 38 41.
- 158. Lysmer J., Udaka T., Tsai G-F., Seed H.B. Flash-A Computer Program for Approimate 3-D Analysis of Soil-Strbctbre Interaction Problems. University of California, Berkelery, Report. November, 1975.
- 159. Hee Seok Kim Finite Element Analysis with Paraxial & Viscous Boundary Conditions for Elastic Wave Propagation // Scientific research. Engineering, 2012. No 4. P. 843 – 849.
- 160. Дашевский М.А. Распространения волн при колебаниях тоннелей метро // СМ и РС. 1974. № 6. С. 29 – 34.
- 161. Makovicka Daniel. Snizovani prenosu vibraci do strzebni konstrukce z okolniho prostrech // Inz. Stavsy. 1989. P. 390 – 392.
- 162. Makovicka Daniel. Seismicke ucinky razenia a provozu metra na okolni konstrukce // Inz. stavby. 1989. N. 37. P. 228 – 234.
- 163. Энгельбрехт Ю.К. О моделировании нелинейных эффектов в сейсмических волнах // Проблемы нелинейной сейсмики. М.: Наука. С. 35 41.
- 164. Гринфельд М.А. Усиление и затухание интенсивности фронтов сейсмических волн в нелинейно-упругой среде // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1979. № 7. С. 23 – 33.

Preface

The monograph offered to the attention of the reader includes the publications of the authors and other researchers, issued at different times. It is intended, first of all, for young engineers and researchers involved in the problems of protection of various objects from the effects of seismic loads. The authors of the monograph set the goal to present the statement of frequently encountered applied problems of seismic dynamics of underground structures and to develop effective methods to solve them. The need to consider such problems and analyze their solution is caused by the following circumstances:

- 1. Intensive growth of construction of buildings and life support systems in seismic regions of republic requires the development of effective methods to protect buildings and structures from the effects of seismic loads, including the use of barriers to attenuate the energy of seismic waves;
- 2. The need to develop the methods for numerical solution of seismic dynamics problems of buildings and structures with seismic isolation interacting with soil;
- 3. Creating a system of programs for calculating buildings and underground structures, taking into account the elements of seismic isolation for the action of a set of real earthquake records.

The above problems and others form the basis of the applied problems of seismic dynamics of structures selected by the authors.

In the preface to the monograph by T. Rashidov "Dynamic theory of seismic resistance of complex systems of underground structures", (Tashkent, "Fan", 1973), A.A. Ilyushin – the Corresponding Member of the USSR Academy of Sciences has noted the overwhelming difficulty of solving problems of the dynamics of underground structures at their interacting with seismic waves and the applicability in practical calculations of the seismodynamic theory of underground structures.

Publication of this monograph is connected with the joint cooperation of specialists from the Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures, named after M.T. Urazbayev, of the Academy of Sciences of Uzbekistan, the Institute of Problems of Mechanics and the Institute of Mechanical Engineering Problems of the Academy of Sciences of the Russian Federation in accordance to an international grant.

This monograph focuses on the effect of mechanical properties of the environment on the behavior of underground structure (pipeline, foundation part of the building), on the contact forces of interaction with soil, on the formation of the wave effect in the body of the structure. It provides an overview of domestic and foreign studies related to the problem of seismic insulation of buildings and structures. The questions of wave interaction of the elements of underground structures with complexes of wave fields (of Love, Stoneley type) in layered media with rheological properties are studied. The formulation of various specific tasks and algorithms for their solution is given, the effect of boundary conditions, direction and amplitude-frequency composition of seismic waves on the objects under study is revealed. On the basis of the developed models of the "pipelinesoil" interaction, the problems of longitudinal and transverse oscillations of finite and infinite pipelines flowed over by Rayleigh and Stoneley waves are considered. The effect on the concentration of the main part of the wave energy in an underground long structure in the area of wave action in soil is revealed.

A review of research on seismic protection of objects with elements of seismic isolation and barriers against seismic waves is done. An algorithm for solving nonlinear problems describing the work of structural elements of seismic isolation using a bilinear model of deformation is described. Comparative results of calculations are given in graphical form. Candidate of Technical Sciences, Associate Professor Rumi D.F. took part in conducting these studies.

The possibility of reducing the intensity of surface seismic waves by installing barriers based on solving the plane and spatial problems of the dynamic theory of elasticity by the finite element method is shown. Recommendations on the choice of barrier size and distance from the protected object are given.

