



ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	10
Основные обозначения	11
Введение. Некоторые определения, формулы, методы и решения	13
0.1. Классификация уравнений с частными производными второго порядка	13
0.1.1. Уравнения с двумя независимыми переменными	13
0.1.2. Уравнения со многими независимыми переменными	15
0.2. Основные задачи математической физики	16
0.2.1. Начальные и граничные условия. Задача Коши. Краевые задачи	16
0.2.2. Первая, вторая, третья и смешанная краевые задачи	18
0.3. Свойства и частные решения линейных уравнений	18
0.3.1. Линейные однородные уравнения	18
0.3.2. Линейные неоднородные уравнения	21
0.4. Метод разделения переменных	22
0.4.1. Общее описание метода разделения переменных	22
0.4.2. Решение краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типов	25
0.5. Метод интегральных преобразований	28
0.5.1. Основные интегральные преобразования	28
0.5.2. Преобразование Лапласа и его применение в математической физике	29
0.5.3. Преобразование Фурье и его применение в математической физике	32
0.6. Представление решения задачи Коши через фундаментальное решение	33
0.6.1. Решение задачи Коши для уравнений параболического типа	33
0.6.2. Решение задачи Коши для уравнений гиперболического типа	34
0.7. Неоднородные краевые задачи с одной пространственной переменной. Представление решения через функцию Грина	35
0.7.1. Задачи для уравнений параболического типа	35
0.7.2. Задачи для уравнений гиперболического типа	36
0.8. Неоднородные краевые задачи со многими пространственными переменными. Представление решения через функцию Грина	37
0.8.1. Задачи для уравнений параболического типа	37
0.8.2. Задачи для уравнений гиперболического типа	39
0.8.3. Задачи для уравнений эллиптического типа	39
0.8.4. Сопоставление структуры решений краевых задач для уравнений различного типа	40
0.9. Построение функций Грина. Общие формулы и соотношения	41
0.9.1. Функции Грина краевых задач, описываемых уравнениями различного типа, для областей конечных размеров	41
0.9.2. Функции Грина, допускающие неполное разделение переменных	42
0.9.3. Построение функций Грина с помощью фундаментальных решений	44
0.10. Принцип Дюамеля в нестационарных задачах	45
0.10.1. Задачи для линейных однородных уравнений	45
0.10.2. Задачи для линейных неоднородных уравнений	47

0.11. Преобразования, упрощающие начальные и граничные условия	48
0.11.1. Преобразования, приводящие к однородным граничным условиям	48
0.11.2. Преобразования, приводящие к однородным начальным и граничным условиям	48
1. Уравнения параболического типа с одной пространственной переменной	50
1.1. Уравнения с постоянными коэффициентами	50
1.1.1. Уравнение теплопроводности $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$	50
1.1.2. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \Phi(x, t)$	57
1.1.3. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + bw + \Phi(x, t)$	60
1.1.4. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + b \frac{\partial w}{\partial x} + \Phi(x, t)$	63
1.1.5. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + b \frac{\partial w}{\partial x} + cw + \Phi(x, t)$	66
1.2. Уравнение теплопроводности с цилиндрической или сферической симметрией и похожие уравнения	69
1.2.1. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right)$	69
1.2.2. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \Phi(r, t)$	74
1.2.3. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right)$	77
1.2.4. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \Phi(r, t)$	81
1.2.5. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1-2\beta}{x} \frac{\partial w}{\partial x}$	84
1.2.6. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1-2\beta}{x} \frac{\partial w}{\partial x} + \Phi(x, t)$	86
1.3. Уравнения с произвольными параметрами, содержащие степенные функции	87
1.3.1. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t)w$	87
1.3.2. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x}$	91
1.3.3. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w + h(x, t)$	94
1.3.4. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = (ax + b) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w$	96
1.3.5. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = (ax^2 + bx + c) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w$	97
1.3.6. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = f(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + g(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + h(x, t)w$	99
1.3.7. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = f(x, t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + g(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + h(x, t)w$	103
1.3.8. Уравнение массопереноса в пленке жидкости, $(1 - y^2) \frac{\partial w}{\partial x} = a \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$	104
1.3.9. Уравнения вида $f(x, y) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, y) \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + h(x, y)$	106
1.4. Уравнения с произвольными параметрами, содержащие экспоненциальные функции	106
1.4.1. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t)w$	106
1.4.2. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x}$	109
1.4.3. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w$	111
1.4.4. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = ax^n \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w$	111
1.4.5. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = ae^{\beta x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w$	112
1.4.6. Другие уравнения	114
1.5. Уравнения с произвольными параметрами, содержащие гиперболические функции	114
1.5.1. Уравнения, содержащие гиперболический косинус	114
1.5.2. Уравнения, содержащие гиперболический синус	115
1.5.3. Уравнения, содержащие гиперболический тангенс	116
1.5.4. Уравнения, содержащие гиперболический котангенс	117
1.6. Уравнения с произвольными параметрами, содержащие логарифмические функции	118
1.6.1. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w$	118
1.6.2. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = ax^k \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w$	119

