

1. Международные чтения по теории, истории и философии культуры. № 17. Творение – Творчество – Репродукция: Исторический и экзистенциальный опыт. СПб: Эйдос. 2003. С. 53-63.
2. Перспективы синергетики в XXI веке. Сборник материалов Международной научной конференции. Белгород. 2004. С. 58-68.

Рэм Баранцев

АСИМПТОТИЧНОСТЬ ЧЕЛОВЕКА

Будучи конечным, человек обречённо тянется к бесконечности. «С давних пор никакой другой вопрос так глубоко не волновал человеческую мысль, как вопрос о бесконечном; бесконечное действовало на разум столь побуждающее и плодотворно, как едва ли действовала какая-либо другая идея», - писал математик Д.Гильберт ([1], с.341).

Выражая предельный переход в конечных символах, классическая математика породила иллюзию “приручения” бесконечности. И на рубеже XX века Д.Гильберт рискнул запланировать «окончательное выяснение сущности бесконечного», несмотря на то, что ещё в начале XIX века другой математик О.Коши предупреждал: «Идея вечности несовместима с существованием всякого существа, подверженного изменениям и преемствам» ([2], с.20).

Крушение иллюзий началось в 1931 г. с теоремы К.Гёделя о неполноте формальных систем, а завершающее решение проблемы континуума, данное в 1963 г. П.Кёэном, означало подрыв двузначной логики, ибо на вопрос, заданный в форме *либо-либо*, ответ получился в виде *ни-ни*. Программа Гильберта провалилась, а “рай Кантора” стал превращаться в ад. Бесконечность встретила дерзкого человека неистощимым набором изящных парадоксов.

Но упрямый человек не хочет смириться перед бездной континуума. «Классическая мысль... непрерывно пропадает в бесконечности,... судорожно пытается зафиксировать место конечного среди всех этих бесконечностей,... желает навести порядок в бесконечности», - пишет философ Ж.Делёз в конце XX века ([3], с.161). Многозначные логики, нечёткие множества, нестандартный анализ, пытаясь спасти престиж математики, фактически уходят от существа проблемы, так как, оказавшись перед онтологической неточностью, описывать её стремятся всё равно точно.

Допущение неопределённости произошло в физике и распространилось на остальные науки в виде принципа дополнительности. Однако привычка к детерминизму оказалась столь сильной, что убежища

его сохраняются по сей день и надежда на *скрытые параметры* продолжает питать умы приверженцев классической парадигмы. Математический тип мышления остаётся, с благословения И.Канта, мерилем научности. И пока математики мучительно осознают иллюзорность совершенной полноты и абсолютной точности, физики и биологи продолжают успешно создавать замкнутые модели. А гуманитарные науки, подражая естественным, увлечённо строят искусственные классификации, искусственные языки, искусственные интеллекты.

В своём стремлении к однозначной определённости, безусловной объективности, предельной полноте описания традиционная наука отрывалась от реальной жизни с её гибкостью, открытостью, свободой воли. И оказалась банкротом перед лицом глобального кризиса, не сумев ни предсказать, ни разрешить назревшие проблемы. Кризис заставляет признать, что для изучения жизнеспособных, органических, развивающихся объектов нужна иная методология, новая парадигма.

Отставая от жизни, наука всё же стремится осознавать происходящие изменения. Обнаружив необходимость переосмысления понятия рациональности, философы начали понимать, что приходится иметь дело «с новым типом сложности, связанным с человеческой интуицией и человеческими эмоциями» ([4], с.70). Идеал полноты стал уступать место идеалу целостности [5]. И от математических методов потребовалось, при сохранении достаточной точности, умение не разрушать целостность изучаемого объекта.

Размышляя над теоремой Гёделя, А.Н.Паршин в ответ на иронические слова П.Коэна «Жизнь была бы гораздо *приятнее*, не будь гильбертова программа потрясена открытиями Гёделя», решительно заявляет: «Если бы не было теоремы Гёделя, то жизнь не только не была бы приятнее, её просто не было бы» ([6], с.94). И продолжает: «Должна существовать теорема Гёделя и в биологии, показывающая невозможность полного описания живых организмов в чисто генетических терминах» (с.109).