A separate chapter is devoted to the protection of buildings against vibrations arising from subway trains and railway transport. The data for this chapter is provided by Doctor of Technical Sciences, Prof. Sh.S. Yuldashev.

The appendix of the monograph in the form of a booklet contains the results of fundamental and applied research carried out in the laboratory "Seismodynamics of underground structures, foundations and bases" in 2003 – 2018, in the areas of "Development of the seismodynamic theory of underground structures" and "Problems of seismic risk mitigation in Uzbekistan". The appendix was prepared by Senior Researcher, Deputy Director of the Institute D.A. Bekmirzaev.

The authors of the monograph express their thanks for the technical design and issuing of the monograph to the Senior Researchers of the laboratory "Seismic Dynamics of Underground Structures, Foundations and Bases" of the Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures named after M.T. Urazbayev, of the Academy of Sciences of Uzbekistan E.V.An and N.A. Nishonov.

ПРИЛОЖЕНИЕ

АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ И СЕЙМОСТОЙКОСТИ СООРУЖЕНИЙ ИМ.М.Т. УРАЗБАЕВА

БУКЛЕТ - МОНОГРАФИЯ



РАЗВИТИЕ СЕЙСМОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОДЗЕМНЫХ СООРУЖЕНИЙ

ПРОБЛЕМЫ СНИЖЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКОГО РИСКА В УЗБЕКИСТАНЕ

Ташкент – 2019

Буклет-монография подготовлен под руководством академика АН РУз Т.Р. Рашидова с приложением на CD, который содержит результаты исследований, выполненных в лаборатории «Сейсмодинамика подземных сооружений, оснований и фундаментов» в 2003 – 2018 гг. по грантам фундаментальных и прикладных исследований с участием Т. Юлдашева, С. Мухамедовой, И.Т. Рашидова, Ш.М. Сибукаева, А. Юсупова, В.А. Кондратьева, Д.А. Бекмирзаева, Н.А. Нишонова, Е.В. Ан.

1) Грант Ф-1.2.2 – «Развитие сейсмодинамической теории подземных сооружений при учете влияния степени водонасыщенности, изменения свойств по глубине и нарушенности структуры окружающего грунта» (2003 – 2007).

2) Грант ФА-Ф8-Ф086 – «Исследование проблем взаимодействия в системе «твердое деформируемое тело- грунт», учитывающих липкость, влажность и структурную неоднородность грунта (при сейсмических воздействиях)» (2007 – 2011).

3) Грант Ф4-ФА-Ф047 – «Сейсмодинамика подземных трубопроводных систем сложной конфигурации, расположенных в грунтах с нарушенной структурой» (2012 – 2016).

4) Грант ФА-Ф-4-006 – «Сейсмодинамика плоско и пространственно расположенных подземных трубопроводных систем при произвольном угле атаки воздействия» (2017 – 2018).

5) Грант А-5060 – «Дифференцированная оценка сейсмических воздействий на подземные системы жизнеобеспечения, разработка рекомендаций по обеспечению их сейсмостойкости и уменьшению ущерба» (2006 – 2008).

6) Грант К-16-007 – «Разработка научно-практических основ обеспечения сейсмической безопасности городов Узбекистана (Самарканд, Наманган, Хива) и разработка рекомендаций по снижению ущерба при возможных землетрясениях» (2009 – 2011).

7) Грант A14-ФА-Ф052 – «Оценка технического состояния объектов частной жилой застройки Ферганской долины и разработка рекомендаций по обеспечению и повышению их сейсмостойкости (по последствиям прошедших и Ферганского 2011 г. землетрясений)» (2012 – 2014).

8) Грант ФА-А14-Ф019 – «На основе инженерного анализа последствий мировых сильных землетрясений и новых исследований разработать рекомендации для актуализации методов расчета и проектирования сейсмостойких подземных инженерных сооружений» (2015 – 2017).

9) Грант ФА-Атех-2018 – «Оценка реакций подземных трубопроводов на действие набора реальных записей землетрясений и их внедрение» (2018).

Отчеты были утверждены на Ученых советах института № 10 от 14.11. 2007 г., № 8 от 10.11. 2008 г., № 7 от 11.11. 2011 г., № 8 от 10.10.2014 г., № 4 от 11.10.2017 г. и №11 от 12.10.2018 г.

В виде приложения на CD также включены отчеты по Фонду поддержки фундаментальных исследований, выполненных в 2004 – 2011 гг., которые направлены в Академию наук Республики Узбекистан, как финансирующей организации.