1.7. Уравнения с произвольными параметрами, содержащие тригонометрические функции	119
1.7.1. Уравнения, содержащие косинус	119
1.7.2. Уравнения, содержащие синус	120
1.7.3. Уравнения, содержащие тангенс	121
1.7.4. Уравнения, содержащие котангенс	122
1.8. Уравнения, содержащие произвольные функции	123
1.8.1. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t)w$	123
1.8.2. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x}$	125
1.8.3. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w$	128
1.8.4. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = ax^n \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w$	130
1.8.5. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = ae^{\beta x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + g(x, t)w$	131
1.8.6. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = f(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + g(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + h(x, t)w$	131
1.8.7. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = f(t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + g(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + h(x, t)w$	139
1.8.8. Уравнения вида $\frac{\partial w}{\partial t} = f(x, t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + g(x, t) \frac{\partial w}{\partial x} + h(x, t)w$	141
1.8.9. Уравнения вида $s(x) \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} [p(x) \frac{\partial w}{\partial x}] - q(x)w + \Phi(x, t)$	143
1.9. Уравнения специального вида	147
1.9.1. Уравнения диффузионного (теплового) пограничного слоя	147
1.9.2. Одномерное уравнение Шредингера $i\hbar \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + U(x)w$	149
2. Уравнения параболического типа с двумя пространственными переменными	152
2.1. Уравнение теплопроводности $\frac{\partial w}{\partial t} = a\Delta_2 w$	152
2.1.1. Задачи в декартовой системе координат	152
2.1.2. Задачи в полярной системе координат	163
2.1.3. Задачи с угловой симметрией	168
2.2. Уравнение теплопроводности с источником $\frac{\partial w}{\partial t} = a\Delta_2 w + \Phi(x, y, t)$	176
2.2.1. Задачи в декартовой системе координат	176
2.2.2. Задачи в полярной системе координат	181
2.2.3. Задачи с угловой симметрией	182
2.3. Другие уравнения	184
2.3.1. Уравнения, содержащие произвольные параметры	184
2.3.2. Уравнения, содержащие произвольные функции	186
3. Уравнения параболического типа с тремя и более пространственными переменными	190
3.1. Уравнение теплопроводности $\frac{\partial w}{\partial t} = a\Delta_3 w$	190
3.1.1. Задачи в декартовой системе координат	190
3.1.2. Задачи в цилиндрической системе координат	207
3.1.3. Задачи в сферической системе координат	229
3.2. Уравнение теплопроводности с источником $\frac{\partial w}{\partial t} = a\Delta_3 w + \Phi(x, y, z, t)$	233
3.2.1. Задачи в декартовой системе координат	233
3.2.2. Задачи в цилиндрической системе координат	235
3.2.3. Задачи в сферической системе координат	238
3.3. Другие уравнения с тремя пространственными переменными	239
3.3.1. Уравнения, содержащие произвольные параметры	239
3.3.2. Уравнения, содержащие произвольные функции	240
3.3.3. Уравнения вида $\rho(x, y, z) \frac{\partial w}{\partial t} = \operatorname{div} [a(x, y, z) \nabla w] - q(x, y, z)w + \Phi(x, y, z, t)$	243
3.4. Уравнения с n пространственными переменными	244
3.4.1. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} = a\Delta_n w + \Phi(x_1, \dots, x_n, t)$	244
3.4.2. Другие уравнения, содержащие произвольные параметры	246
3.4.3. Уравнения, содержащие произвольные функции	247