Классическая математика продолжает оставаться идеалом, отождествляемым с Абсолютом. Но, вторгаясь в сложную реальность скальпелем абсолютной точности, она превращает живую натуру в абстрактную модель, порождая тем самым чудовища формализма, не менее опасные, чем химеры мистики ([7], с.199).

На бесконечном пути к божественной истине человек нуждается в опоре на истину человеческую, которая неоднозначна. Более того, она ограничена масштабами человеческого мира. Всесторонние границы имеют место и в концепции сплошной среды, и во фрактальной геометрии, и в космологии [8].

Жёсткость классической математики травмирует гуманитарную ткань. Поэтому идея *мягкой математики* всё более обнаруживает свою

привлекательность. Потребность в *очеловечивании* математики возникает как *ересь*. Так А.Гротендик, обнаружив, что страсть к математике уводит от реальности, отдаляя от загадок человеческой души ([9], с.99), вышел из группы Бурбаки. Р.Пенроуз, установив *невычислимость сознания*, говорит о необходимости новой физики [10]. Р.Хирш настаивает на включении математики в гуманитарную культуру [11]. Гуманитаризация математики обсуждается как тенденция развития современной науки [12]. Приобщение математики к *мягким наукам* видится как заманчивая перспектива за Геркулесовыми столбами жёстких канонов [13]. *Мягкое исчисление* рассматривается как маркер новой парадигмы [14]. И даже строгий В.И.Арнольд позволяет себе говорить о жёстких и мягких математических моделях [15].

Как это часто бывает, искомое новое обнаруживается в затёртом старом. Требуется лишь посмотреть на него свежими глазами. Речь идёт об асимптотических методах, которые уже сто лет терпеливо, как Золушка, трудятся на кухне математики, униженные комплексом неполноценности. Отдавая им должное как искусству [16,17], в настоящую науку их всё же не пускали: не позволяла неустранимая неточность. И вот в конце XX века этот *гадкий утёнок* неодолимо вырастает в *лебедя* новой парадигмы [18,19].

Суть асимптотических методов состоит в том, что они осуществляют синтез простоты и точности за счёт локализации: в окрестности некоторого предельного состояния находится упрощённое решение задачи, которое тем точнее, чем меньше эта окрестность. Точность, локальность, простота – неотъемлемые компоненты асимптотической методологии, образующие в своём единстве системную триаду дефиниции [20].

Математики, не чуждые философии, догадывались, что «асимптотическое описание является не только удобным инструментом математического анализа природы, но имеет и более глубокое значение» [21] и «асимптотический подход – больше, чем ещё один приближённый метод, а скорее играет фундаментальную роль» [22]. М.Крускал закончил свою статью [16] словами: «Надеюсь, вы будете счастливы и не разочаруетесь, открыв, что асимптотология есть то, в чём вы практиковались всё время». Возможно, он имел в виду, что асимптотическая методология фактически используется не только при решении задач, но и при их постановке и вообще в процессе познания мира. «Книга Природы написана асимптотически», - дерзнул заявить И.В.Андрианов [23], перефразируя Галилея.

Существенное отличие асимптотической математики от классической состоит в том, что уровень точности конкурирует с размерами области действия; в заданной области точность асимптотического решения всегда ограничена. В случае разложения функции $f(x)$ по асимптотической

последовательности $\{\varphi_n(x)\}$ при $x \rightarrow 0$ величина $\Delta = |f(x) - \sum^N a_n \varphi_n(x)|$ характеризует точность, x – локальность, N – простоту. Каждая пара из этих параметров находится в соотношении дополнительности, а третий задаёт меру совмещения [24]. В классической математике x фиксировано, $N \rightarrow \infty$ и говорится о сходимости; в асимптотической математике N фиксировано, $x \rightarrow 0$ и говорится об эффективности приближения, выражающейся в оптимальном сочетании простоты и точности. Абсолютная точность перестаёт быть фетишем.