1. Грант №79-04 – «Квазистатические задачи сейсмодинамики подземных сооружений» (2004 – 2005).

2. Грант №90-06 – «Реологические и квазистатические задачи сейсмодинамики подземных сооружений» (2006 – 2007).

3. Грант № 47-08 – «Вязкоупругие задачи взаимодействия в сейсмодинамике подземных состыкованных трубопроводных систем» (2008 – 2009).

4. Грант № 23-10 – «Современные направления исследований в развитии теории сейсмодинамики подземных сооружений» (2010 – 2011).

Отчеты излагаются без дополнений и изменений и приводятся на CD. Результаты работ докладывались на многих международных и отечественных конференциях и семинарах (Япония, CША, Великобритания, Китай, Турция, Мексика, Индонезия, Филиппины, Казахстан и т.д). Результаты использовались в научно-исследовательских работах и в качестве учебных пособий для студентов профильных вузов республики и отдельных стран СНГ (Центральной Азии и Кавказских стран).

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор Мардонов Б.М. доктор технических наук, профессор Ишанходжаев А.А.

Исследования являются логическим продолжением и развитием сейсмодинамической теории подземных сооружений и по проблеме оценки и снижения сейсмического риска. Материал может быть полезен в качестве учебного пособия для научных работников, проектировщиков, для студентов и магистров вузов, занятых проблемами сейсмостойкости подземных систем жизнеобеспечения, трубопроводами различного назначения и в исследованиях и практических разработках, связанных с оценкой и снижением сейсмического риска в городах и областях.

Оглавление

Предисловие	3
Глава 1. Сейсмические воздействия. Типы поверхностных волн	5
1.1. Основные типы поверхностных акустических волн	8
1.1.1. Рэлеейские волны	9
1.1.2. Волны Стоунли	9
1.1.3. Волны Лява и SH волны	9
1.1.4. Волны Лэмба и Рэлея-Лэмба	.10
1.1.5. Солитоноподобные волны	.10
1.2. Методы снижения воздействия сейсмических сил	.11
Глава 2. Анализ существующих способов сейсмозащиты и рекомендации	.12
2.1. Отечественный и зарубежный опыт систем пассивной и активной	
сейсмозащиты зданий	.12
2.1.1. Системы с гибкой нижней частью несущей конструкции здания	15
2.1.2. Системы с подвесными опорами	15
2.1.3. Системы с кинематическими опорами	.16
2.1.4. Резинометаллические опоры	.22
2.1.4.1. Методика расчета здания с резинометаллическими опорами.	25
2.1.5. Системы с повышенным демпфированием	.26
2.1.5.1. Системы с вязкими демпферами	.26
2.1.5.2. Системы с элементами повышенной пластической	
деформации	.26
2.1.5.3. Системы с демпферами сухого трения	.27
2.1.6. Системы с сейсмоизолирующими скользящими опорами и	
скользящими поясами	.29
2.1.7. Динамические гасители колебаний (ДГК)	.33
2.1.8. Комбинированные системы сейсмозащиты	.35
2.1.9. Классификация систем сейсмоизоляции по характеру	
зависимости восстанавливающей силы от перемещения	.36
2.1.10. Технико-экономические показатели зданий с разными	
конструктивными схемами и системами сейсмозащиты	.37
2.1.11. Разрушения ответственных объектов в результате воздействия	• •
поверхностных волн	.39
2.2. Типы сейсмических барьеров	.43
2.2.1. Вертикальные барьеры	.43
2.2.2. Горизонтальные барьеры	.45
2.2.3. Барьер из свай большого диаметра	.46
2.2.4. Рекомендации по использованию сейсмических барьеров	.52
Глава 3. Методы расчета зданий и сооружений на сейсмостойкость	.56
э.1. Оозор по методам расчета здании и сооружении на сеисмические	51
воздеиствия	30 57
<i>5.2.</i> Конструкция сооружения и методы исследования	.)/ 50
2.4. Проотранатранные роснотические модели здании и сооружении	50 50
2.5. Мотоны расното риснетные модели здании	.39
э.э. методы расчета здании на сеисмические воздеиствия	.01