4. Уравнения гиперболического типа с одной пространственной переменной	254
4.1. Уравнения с постоянными коэффициентами	254
4.1.1. Волновое уравнение $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$	254
4.1.2. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \Phi(x, t)$	258
4.1.3. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - bw + \Phi(x, t)$	261
4.1.4. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - b \frac{\partial w}{\partial x} + \Phi(x, t)$	265
4.1.5. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + b \frac{\partial w}{\partial x} + cw + \Phi(x, t)$	266
4.2. Волновое уравнение с цилиндрической или сферической симметрией и похожие уравнения	268
4.2.1. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right)$	268
4.2.2. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \Phi(r, t)$	271
4.2.3. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right)$	271
4.2.4. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \Phi(r, t)$	274
4.2.5. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) - bw + \Phi(r, t)$	275
4.2.6. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) - bw + \Phi(r, t)$	277
4.3. Уравнения с произвольными параметрами, содержащие степенные функции	279
4.3.1. Уравнения вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (ax + b) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + c \frac{\partial w}{\partial x} + kw + \Phi(x, t)$	279
4.3.2. Уравнения вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (ax^2 + b) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + cx \frac{\partial w}{\partial x} + kw + \Phi(x, t)$	283
4.3.3. Другие уравнения	284
4.4. Уравнения, содержащие первую производную по t	289
4.4.1. Уравнения вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + k \frac{\partial w}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + b \frac{\partial w}{\partial x} + cw + \Phi(x, t)$	289
4.4.2. Уравнения вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + k \frac{\partial w}{\partial t} = f(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + g(x) \frac{\partial w}{\partial x} + h(x)w + \Phi(x, t)$	295
4.4.3. Другие уравнения	298
4.5. Уравнения, содержащие произвольные функции	300
4.5.1. Уравнение вида $s(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} [p(x) \frac{\partial w}{\partial x}] - q(x)w + \Phi(x, t)$	300
4.5.2. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a(t) \frac{\partial w}{\partial t} = b(t) \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [p(x) \frac{\partial w}{\partial x}] - q(x)w \right\} + \Phi(x, t)$	302
4.5.3. Другие уравнения	303
5. Уравнения гиперболического типа с двумя пространственными переменными	305
5.1. Волновое уравнение $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \Delta_2 w$	305
5.1.1. Задачи в декартовой системе координат	305
5.1.2. Задачи в полярной системе координат	309
5.1.3. Задачи с угловой симметрией	313
5.2. Неоднородное волновое уравнение $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \Delta_2 w + \Phi(x, y, t)$	317
5.2.1. Задачи в декартовой системе координат	317
5.2.2. Задачи в полярной системе координат	319
5.2.3. Задачи с угловой симметрией	321
5.3. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \Delta_2 w - bw + \Phi(x, y, t)$	323
5.3.1. Задачи в декартовой системе координат	323
5.3.2. Задачи в полярной системе координат	327
5.3.3. Задачи с угловой симметрией	331
5.4. Телеграфное уравнение $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + k \frac{\partial w}{\partial t} = a^2 \Delta_2 w - bw + \Phi(x, y, t)$	336
5.4.1. Задачи в декартовой системе координат	336
5.4.2. Задачи в полярной системе координат	340
5.4.3. Задачи с угловой симметрией	345
5.5. Другие уравнения с двумя пространственными переменными	348

6. Уравнения гиперболического типа с тремя и более пространственными переменными	350
6.1. Волновое уравнение $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \Delta_3 w$	350
6.1.1. Задачи в декартовой системе координат	350
6.1.2. Задачи в цилиндрической системе координат	354
6.1.3. Задачи в сферической системе координат	362
6.2. Неоднородное волновое уравнение $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \Delta_3 w + \Phi(x, y, z, t)$	366
6.2.1. Задачи в декартовой системе координат	366
6.2.2. Задачи в цилиндрической системе координат	367
6.2.3. Задачи в сферической системе координат	367
6.3. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \Delta_3 w - bw + \Phi(x, y, z, t)$	368
6.3.1. Задачи в декартовой системе координат	368
6.3.2. Задачи в цилиндрической системе координат	373
6.3.3. Задачи в сферической системе координат	381
6.4. Телеграфное уравнение $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + k \frac{\partial w}{\partial t} = a^2 \Delta_3 w - bw + \Phi(x, y, z, t)$	385
6.4.1. Задачи в декартовой системе координат	385
6.4.2. Задачи в цилиндрической системе координат	389
6.5. Другие уравнения с тремя пространственными переменными	398
6.5.1. Уравнения, содержащие произвольные параметры	402
6.5.2. Уравнения вида $\rho(x, y, z) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \operatorname{div}[a(x, y, z) \nabla w] - q(x, y, z)w + \Phi(x, y, z, t)$	402
6.6. Уравнения с n пространственными переменными	404
6.6.1. Волновое уравнение $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \Delta_n w$	404
6.6.2. Неоднородное волновое уравнение $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \Delta_n w + \Phi(x_1, \dots, x_n, t)$	406
6.6.3. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a^2 \Delta_n w - bw + \Phi(x_1, \dots, x_n, t)$	408
6.6.4. Уравнения, содержащие первую производную по t	411
7. Уравнения эллиптического типа с двумя пространственными переменными	414
7.1. Уравнение Лапласа $\Delta_2 w = 0$	414
7.1.1. Задачи в декартовой системе координат	414
7.1.2. Задачи в полярной системе координат	418
7.1.3. Задачи в других системах координат	421
7.2. Уравнение Пуассона $\Delta_2 w = -\Phi(x)$	423
7.2.1. Предварительные замечания. Структура решения	423
7.2.2. Задачи в декартовой системе координат	424
7.2.3. Задачи в полярной системе координат	429
7.2.4. Область произвольной формы. Метод конформных отображений	432
7.3. Уравнение Гельмгольца $\Delta_2 w + \lambda w = -\Phi(x)$	434
7.3.1. Общие замечания, результаты и формулы	435
7.3.2. Задачи в декартовой системе координат	437
7.3.3. Задачи в полярной системе координат	445
7.3.4. Другие ортогональные системы координат. Область эллиптической формы	449
7.4. Другие уравнения	451
7.4.1. Стационарное уравнение Шредингера $\Delta w = f(x, y)w$	451
7.4.2. Уравнения конвективного тепло- и массопереноса	453
7.4.3. Уравнения тепло- и массопереноса в анизотропных средах	459
7.4.4. Другие уравнения, встречающиеся в приложениях	463
7.4.5. Уравнение вида $a(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + b(x) \frac{\partial w}{\partial x} + c(x)w = -\Phi(x, y)$	464