В асимптотической математике обнаруживается именно то, в чём нуждаются гуманитарии: мягкость, гибкость, открытость. И контролируемая оценка точности. Правда, точность в конечной области всегда ограничена. Но это неизбежная плата за сохранение целостности, воплощаемой в балансе точности, локальности и простоты.

Действующий в системной триаде принцип неопределённости-дополнительности-совместности [25] позволяет, вспоминая В.Гейзенберга, записать обобщённое соотношение неопределённости и затем симметризовать его, приводя к тернарному виду [26]. Действительно, перемножая три неравенства вида $\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \geq h_3$, образуемые циклической перестановкой индексов, получим $\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3 \geq (h_1 h_2 h_3)^{1/2} \equiv H$. И этот результат следует рассматривать как рождение новой самостоятельной целостности. Согласимся с Ч.Пирсом в том, что «триадическое отношение исходно, то есть три его члена связаны вместе таким образом, что оно не сводится ни к какой совокупности диадических отношений» ([27], с.201).

Параметр H , обобщающий константу Планка, можно считать определяющей границей рассматриваемого объекта. Его содержательный смысл зависит от природы определяемого объекта. Так, если, следуя [28], физику рассматривать как синтез теории элементарных частиц, теории относительности и квантовой механики, то характеризующие их фундаментальные константы e , c , \hbar можно объединить в безразмерную постоянную тонкой структуры $\alpha = 1/137$ как раз через H . Тем самым проявится до сих пор загадочный глубинный смысл α .

Рубеж Планка, вносящий в определение обязательную дозу неопределённости, свойственную целостным объектам, подтверждает асимптотический характер процесса познания, о роли которого в синергетике неустанно напоминает В.Г.Буданов (см. напр., [29]). Этот рубеж, спасающий от выпадения из целого ([30], с.224), ограничивает и горизонт прогноза в любом направлении. В то же время асимптотическое упрощение обеспечивает возможность изучения сложного через небольшое число управляющих параметров. Эти параметры формируются в переходных слоях на смыслообразующем пути с микро- на макроуровень [31].

В асимптотической математике переходные слои – неизбежное следствие упрощающей локализации. Простые асимптотики достигаются

лишь в ограниченных областях. Неравномерность асимптотических разложений – не исключение, а суровая повседневность. Отсюда актуальность методов связывания, сращивания, соединения асимптотик в переходном слое. Существуют специальные функции, связывающие в один узел колебательное и экспоненциальное поведение; разработаны процедуры сращивания разложений с перекрывающимися областями действия; практикуется соединение разнобережных асимптотик с помощью Паде-аппроксимант [32]. Но методология, направленная лишь на переход сквозь слои, на преодоление препятствия, не ищет и не ждёт от слоя ничего самородного. Синергетический подход помогает выйти из тупика одномерности, ставя задачу на освоение новых измерений смыслового пространства, их комплексирование и испытание на целостность [33].

Мягкость асимптотической математики гармонирует с открытостью синергетики, несущей знамя новой парадигмы [34]. Их роднит динамизм методов, устремлённых к жизни: от предела – к приближению, от бытия – к становлению, от полноты – к целостности. Греческий термин *asymptotos* означает *несовпадающий*, подчёркивая тем самым, что асимптотическое приближение не превращается в совпадение. Также и целостность не превращается в полноту [5]. Динамизм, на котором держится нелинейная, неустойчивая, недетерминированная жизнь, разрешает тупиковые противоречия отмирающей парадигмы, жертвуя несуществующей полнотой, но сохраняя сущностную целостность.

Креативный потенциал переходных слоёв всегда привлекал внимание творческих исследователей. Даже при переходах на одном уровне, когда слой можно называть горизонтальным, пограничные слои обычно рассматриваются как места вероятного появления новых направлений, порождаемых эффектом симбиоза (геохимия, биофизика и т.п.). Ещё плодотворнее слои вертикальные и особенно внешние, на границе знания.