3.5.1. Спектральный метод расчета. Пример решения	61
3.5.2. Динамический метод расчета. Пример решения	64
3.5.3. Нелинейный расчет зданий с сейсмоизоляцией на действие	
реальных записей сейсмограмм	70
3.6. Практика и перспективы развития систем активной сейсмозащиты	
зданий и сооружений в условиях Узбекистана	85
Глава 4. Динамика взаимодействия длинного подземного трубопровод	да
с распространяющимися в грунтовой среде упругими волнами.	88
4.1. Сейсмические колебания грунта и трубопровода при неидеальном	
контакте: влияние проскальзывания на динамические напряжения	.88
4.2. Реализация различных законов взаимодействия трубопровода	0.6
с грунтовой средой в условиях статического нагружения	96
4.3. Численный анализ установившихся волновых процессов в системе	
«грунт – труоопровод» при различных законах взаимодеиствия	106
Трубопровода с трунтом	100
4.4. Стационарное движение системы «трубопровод – трунтовый слои»	110
4.5 Лейстрие распространцошейся с «кажущейся скоростью» станионари	110 (ой
ч.э. денетвие распространяющенся с «кажущенся скороствю» стационари волны на бесконечный трубопровод (стержень) вставленный в упруго	OM
полупространстве	115
4.6. Оценка влияния поперечной инерции сечения на параметры	110
распространяющихся стационарных волн в подземных	
трубопроводах	120
4.7. Поперечные колебания уложенного в слой грунта трубопровода	
под действием плоской продольной волны	.124
4.8. Формирование изгибных волн в подземном протяженном трубопрово,	дe
при действии сейсмической волны	129
4.9. Распространение возмущений в слоистых и периодических стержнях,	
а также в трубопроводах с податливыми стыками	134
4.10. Деиствие волны конечнои продолжительности на динамику системы	Ĺ
«труоопровод – грунт» при нелинеином законе взаимодеиствия	1 1 1
трубопровода с грунтом	144
Глава 5. Распространение поверхностных и граничных волн в грунто	вой
среде и ее взаимодействие с подземными сооружениями	148
5.1. Действие поверхностной волны Рэлея на подземный трубопровод	148
5.2. Деиствие распространяющихся с «кажущеися скоростью» стационарн	IЫX 152
продольных и поверхностных волн на подземный труоопровод	.152
5.5. Деиствие граничных волн Стоунли на длинный подземный	150
Трубопровод	139
о.т. газновидности представления уравнения динамики протяженных полземных трубопроволов и их конечно-разностные аппроксимания	164
5 5 Чиспенное исспелование формирования пролопьной волны леформации.	ии
в подземном магистральном трубопроволе	.169
5.6. Действие волны синусоидальной формы на протяженный полземный	07
трубопровод, контактирующий с грунтом по вязкоупругому закону	174

5.7. Действие поверхностной волны на трубопровод конечной длины,	
закрепленный в грунте упруговязкими элементами	180
5.8. Действие сейсмических волн на трубопровод, сопряженный с узловы	МИ
упругими элементами	192
Глава 6. Сплошные сейсмические барьеры	198
6.1. Анализ размерности	.198
6.1.1. π-теорема	198
6.1.2. Основные и вспомогательные безразмерные комплексы	199
6.2. Математические модели сплошного барьера	.199
6.2.1. Геометрия математических моделей	.199
6.2.2. Выбор точек наблюдения в пределах защищаемой зоны	202
6.2.3. Кинематические оценки уровня колебаний в защищаемой зоне.	204
6.3. Вопросы конечноэлементных аппроксимаций	205
6.3.1. Выбор базисных функции	205
6.3.2. Оценки сходимости сеточных аппроксимации	205
о.4. Результаты расчетов для плоской модели сплошного барьера	207
из однородного материала	207 29
и его ллины/высоты (горизонтальный/вертикальный барьер) на	Ja
снижение уровня колебаний	207
6.4.2. Влияние высоты/длины барьера (горизонтальный/вертикальный	ă
барьер) на снижение уровня колебаний	.210
6.4.3. Влияние размера защищаемой зоны на снижение уровня	
колебаний	.212
6.5. Инженерная методика определения коэффициентов снижения уровня	I
колебаний в защищаемой зоне	213
6.6. Альтернативный критерий оценки снижения уровня колебаний	
в защищаемой зоне	216
6. /. Верификация полученных результатов с помощью пространственных	()10
моделей.	218
6.7.2. Выбор конешных элементор и залание нагрузок	210
6.7.3. Результаты компьютерного молелирования	.219
0.7.5. Гезультаты компьютерного моделирования	.220
Глава 7. Исследование эффективности различных виброзащитных	221
систем, устраиваемых в грунте	221
7.1. Распространение виорации от движения поездов метрополитена и	221
Виорозащитные системы	
7.2. Железобстонные виорозащитные системы	223
7.4. Некоторые другие варианты защиты зданий от вибраций	234
7.5. Исследование эффективности различных виброзашитных систем при	
защите сооружения с учетом его взаимодействия с основанием	.230
	250
Список использованной литературы	230
Приложение	.260