8. Уравнения эллиптического типа с тремя и более пространственными переменными	467
8.1. Уравнение Лапласа $\Delta_3 w = 0$	467
8.1.1. Задачи в декартовой системе координат	467
8.1.2. Задачи в цилиндрической системе координат	469
8.1.3. Задачи в сферической системе координат	470
8.1.4. Другие ортогональные криволинейные системы координат	472
8.2. Уравнение Пуассона $\Delta_3 w + \Phi(x) = 0$	474
8.2.1. Предварительные замечания. Структура решения	474
8.2.2. Задачи в декартовой системе координат	476
8.2.3. Задачи в цилиндрической системе координат	486
8.2.4. Задачи в сферической системе координат	489
8.3. Уравнение Гельмгольца $\Delta_3 w + \lambda w = -\Phi(x)$	492
8.3.1. Общие замечания, результаты и формулы	492
8.3.2. Задачи в декартовой системе координат	497
8.3.3. Задачи в цилиндрической системе координат	508
8.3.4. Задачи в сферической системе координат	515
8.3.5. Другие ортогональные криволинейные системы координат	518
8.4. Другие уравнения с тремя пространственными переменными	520
8.4.1. Уравнения, содержащие произвольные параметры	520
8.4.2. Уравнения вида $\operatorname{div}[a(x, y, z)\nabla w] - q(x, y, z)w = -\Phi(x, y, z)$	521
8.5. Уравнения с n пространственными переменными	523
8.5.1. Уравнение Лапласа $\Delta_n w = 0$	523
8.5.2. Другие уравнения	524
9. Дифференциальные уравнения с частными производными высших порядков	527
9.1. Уравнения с частными производными третьего порядка	527
9.2. Одномерные нестационарные уравнения четвертого порядка	528
9.2.1. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} + a^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \Phi(x, t)$	528
9.2.2. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0$	530
9.2.3. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \Phi(x, t)$	531
9.2.4. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + kw = \Phi(x, t)$	533
9.2.5. Другие уравнения	535
9.3. Пространственные нестационарные уравнения четвертого порядка	537
9.3.1. Уравнение вида $\frac{\partial w}{\partial t} + a^2 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = \Phi(x, y, t)$	537
9.3.2. Двумерное уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a^2 \Delta \Delta w = 0$	538
9.3.3. Трех- и n -мерные уравнения вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a^2 \Delta \Delta w = 0$	541
9.3.4. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a^2 \Delta \Delta w + kw = \Phi(x, y, t)$	542
9.3.5. Уравнение вида $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a^2 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + kw = \Phi(x, y, t)$	543
9.4. Стационарные уравнения четвертого порядка	544
9.4.1. Бигармоническое уравнение $\Delta \Delta w = 0$	544
9.4.2. Уравнение вида $\Delta \Delta w = \Phi(x, y)$	547
9.4.3. Уравнение вида $\Delta \Delta w - \lambda w = \Phi(x, y)$	548
9.4.4. Уравнение вида $\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \Phi(x, y)$	549
9.4.5. Уравнение вида $\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + kw = \Phi(x, y)$	550
9.4.6. Уравнение Стокса (осесимметричные течения вязкой жидкости)	551

9.5. Линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами	553
9.5.1. Фундаментальные решения. Задача Коши	553
9.5.2. Дифференциальные уравнения эллиптического типа	555
9.5.3. Дифференциальные уравнения гиперболического типа	556
9.5.4. Регулярные уравнения. Число начальных условий в задаче Коши	557
9.5.5. Некоторые уравнения специального типа	560
9.6. Линейные уравнения высших порядков с переменными коэффициентами	563
9.6.1. Уравнения, содержащие первую производную по t	563
9.6.2. Уравнения, содержащие вторую производную по t	567
9.6.3. Нестационарные задачи со многими пространственными переменными	568
9.6.4. Некоторые уравнения специального типа	570
Список литературы	572