Открытость внешнему миру, с которым происходит обмен веществом, энергией и информацией, имеет место в пространстве, во времени, в масштабе. И не только в пространстве физическом, но также в психологическом (жизненном) [35] и семантическом (смысловом) [36]. При этом существенно, что для реально открытой системы обмен через внешний слой не может быть полностью контролируемым [8]. Выход из традиционной научной парадигмы, о котором предупреждали И.Пригожин, В.Налимов, В.Буданов и др., здесь неминуем.

Это шаг в неизвестность. И решиться на него очень непросто. Надо пережить чувство предела, конца, тупика и преодолеть его, рискнув проявить метафизическую смелость. О границах математики и науки, о конце физики и философии написано уже вдоволь. Немало и отважных храбрецов, осваивающих океан семантической Вселенной на плотях интуиции. У каждого из них выстраивается своя картина мира, гармония

которого легко убеждает в её истинности и заставляет радостно верить в единственную правильность этой картины. Соблазн детализации разделяет искателей, обрекая их на одиночество. Редкий резонанс достигается лишь на длинных волнах достаточно общих концепций. Потенциальные пассионарии ещё не составляют когерентного единства мысли, ведущего к образованию ноосферного этноса.

Внешний слой подстерегает нас везде. Даже если мы сосредоточены на внутреннем слое в привычном евклидовом пространстве, в масштабном измерении интервал всё равно ограничен: и в концепции сплошной среды, и во фрактальной геометрии, и в космогонии. А во времени прошлое и будущее всегда внешние. Весть извне может приходиться отовсюду.

Совершая простую инверсию, нетрудно отобразить открытую бесконечность в точечный источник-сток, и внешний слой превратится в узкую оболочку вокруг этой сингулярности. За ней может находиться иной мир, наподобие степенной асимптотики функций Эйри [37]. Также и в окрестности бесконечности естественно допустить наличие царства своей асимптотики, отгороженного барьером переходного слоя.

Замахиваясь на внешний слой, приходится вместо интерполяции пользоваться экстраполяцией и строить мосты с одной стороны, не зная, где и каков другой берег. Простейшая, линейная экстраполяция широко используется и в математике, и в биологии, и в космогонии. Учёт кривизны и других членов асимптотики вносит обычно лишь количественные поправки.

Представление о возможности монотонного продолжения, взятое за определение потенциальной бесконечности, служит одновременно путеводителем в так называемую дурную бесконечность, когда рост количества не ведёт к появлению новых смыслов. Классическим образцом тут является натуральный ряд чисел. На это же представление опирается метод математической индукции.

Такой подход создаёт лишь иллюзию овладения бесконечным и не избавляет от парадоксов, которые необузданная бесконечность не устаёт преподносить человеческой гордыне [38]. Посягнув на актуальную бесконечность, человек домысливает её в терминах своего конечного мира, даже если вводит такие новые понятия, как мощность множества и трансфинитные числа [39]. Чувство рая опьяняет ненадолго, ибо за Кантором приходит Гёдель и «окончательное выяснение сущности бесконечного» снова откладывается.

Зов бездны не прекратится, но природная ограниченность заставляет вспоминать о скромности, призывая внимательнее исследовать внешний слой, прежде чем прыгать через него. При подходе к этой границе регулярная асимптотика начинает портиться и движение тормозится растущими препятствиями. Даже за небольшое расширение области действия приходится платить; например, обращением в нуль некоторых

функционалов [40]. Одноопорная экстраполяция, без связи с потусторонним, обречена на зависание.

Ситуация осложняется тем, что потустороннее, вообще говоря, неоднозначно. Вероятно, внутри слоя должен существовать механизм ориентации в спектре аттракторов. Внутреннее ядро слоя может быть связующим окном в иное измерение смыслового пространства. Дорогу к одной бесконечности поможет выбрать другая бесконечность.