Т.Р. РАШИДОВ, С.В. КУЗНЕЦОВ, Б.М. МАРДОНОВ, И. МИРЗАЕВ

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ СЕЙСМОДИНАМИКИ СООРУЖЕНИЙ

Книга 1

ДЕЙСТВИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН НА ПОДЗЕМНЫЙ ТРУБОПРОВОД И ФУНДАМЕНТЫ СООРУЖЕНИЙ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С ГРУНТОВОЙ СРЕДОЙ

Редактор: И. Халилов

Тех. редактор: *Х. Нуруллаев*

Формат 60х84 1/16. Ризография. Гарнитура «Times New Roman». Усл.-печ. л. 16.75. Тираж 100. Заказ № 17. Цена договорная.

Отпечатано в типографии «Фундаментальная библиотека Академии наук РУз» 100170, г. Ташкент, ул. Зиёлилар, 13. Издательство «Navro`z».

Турсунбай Рашидович Рашидов – Академик АН РУз, профессор, доктор технических наук. Заведующий лаборатории «Сейсмодинамика подземных сооружений, оснований и фундаментов» Института механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан. Год рождения 1934. Окончил Среднеазиатский государственный университет (ныне Национальный университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека) по специальности «Механика».

Награжден орденами «Знак Почета», «Мехнат Шухрати», юбилейной медалью «За доблестный труд», медалью АО

«КаздорНИИ» – «За вклад в дорожную науку» и памятным знаком «25 лет конституции Узбекистана». Заслуженный деятель науки Узбекистана, лауреат Государственной премии Узбекистана им. Абу Райхана Беруни, лауреат премии Совета Министров бывшего Союза в области строительства.

Сфера научных интересов: строительная механика, теория волн и колебаний, механика деформируемого твердого тела, сейсмостойкость подземных и наземных сооружений, динамика оснований и фундаментов.

Автор 17 монографий и более 500 научных статей, имеет ряд авторских свидетельств, ответственный редактор более 40 сборников и монографий. Им подготовлено 40 кандидатов и 6 докторов наук. E-mail: <u>tur.rashidov@list.ru</u>

Сергей Владимирович Кузнецов – Профессор, доктор физико-математических наук. Ведущий научный сотрудник Института Проблем Механики РАН, профессор в Московском Государственном Техническом Университете им. Баумана и в Московском Государственном Строительном Университете. Год рождения 1951. Окончил Московский инженерно-строительный институт.

Сфера научных интересов: механика сплошных сред, геофизика, акустика, математическое моделирование. Автор более 250 научных статей, 2 монографий, учебников и учебных пособий. Им подготовлено 8 кандидатов наук. E-mail: <u>kuzn-sergey@yandex.ru</u>

Мардонов Батирджан – Профессор, доктор физикоматематических наук. Факультет программной инженерии, Ташкентский университет информационных технологий, Ташкент, Узбекистан. Год рождения 1942. Окончил МГУ им. М. Ломоносова по специальности «Механика и математика». Лауреат Государственной премии Узбекистана им. Абу Райхана Беруни, член Национального комитета теоретическая и прикладная механики Республики Казахстана. Заслуженный работник нородного образования Республики Узбекистан

Сфера научных интересов: механика сплошных сред, аэродинамика, математическое моделирование технологических процесссов. Автор более 300 научных статей, 20 монографий, учебников и учебных пособий. Им подготовлено 30 кандидатов и 5 докторов наук. E-mail: <u>batsam@list.ru</u>

Мирзаев Ибрахим - Профессор, доктор физико-математических наук, полковник МВД в отставке. Ведущий научный сотрудник Института механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т. Уразбаева Академии наук Республики Узбекистан с 2018 г. Год рождения 1950. Окончил Новосибирский государственный университет по специальности «Механика». 1995 – 2017 гг. руководил разработками автоматизированных информационных систем республиканского масштаба.

Сфера научных интересов: механика деформируемого твердого тела, математические модели и численные методы в сейсмодинамике пространственных составных конструкций, взаимодействующих с

грунтом. Автор более 80 научных статей, учебно-методических работ и прикладных программных средств. Им подготовлен 1 кандидат наук. E-mail: <u>ibrakhim.mir@mail.ru</u>