Осуществляемое через человека, избирательное действие выглядит как насилие над высшим, над тем, что не полагается, а предполагается [41]. Греховность запредельной детерминации чревата вавилонским столпотворением конструктивных мнений [42]. Стремление к абсолютной точности и полноте уводит от жизненной реальности в хаос абстракций.

Природа демонстрирует наличие рубежа Планка, несущего меру онтологической неопределённости. При подходе к нему целостность, стараясь сохраниться, напрягается; элементы, уступая связям, сливаются; натуральный ряд, избавляясь от переуточнения, размывается [43]. Концепция актуальной бесконечности из дискретной превращается в сплошную [44]. Счётная бесконечность растворяется в континуальной.

Самоорганизация происходит в сфере самопонимания. Раздвигая границы, человек не хочет терять определённость. Хлебнув хаоса, он спешит достроить дом своего бытия по интуиции. Всегда есть надежда, что этот рубеж – относительный, и человек в силах его преодолеть. Надо только нащупать аттрактор, влекущий в узкий коридор будущего.

Прислушиваясь к будущему, конечный человек ведёт свободный диалог с бесконечным миром, выстраивая в мыслях его зыбкий облик. Рационалист предпочитает иметь дело со счётной бесконечностью. Интуитивист полагает её континуальной. Живой человек общается с бесконечностью асимптотической [8].

Литература

1. Гильберт Д. Основания геометрии. М.-Л., 1948. 492 с.
2. Семь лекций общей физики, читанных Августином Коши (Турин, 1833). СПб, 1872. 82 с.
3. Делёз Ж. Фуко. М., 1998. 172 с.
4. Майнцер К. Сложность и самоорганизация. Возникновение новой науки и культуры на рубеже века // Синергетическая парадигма. М., 2000. С.56-79.
5. Баранцев Р.Г. От полноты – к целостности // Проблемы цивилизации. СПб, 1992. С.5-11. Целостность против полноты // Русская философия и современный мир. СПб, 1995. С.29-31.
6. Паршин А.Н. Размышления над теоремой Гёделя // Вопросы философии, 2000. №6. С.92-109.

7. Свасьян К.А. Становление европейской науки. Ереван, 1990. 377 с.
8. Баранцев Р.Г. Концепции современного естествознания: опыт целостного подхода. СПб, 2001. 80 с.
9. Гротендик А. Урожай и посеы. Размышления о прошлом математика. Часть I. Самодовольство и обновление. М., 1996. 180 с.
10. Penrose R. Shadows of the mind: A search for the missing science of consciousness. Oxford, 1995. 457 p.
11. Hersh R. What is mathematics, really? Oxford, 1997. 343 p.
12. Панов М.И. Гуманитаризация математики – тенденция развития науки XX века: (можно ли считать математику сплавом культуры, философии, религии?). Обзор // РЖ, сер.3, философия, 1991. №6. С.21-30.
13. Devlin K. Goodbye, Descartes: The end of logic and the search for a new cosmology of the mind. N.Y., 1997. 320 p. Davis Ph. Beyond the pillars of Hercules: Soft mathematics // SIAM News. 1998. No.6.
14. Кондратьев В.Г., Солодухина М.А. Мягкое исчисление как новая парадигма. Обзор // РЖ, сер.3, философия, 2000. №3. С.34-41.
15. Арнольд В.И. “Жёсткие” и “мягкие” математические модели // Природа, 1998. №4. С.3-14.
16. Kruskal M. Asymptotology // Math. models in phys. sci. N.J., 1963. P.17-48.
17. Бабич В.М., Булдырев В.С. Искусство асимптотики // Вестн. Ленингр. ун-та. 1977. №13. С.5-12.
18. Баранцев Р.Г. Об асимптотологии // Вестн. Ленингр. Ун-та. 1976. №1. С.69-77.
19. Андрианов И.В., Маневич Л.И. Асимптотология: идеи, методы, результаты. М., 1994. 160 с.
20. Баранцев Р.Г. Дефиниция асимптотики и системные триады // Асимптотические методы в теории систем. Иркутск, 1980. С.70-81.
21. Фридрихс К.О. Асимптотические явления в математической физике // Математика. 1957. №2. С.79-84.
22. Segel L.A. The Importance of Asymptotic Analysis in Applied Mathematics // Amer. Math. Monthly. 1966, v. 73. №1. p.7-14.
23. Андрианов И.В. Асимптотология как лейтмотив творчества Л.И.Маневича // Проблемы нелинейной механики и физики материалов. Днепропетровск. 1999. С.300-307.
24. Баранцев Р.Г. Принцип неопределённости в асимптотической математике // Методы возмущений в механике. Иркутск. 1984. С.107-113.
25. Баранцев Р.Г. Принцип неопределённости-дополнительности-совместности в тринитарной методологии // Научные труды РИМЭ. Рига, 2001. Вып.5. С.91-95.
26. Barantsev R.G. Asymptotic versus Classical Mathematics // Topics in Math. Analysis. Singapore e.a., 1989. p.49-64.

27. Пирс Ч.С. Логика как семиотика: теория знаков // Метафизические исследования. Вып.11. Язык. СПб, 1999. С.199-217.
28. Philberth В. Der Dreieine. Anfang und Sein. Die Structur der Schöpfung. Stein a/R, 1974. 608 S.
29. Буданов В.Г. Синергетика событийного языка в науке и культуре // Синергетика. Том 3. М., 2000. С.187-204.
30. Григорьева Т.П. Синергетика и Восток // Синергетическая парадигма. М., 2000. С.215-242.
31. Баранцев Р.Г. Бинарная наследственность, тернарные структуры, переходные слои // Синергетика. Том 3. М., 2000. С.353-361.
32. Баранцев Р.Г. Перспективные идеи в асимптотической методологии. Автообзор // Вестн. молодых учёных. Серия: прикл. мат. и мех. СПб, 2002. №1. С.27-35.
33. Баранцев Р.Г. Имманентные проблемы синергетики // Новое в синергетике. Взгляд в третье тысячелетие. М., 2002. С.460-477.
34. Баранцев Р.Г. Асимптотика и синергетика // Современные проблемы механики. М.: МГУ, 1999. С.19-20. Синергетика и асимптотика // Полигнозис, 2000, № 4. С.135-137.
35. Князева Е.Н. Методы нелинейной динамики в когнитивной науке // Синергетика. Том 4, М.: МГУ, 2001. С.174-187.
36. Налимов В.В. Разбрасываю мысли. В пути и на перепутье. М.: Прогресс-Традиция, 2000. 344 с.
37. Баранцев Р.Г., Пашкевич Д.А. Соединение асимптотик в переходном слое // Асимптотические методы в задачах аэродинамики и проектирования летательных аппаратов. Иркутск, 1994. С.67-70.
38. Бесконечность в математике: философские и исторические аспекты. М.: Янус-К, 1997, 400 с.
39. Катасонов В.Н. Борющийся с бесконечным. М., 1999, 208 с.
40. Баранцев Р.Г. Асимптотические итерации с расширением области действия // Асимптотические методы в теории систем. Иркутск. Вып.6. 1974. С.138-140.
41. Баткин Л.М. Леонардо да Винчи о бесконечном // Природа, 1983. № 7. С.76-87.
42. Петросян В.К. Общий кризис теоретико-множественной математики и пути его преодоления. М., 1997. 143 с. Критика канторовской «диагональной процедуры». М., 2001. 117 с. Зенкин А.А. Ошибка Георга Кантора // Вопросы философии, 2000. №2. С.165-168. См. также №9. С.154-169. Новый подход к анализу проблемы парадоксов // Вопросы философии, 2000. №10. С.79-90.
43. Рашевский П.К. О догмате натурального ряда // Успехи математических наук, 1973. Т.28. №4. С.243-246. См. также: Философия науки, Новосибирск, 1995, №1. С.94-99.

44.Победин Л.Н. О бесконечном // Философия науки, Новосибирск, 2001,
№1. С.91-98. №2. С.102-107.

* * *